

На правах рукописи



Горковко Софья Климентовна

Электронный спиновый резонанс в
мультиферроиках

Специальность 1.3.10 –
Физика низких температур

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2022

Работа выполнена в Институте физических проблем им. П. Л. Капицы РАН и Национальном исследовательском университете «Высшая школа экономики».

Научный руководитель: д. ф.-м. н., ведущий научный сотрудник
Свистов Леонид Евгеньевич

Официальные оппоненты: **Пятаков Александр Павлович**
д. ф.-м. н., профессор РАН,
профессор Московского государственного
университета имени М. В. Ломоносова

Демидов Виктор Владимирович
д. ф.-м. н., ведущий научный сотрудник
Института радиотехники и электроники
имени В. А. Котельникова РАН

Ведущая организация: Физический институт имени П. Л. Лебедева
РАН

Защита состоится 26 октября 2022 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 24.1.140.01 при Институте физических проблем им. П. Л. Капицы РАН, расположенном по адресу: 119334, г. Москва, ул. Косыгина, д. 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института физических проблем им. П.Л. Капицы РАН и на сайте института: www.kapitza.ras.ru.

Автореферат разослан «__» _____ 2022 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.1.140.01, к. физ.-мат. наук

Алексей Николаевич Юдин

Общая характеристика работы

В данной работе представлены результаты исследования квазинизко-размерных фрустрированных магнетиков-мультиферроиков CuCrO_2 , LiCuVO_4 и $\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$ (линарит) методом электронного спинового резонанса (ЭСР). Кристаллографические особенности расположения магнитных и немагнитных ионов в этих магнетиках приводят к тому, что косвенное обменное взаимодействие между магнитными моментами ионов внутри одной кристаллографической цепочки или плоскости преобладает над взаимодействиями магнитных моментов ионов разных кристаллографических цепочек или плоскостей; при такой иерархии обменных связей в первом случае магнетики принято называть квазиодномерными, во втором – квазидвумерными. Так, CuCrO_2 является примером квазидвумерного магнетика, а LiCuVO_4 и $\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$ – квазиодномерных магнетиков. Для некоторых конфигураций обменных взаимодействий оказывается невозможной одновременная минимизация энергий всех главных парных обменных взаимодействий. Такое состояние называется фрустрированным. Фрустрация обменных связей может возникать вследствие структурных особенностей или специальной конфигурации обменных связей; так, в случае CuCrO_2 антиферромагнитно связанные магнитные моменты ионов Cr^{3+} ($S = 3/2$) расположены в узлах треугольной структуры, а в случае LiCuVO_4 и $\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$ фрустрация связана с конкурирующими обменными взаимодействиями между магнитными моментами ближайших и следующих за ближайшими ионов Cu^{2+} ($S = 1/2$) внутри цепочек. Слабые взаимодействия и флуктуации в фрустрированных магнетиках играют большую роль при выборе реализуемой магнитной структуры [1–4]. Интерес к таким магнетикам обусловлен тем, что в них ожидаются различные экзотические магнитные структуры в зависимости от температуры и внешнего магнитного поля. В таких магнетиках ожидаются неколлинеар-

ные, несоизмеримые планарные структуры с двухкомпонентным параметром порядка (спиральная, фен-структура), магнитные фазы с пространственной модуляцией магнитного момента, а также фазы с мультипольными параметрами порядка [4–12].

Исследованные в данной работе магнетики являются мультиферроиками: одновременно с магнитоупорядочением в них возникает спонтанная электрическая поляризация, которой можно управлять с помощью внешнего магнитного поля [13–17]. Интерес к таким магнетикам обусловлен возможностью воздействовать на их диэлектрические свойства с помощью магнитного поля и на магнитные свойства с помощью электрического поля, что открывает широкие перспективы в области их практических приложений [18].

Цели и задачи. Методы. Целью данной работы является экспериментальное изучение магнитных структур квазинизкоразмерных мультиферроиков с фрустрированными обменными взаимодействиями методом ЭСР в присутствии магнитного и электрического полей. Объектами исследования являются квазидвумерный магнетик с треугольной решёткой CuCrO_2 и квазиодномерные магнетики LiCuVO_4 и $\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$ (линарит). Основным методом исследования является электронный спиновый резонанс с использованием многомодовых резонаторов и СВЧ-генераторов, эксперименты проводились в Институте Физических Проблем им. П. Л. Капицы (Москва); высокочастотные измерения в линарите проводились с помощью квазиоптического метода в группе А. Пименова в Техническом Университете Вены (TU Wien). Измерения проводились в диапазоне температур от 0.5 К до 25 К, получаемых в криостатах с откачкой паров ^4He и ^3He . Сверхпроводящие соленоиды в криостатах позволяли достигать магнитных полей вплоть до 12 Тл. Величины электрических полей в экспериментах составляли до 750 кВ/м.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Обнаружено влияние электрического поля на частоты магнитного резонанса в квазидвумерном антиферромагнетике CuCrO_2 . Экспериментальные результаты подтверждают предсказания теоретического анализа, проведённого в рамках феноменологического макроскопического подхода в работе [19].
2. Экспериментально изучено влияние электрического поля на спектр ЭСР и магнитную структуру в мультиферроике LiCuVO_4 в спиральной фазе. В области малых полей обнаружен сдвиг линий резонансного поглощения. В полях после поля спин-переориентационного перехода, где ожидается отсутствие электрической поляризации, обнаружен сдвиг спектра ЭСР, что свидетельствует о значительном влиянии электрического поля на характер спин-переориентационного перехода.
3. Проведён симметричный анализ магнитной структуры LiCuVO_4 . В рамках макроскопической модели описана связь между спонтанной электрической поляризацией в данном веществе и магнитным параметром порядка. Теоретически описан поворот структуры и рассчитан спектр ЭСР в присутствии внешних электрического и магнитного полей.
4. Изучена связанная динамика магнитной системы и электрической поляризации в присутствии внешнего электрического поля для мультиферроиков CuCrO_2 и LiCuVO_4 .
5. Экспериментально показано, что с помощью магнитного поля можно управлять ориентацией спиновой плоскости в соединениях CuCrO_2 и LiCuVO_4 , а с помощью электрического поля можно контролировать направление вращения спинов в спиновой плоскости.
6. Проведено мультичастотное исследование спектра ЭСР в квазидно-

мерном магнетике $\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$ (линарит) в области полей вплоть до поля насыщения. Получены основные макроскопические и микроскопические параметры анизотропии. Полученные спектры ЭСР подтверждают, что в низких полях реализуется планарная спиральная структура, а в промежуточных полях при ориентациях полей, близких к направлению вдоль спиновой цепочки реализуется соизмеримая антиферромагнитная фаза. Спектры ЭСР в высоких полях могут быть интерпретированы в рамках фен-фазы, предложенной в работе [20].

Научная новизна:

1. Впервые обнаружен сдвиг спектров магнитного резонанса в мультиферроиках CuCrO_2 и LiCuVO_4 под действием внешнего электрического поля.
2. Проведён симметричный анализ магнитной структуры LiCuVO_4 . Описана связь между спонтанной электрической поляризацией в данном веществе и магнитным параметром порядка.
3. Впервые проведено мультимчастотное исследование фазовой диаграммы $\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$ в полях вплоть до поля насыщения.

Актуальность исследования и его научная и практическая

значимость: Особенности квазинизкоразмерных фрустрированных магнетиковмультиферроиков являются уникальные фазовые диаграммы и возникновение в магнитоупорядоченном состоянии спонтанной электрической поляризации, на величину и направление которой можно влиять с помощью внешнего магнитного поля. Изучение соединений CuCrO_2 и LiCuVO_4 было мотивировано возможностью обнаружения в них противоположного эффекта – влияния внешнего электрического поля на магнитные свойства этих веществ.

Изучение магнитной структуры мультиферроика $\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$ было мотивировано тем, что в данном веществе представлена уникальная фазовая диаграмма, и возможностью наблюдения в данном соединении экзотических магнитных фаз, которые были теоретически предсказаны для фрустрированных квантовых цепочек со спином $S = 1/2$.

Полученные в диссертации научные результаты являются новыми и вносят существенный вклад в понимание физических свойств квазинизкоразмерных фрустрированных мультиферроиков. Наиболее существенными результатами являются: обнаружение сдвига спектра ЭСР в мультиферроиках CuCrO_2 и LiCuVO_4 , описание связи магнитного параметра порядка в LiCuVO_4 и спонтанной электрической поляризации; определение параметров анизотропии в $\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$. Представленные результаты могут использоваться при дальнейшем изучении квазинизкоразмерных фрустрированных мультиферроиков, расширяют возможности методики ЭСР.

Апробация работы: Результаты экспериментального изучения и теоретического исследования мультиферроиков методом ЭСР, изложенные в диссертации, были представлены на следующих конференциях, семинарах и симпозиумах:

- Московский международный симпозиум по магнетизму MISM 2017 (Москва, июль 2017)
- 38-е совещание по физике низких температур НТ-38 (Туапсе, Шепси, сентябрь 2018)
- XX Международная молодежная научная школа “Актуальные проблемы магнитного резонанса и его применение” (Казань, сентябрь 2018)
- Международный симпозиум по спиновым волнам Spin Waves 2018 (Санкт-Петербург, июнь 2018)

- Европейская школа по магнетизму ESM 2019 (Брно, Чехия, 2019)
- Евро-Азиатский симпозиум “Trends in MAGnetism” EASTMAG-2019 (Екатеринбург, сентябрь 2019)
- Международная конференция “Актуальные проблемы магнитного резонанса и его применение” MDMR 2020 (Казань, сентябрь 2020)
- XXIV Международная конференция “Новое в магнетизме и магнитных материалах” НМММ-2021 (Москва, июль 2021)
- Международная конференция “Актуальные проблемы магнитного резонанса и его применение” MDMR 2021 (Казань, ноябрь 2021)
- Семинары и учёные советы в ИФП им. П. Л. Капицы РАН

Личный вклад: Все результаты, приведённые в данной диссертационной работе, получены лично автором, за исключением случаев, которые оговорены отдельно.

Структура и объём диссертации: Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 117 страниц и включает в себя основной текст, 26 рисунков, список публикаций, список литературы и 1 приложение.

Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, дано представление о низкоразмерных фрустрированных антиферромагнетиках-мультиферроиках.

В **первой главе** данной работы обсуждаются экспериментальные методики, с помощью которых проводились эксперименты по измерению элек-

тронного спинового резонанса в соединениях CuCrO_2 , LiCuVO_4 и $\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$, даны описания экспериментальных установок.

Вторая глава работы посвящена изучению влияния электрического поля на магнитную структуру соединения CuCrO_2 .

CuCrO_2 – квазидвумерный фрустрированный магнетик с магнитными ионами Cr^{3+} ($3d^3$, $S = 3/2$), расположенными в узлах треугольной решётки. Кристаллы CuCrO_2 принадлежат пространственной группе $R\bar{3}m$ [21]. Базисные вектора \mathbf{a} и \mathbf{b} направлены вдоль сторон треугольной решётки под углом 120° (см. Рис. 1(a)), ось \mathbf{c} направлена перпендикулярно плоскости ab . При температуре выше температуры магнитного упорядочения ($T > T_N \approx 24$ К) треугольная решётка правильная, ниже температуры упорядочения, согласно работе [22], происходит небольшое искажение одной из сторон треугольной решётки: $\Delta a/a \approx 10^{-4}$.

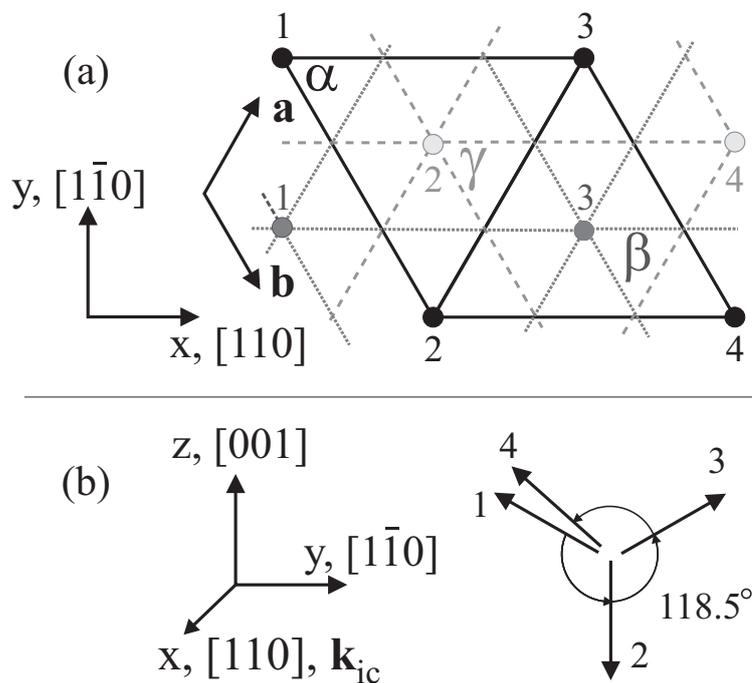


Рис. 1: (a) Кристаллографическая структура CuCrO_2 . Кружками обозначены магнитные ионы Cr^{3+} в трёх плоскостях, перпендикулярных оси \mathbf{c} , обозначенных как α , β , γ . (b) Схематическое изображение магнитной структуры при $H = 0$ с волновым вектором $\mathbf{k}_{ic} \parallel [110]$; стрелки 1-4 указывают ориентации магнитных моментов ионов, пронумерованных на схеме (a) рисунка.

Магнитная структура в CuCrO_2 была изучена методом упругого рассеяния нейтронов в работах [21, 23–27]. Согласно работам [27, 28], магнитное упорядочение в CuCrO_2 происходит в два этапа: ниже $T_{N1} = 24.2$ К возникает двумерный порядок, а при $T < T_{N2} = 23.6$ К происходит трёхмерное магнитное упорядочение. Ниже температуры упорядочения T_{N2} в CuCrO_2 устанавливается несоизмеримая планарная спиновая структура с волновым вектором $\mathbf{k}_{ic} = (0.329, 0.329, 0)$, направленным вдоль искажённой стороны треугольной решётки; такое значение волнового вектора соответствует углу между магнитными моментами соседних ионов, равному примерно 118.5° . Вектор нормали к спиновой плоскости \mathbf{n} также ориентируется вдоль искажённой стороны треугольной решётки [24], поэтому ниже T_{N2} можно ожидать образование трёх кристаллографических доменов и, следовательно, шести магнитных доменов: три домена с ориентацией \mathbf{n} вдоль $[110]$, $[010]$ и $[100]$ (далее обозначенные в тексте как “А”, “В” и “С”), и три домена с противоположными ориентациями \mathbf{n} .

Результаты экспериментов по неупругому рассеянию нейтронов [26] показали, что магнитная структура в CuCrO_2 , близкая к 120° -градусной, определяется сильным антиферромагнитным обменным взаимодействием между магнитными моментами соседних ионов Cr^{3+} , лежащих в одной треугольной плоскости; величина константы обменного взаимодействия составляет $J_{ab} = 2.3$ мэВ. Межплоскостное взаимодействие фрустрировано и на два порядка слабее внутривплоскостного, поэтому этот магнетик квазидвумерный.

Одновременно с установлением трёхмерного магнитного порядка в CuCrO_2 возникает спонтанная электрическая поляризация \mathbf{P} , величина и направление которой связаны с магнитной структурой [13, 14]. Результаты экспериментов по непосредственному измерению величины электрической поляризации, представленные в этих работах, демонстрируют зависимость величины P от величины и направления внешнего магнитного поля \mathbf{H} . В

нулевом магнитном поле величина электрической поляризации составляет 120-130 мкКл/м².

В работе обсуждается экспериментальное исследование влияния внешнего электрического поля на спектр электронного спинового резонанса в CuCrO₂ при ориентации магнитного поля $\mathbf{H} \parallel [1\bar{1}0]$, т.е. параллельно спиновой плоскости. Обнаружен и изучен сдвиг спектра электронного спинового резонанса в данном магнетике в присутствии электрического поля на различных частотах и при различных величинах внешнего электрического поля. Так как сдвиг резонансного поля H_R на исследуемых частотах в экспериментально достижимых полях мал по сравнению с шириной линии резонансного поглощения, использовался модуляционный метод, описание которого дано в первой главе диссертации. К образцу одновременно прикладывались постоянное электрическое поле \mathbf{E}_0 и переменное электрическое поле $\tilde{\mathbf{E}}$. Постоянное поле \mathbf{E}_0 прикладывалось для того, чтобы в образце присутствовали только домены с энергетически выгодными направлениями вектора электрической поляризации. В экспериментах изучалась осциллирующая при приложении переменного электрического поля $\tilde{\mathbf{E}}$ часть проходящего через резонатор сигнала на частоте модуляции $\tilde{\mathbf{E}}$, которая при сдвиге резонансного поля за счет влияния $\tilde{\mathbf{E}}$ пропорциональна производной $\mathcal{P}(H)$.

На Рис. 2(a) представлена зависимость мощности прошедшего через резонатор СВЧ-сигнала \mathcal{P} от внешнего магнитного поля H при $T = 4.2$ К и частоте электромагнитного поля $\nu = 42.2$ ГГц. Линия поглощения в меньших полях соответствует резонансному поглощению в домене “А”, широкая линия поглощения в больших полях соответствует поглощению в доменах “В” и “С”. На Рис. 2(b) представлены зависимости осциллирующей части СВЧ-сигнала $\tilde{\mathcal{P}}$ от внешнего магнитного поля H , измеренные с помощью синхронного детектирования на частоте модуляции электрического поля $\tilde{\mathbf{E}}$. Чёрная и серая кривые на Рис. 2(b) соответствуют $\tilde{\mathcal{P}}(H)$, измеренным при

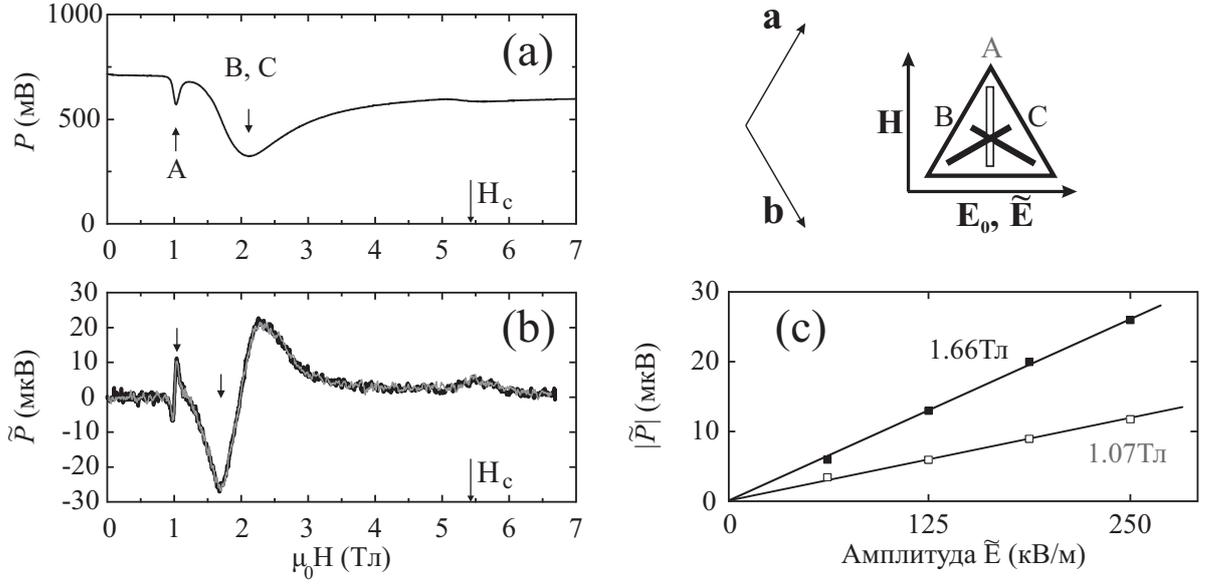


Рис. 2: (а) Полевая зависимость мощности прошедшего через резонатор СВЧ-сигнала \mathcal{P} . (б) Полевые зависимости амплитуды осцилляций прошедшего СВЧ-сигнала $\tilde{\mathcal{P}}$, измеренные методом синхронного детектирования на частоте модуляции \tilde{E} . Величина постоянного электрического поля $E_0 = +500$ кВ/м, амплитуда переменного электрического поля $\tilde{E} = 250$ кВ/м. Серая и чёрная кривые соответствуют противоположным направлениям магнитного поля \mathbf{H} . (с) Зависимости $|\tilde{\mathcal{P}}|$ от амплитуды переменного электрического поля \tilde{E} , измеренные в экстремумах $\mu_0 H = 1.07$ Тл (открытые символы) и $\mu_0 H = 1.66$ Тл (чёрные символы), $E_0 = +500$ кВ/м. $\mathbf{H} \parallel |1\bar{1}0|$, $\nu = 42.2$ ГГц, $T = 4.2$ К. На вставке схематически показана ориентация внешнего магнитного поля по отношению к спиновым плоскостям в доменах “А”, “В” и “С”.

противоположных знаках магнитного поля \mathbf{H} . С точностью, доступной в эксперименте, чёрная и серая кривые совпадают, что показывает, что $\tilde{\mathcal{P}}(H)$ не зависит от знака внешнего магнитного поля \mathbf{H} . Опорный сигнал находился в фазе с $\tilde{\mathbf{E}}$. Форма сигнала $\tilde{\mathcal{P}}(H)$ повторяет форму производной резонансной кривой $-dP/dH$ – измеренной на той же частоте. Положительный знак $\tilde{\mathcal{P}}(H)$ соответствует сдвигу $\mathcal{P}(H)$ в меньшие поля при приложении положительного $\tilde{\mathbf{E}}$. Рис. 2(с) демонстрирует пропорциональность сигнала $\tilde{\mathcal{P}}$, измеренного в точках экстремумов $\mu_0 H = 1.07$ Тл (открытые символы) и $\mu_0 H = 1.66$ Тл (чёрные символы), амплитуде переменного электрического поля $\tilde{\mathbf{E}}$.

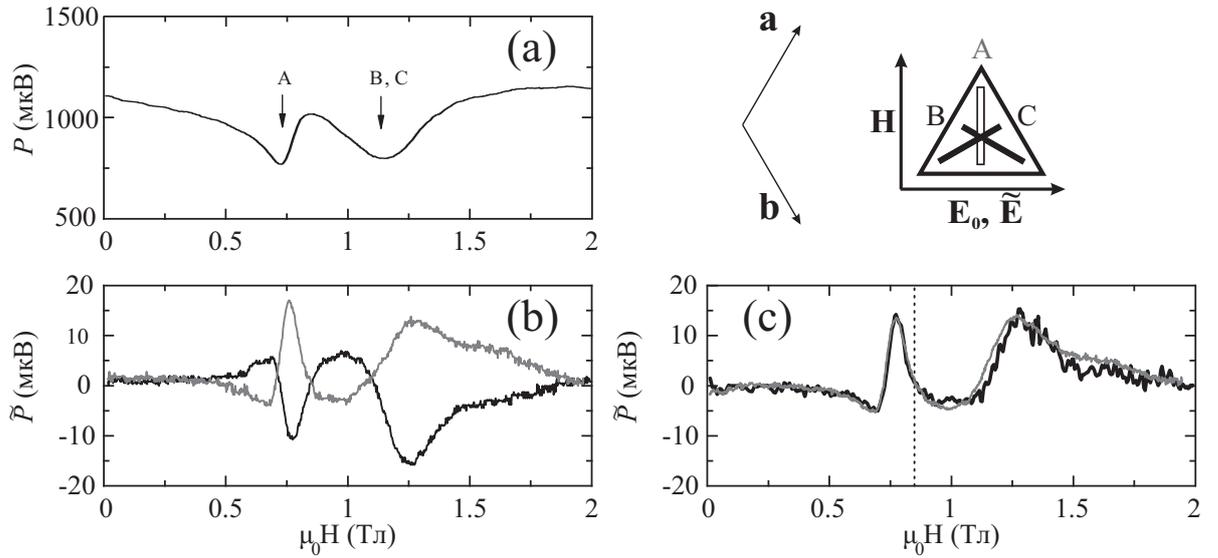


Рис. 3: (а) полевая зависимость $\mathcal{P}(H)$. (б) отклики резонансной кривой на переменное электрическое поле $\tilde{\mathcal{P}}(H)$, измеренные при $E_0 = +500$ кВ/м и $E_0 = -500$ кВ/м, $\tilde{E} = 125$ кВ/м (серая и чёрная кривая соответственно). (с) полевая зависимость полуразности $\tilde{\mathcal{P}}(H, E = \pm 500$ кВ/м). Чёрной кривой показана масштабированная производная резонансной кривой. Для областей полей $\mu_0 H < 0.85$ Тл и $\mu_0 H > 0.85$ Тл использовались два разных масштабирующих коэффициента. $\mathbf{H} \parallel [1\bar{1}0]$, $\nu = 38.6$ ГГц, $T = 4.2$ К. На вставке схематически показана ориентация внешнего магнитного поля по отношению к спиновым плоскостям в доменах “А”, “В” и “С”.

На Рис. 3(а) представлена зависимость мощности прошедшего через резонатор СВЧ-сигнала \mathcal{P} от внешнего магнитного поля H при $T = 4.2$ К и частоте электромагнитного поля $\nu = 38.6$ ГГц. Линия поглощения в меньших полях соответствует поглощению в домене “А”, широкая линия поглощения в больших полях соответствует поглощению в доменах “В” и “С”. На Рис. 3(б) представлены зависимости осциллирующей части СВЧ-сигнала $\tilde{\mathcal{P}}(H)$. Серая кривая соответствует сигналу, записанному при $E_0 = +500$ кВ/м, чёрная – сигналу, записанному при $E_0 = -500$ кВ/м. Из данных, представленных на Рис. 3(б), следует, что знак $\tilde{\mathcal{P}}(H)$ определяется направлением вектора поляризации \mathbf{P} . Форма сигнала $\tilde{\mathcal{P}}(H)$ повторяет форму производной резонансной кривой – $d\mathcal{P}/dH$ – измеренной на той же частоте. На Рис. 3(с) показаны полуразность сигналов $\tilde{\mathcal{P}}(H, E_0 = +500$ кВ/м) и $\tilde{\mathcal{P}}(H, E_0 = -500$ кВ/м) и масштабированная производная резонансной

кривой dP/dH . Здесь использовались два масштабирующих коэффициента – один для области поглощения в домене “А” ($\mu_0 H < 0.85$ Тл), другой – для области поглощения в доменах “В” и “С”.

В результате экспериментов было продемонстрировано, что величина сдвига резонансного поля H_R зависит от частоты СВЧ-излучения, на которой проводятся измерения, пропорциональна величине приложенного поля и не зависит от знака внешнего магнитного поля, а направление сдвига H_R зависит от ориентации вектора \mathbf{P} в образце. Ожидаемые сдвиги резонансного поля H_R на различных частотах были вычислены в рамках феноменологической теории в работе [19], что позволяет получить из экспериментальных данных, представленных на Рис. 2 и Рис. 3 величину электрической поляризации в образце. Вычисленное таким образом значение $P = 110 \pm 15$ мкКл/м² согласуется со значением $P = 120$ мкКл/м², полученным в экспериментах по непосредственному измерению электрической поляризации в CuCrO_2 [14]. Таким образом, теоретическое предсказание находится в согласии с результатами экспериментов.

Третья глава посвящена экспериментальному и теоретическому изучению влияния электрического поля на магнитную структуру LiCuVO_4 . LiCuVO_4 является представителем семейства фрустрированных квазиодномерных магнетиков со спином $S = 1/2$. Кристаллическая решётка LiCuVO_4 принадлежит пространственной группе $Im\bar{3}m$, магнитные ионы Cu^{2+} в кислородном окружении формируют цепочки вдоль кристаллографической оси \mathbf{b} кристалла. Взаимодействие между спинами ближайших ионов J_1 – ферромагнитное, а между спинами следующих за ближайшими J_2 – антиферромагнитное [29]. В результате экспериментов по упругому рассеянию нейтронов [30] было обнаружено, что ниже температуры магнитного упорядочения ($T < T_N = 2.3$ К) в данном магнетике реализуется несоизмеримая планарная структура в полях $\mu_0 H < 6.5$ Тл с волновым вектором $\mathbf{k}_{ic} = (0, 0.532, 0)$. Спиновая плоскость структуры при $H = 0$ лежит

в кристаллографической плоскости ab . При приложении магнитного поля в плоскости ab , вследствие анизотропии магнитной восприимчивости происходит спин-переориентационный переход при $H_{sf} = 2.5$ Тл, и спиновая плоскость становится перпендикулярной внешнему магнитному полю. Измерения электрической поляризации в LiCuVO_4 [15, 16] показали, что одновременно с магнитным упорядочением в образце возникает электрическая поляризация, на величину и направление которой можно влиять приложением внешнего магнитного поля. В работе обсуждается низкочастотная магнитная динамика LiCuVO_4 в присутствии электрического поля, которая была изучена экспериментально методом электронного спинового резонанса. С помощью модуляционного метода был обнаружен сдвиг спектра ЭСР. Для описания статических свойств магнитной структуры был проведён симметричный анализ в низкополевой упорядоченной фазе. Магнитная динамика была описана в рамках феноменологической теории низкочастотной динамики магнетиков Андреева-Марченко [31].

К образцу одновременно прикладывались постоянное электрическое поле \mathbf{E}_0 и переменное электрическое поле $\tilde{\mathbf{E}}$. Постоянное поле \mathbf{E}_0 прикладывалось для электрической монодоменизации образца. В экспериментах изучалась осциллирующая при приложении переменного электрического поля $\tilde{\mathbf{E}}$ часть проходящего через резонатор сигнала на частоте модуляции $\tilde{\mathbf{E}}$.

Полевые зависимости прошедшего через резонатор СВЧ-сигнала $\mathcal{P}(H)$ и осциллирующей части мощности прошедшего через резонатор СВЧ-сигнала $\tilde{\mathcal{P}}(H)$ представлены на Рис. 4(a) и (b). Измерения проводились на частоте $\nu = 36.2$ ГГц при температуре $T = 1.3$ К, постоянное магнитное поле \mathbf{H} было направлено вдоль оси \mathbf{b} . Записи, полученные при $E_0 = +625$ кВ/м и -625 кВ/м, показаны на Рис. 4(b) серой и чёрной кривыми соответственно. Амплитуда переменного электрического поля \tilde{E} составляла 375 кВ/м. Из экспериментальных данных можно получить величину

сдвига резонансного поля $\mu_0\Delta H = 36 \times 10^{-4}$ Тл. Зависимости величин $\tilde{\mathcal{P}}$ от величин постоянного и переменного электрических полей E и \tilde{E} на частоте 36.2 ГГц, измеренных при $\mu_0 H = 0.57$ Тл, т.е., в точке экстремума, представлены на Рис. 4(с) и Рис. 4(d). Повышение точности измерения $\tilde{\mathcal{P}}$ достигалось увеличением времени интегрирования ($\tau = 10$ с) синхронного усилителя. На Рис. 4(с) показана зависимость $\tilde{\mathcal{P}}$ от величины постоянного электрического поля E_0 , амплитуда переменного электрического поля \tilde{E} при этом составляла 375 кВ/м. Порядок переключения постоянного электрического поля E_0 показан на графике стрелками. Из графика видно, что величина $\tilde{\mathcal{P}}$ насыщается при $|E_0| > 400$ кВ/м, что означает, что при полях, бóльших 400 кВ/м, образец в основном монодоменный. Рис. 4(d) демонстрирует линейность $\tilde{\mathcal{P}}$ по амплитуде переменного электрического поля при $E_0 = \pm 625$ кВ/м, т.е., в полностью монодоменном образце.

Для описания экспериментальных результатов был проведён симметричный анализ магнитной структуры LiCuVO_4 . Определены возможные магнитные структуры. Для структуры, идентифицированной в результате экспериментов по упругому рассеянию нейтронов [30], были получены возможные анизотропные слагаемые в энергии магнитной структуры. Установлена связь между магнитным параметром порядка и возникающей в LiCuVO_4 электрической поляризации. Было показано, что во внешнем электрическом поле возникают следующие релятивистские слагаемые в потенциальной энергии магнитной структуры, где \mathbf{n} – единичный вектор нормали к спиновой плоскости, который определяет направление вращения спинов в спиновой плоскости:

$$U = -\lambda_1 n_c E_a - \lambda_2 n_a E_c, \quad (1)$$

что означает, что в антиферромагнитной фазе возникают две компоненты

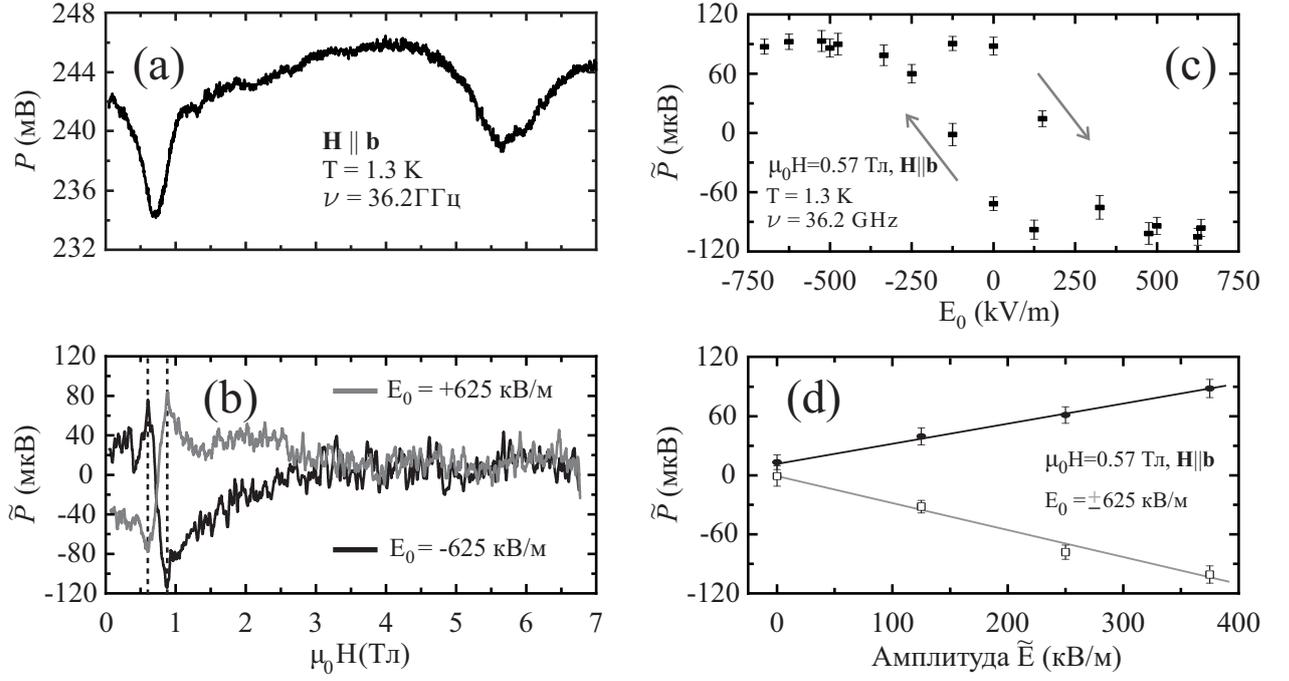


Рис. 4: (a) и (b) Зависимости $\mathcal{P}(H)$ и $\tilde{\mathcal{P}}(H)$, измеренные при $E_0 = +625$ кВ/м (серая кривая) и $E_0 = -625$ кВ/м (чёрная кривая) на частоте $\nu = 36.2$ ГГц. Амплитуда $\tilde{E} = 375$ кВ/м. (c) Зависимость $\tilde{\mathcal{P}}$ от E_0 при $\mu_0 H = 0.57$ Тл. Стрелки указывают направление, в котором менялась величина E_0 . Амплитуда $\tilde{E} = 375$ кВ/м. (d) Зависимость $\tilde{\mathcal{P}}$ от амплитуды \tilde{E} , измеренная при $E_0 = \pm 625$ кВ/м. $\mathbf{H} \parallel \mathbf{b}$, $\mu_0 H = 0.57$ Тл, $\nu = 36.2$ ГГц, $T = 1.3$ К.

спонтанной электрической поляризации:

$$P_a = \lambda_1 n_c, P_c = \lambda_2 n_a. \quad (2)$$

В рамках феноменологического подхода были изучены статические свойства магнитной системы во внешних магнитном и электрическом полях. Низкочастотная динамика магнитной системы во внешних магнитном и электрическом полях была рассмотрена в рамках феноменологической теории Андреева-Марченко [31]. Частотно-полевая диаграмма, вычисленная в рамках предложенной в работе модели при ориентации поля $\mathbf{H} \parallel \mathbf{b}$, показана на Рис. 5. Зависимости $\nu(H_R)$, вычисленные для $E = 0$, представлены на рисунке сплошными линиями. Зависимость частоты испытывает скачок в поле спин-переориентационного перехода H_{sf} . Зависимости $\nu(H_R)$, вы-

численные для $E = 50$ МВ/м ($\mathbf{E} \parallel \mathbf{a}$), $P_a = 20$ мкКл/м², представлены на рисунке штриховыми линиями. Такая величина электрического поля недостижима в условиях описываемых в данной работе экспериментов, и такое значение было выбрано для того, чтобы наглядно проиллюстрировать влияние E на спектр ЭСР (значение E_a в описанных экспериментах не превосходило 750 кВ/м для избежания электрического пробоя). Из представленной диаграммы видно, что при приложении электрического поля происходит сдвиг спектра ЭСР, и для низкополевой части ветви ν_1 эффект тем выше, чем ближе частота измерений ν к $\nu_1(H = 0) = \nu_{10}$.

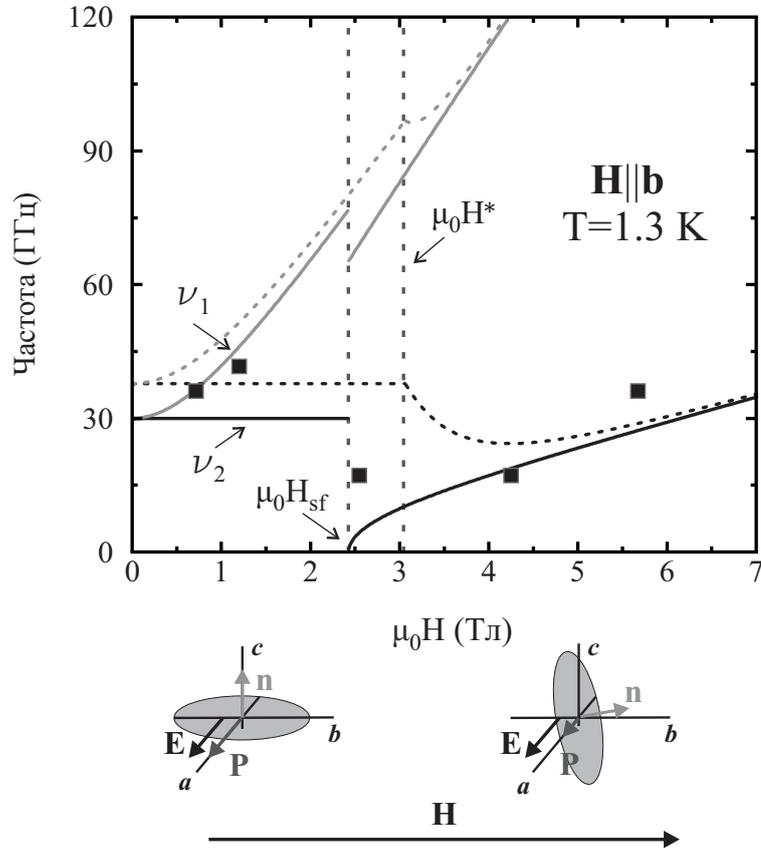


Рис. 5: Частотно-полевые диаграммы, рассчитанные для ориентаций магнитного и электрического полей $\mathbf{H} \parallel \mathbf{b}$ и $\mathbf{E} \parallel \mathbf{a}$ в магнитоупорядоченной фазе. Сплошными линиями показан результат для $\nu_{1,2}(H_R)$ при $E = 0$, штриховыми линиями – $\nu_{1,2}(H_R)$ при $E = 50$ МВ/м, $P_a = 20$ мкКл/м². Квадратами показаны экспериментальные значения $\nu(H_R)$, полученные в данной работе.

Для ориентации полей $\mathbf{H} \parallel \mathbf{b}$, $\mathbf{E} \parallel \mathbf{a}$ сдвиг резонансного поля H_R в

области полей до спин-переориентационного перехода составляет:

$$\Delta H_R(\mathbf{H} \parallel \mathbf{b}) = -\frac{\lambda_1 E_a}{2\chi_{\perp} H_R}, \quad (3)$$

что позволяет сравнить теоретическое предсказание и экспериментальные результаты: согласно результатам описанных в данной работе экспериментов значение λ_1 (P_a) составляет 18 ± 4 мкКл/м², в то время как результаты измерения температурных зависимостей спонтанной электрической поляризации, полученные в работе [16], дают значение $P_a \approx 25$ мкКл/м² (при $T = 2$ К). Более низкое значение P , полученное в описанных здесь экспериментах, объясняется неравномерностью распределения электрического поля в образце.

В результате представленных экспериментов был обнаружен и изучен сдвиг спектра ЭСР в присутствии электрического поля в низкополевой ферроэлектрической магнитной фазе LiCuVO_4 . Для описания статических свойств магнитной системы был проведён симметричный анализ магнитной структуры с волновым вектором, определённым в экспериментах по упругому рассеянию нейтронов [30]. Низкочастотная динамика LiCuVO_4 в магнитном и электрическом полях была рассмотрена в рамках феноменологической теории Андреева-Марченко [31], были рассчитаны частоты ЭСР в присутствии электрического поля. Теоретическое предсказание находится в согласии с экспериментальными результатами. Было показано, что магнитная структура LiCuVO_4 в низкополевой спиральной фазе может контролироваться магнитным и электрическим полями. Магнитное поле управляет ориентацией спиновой плоскости относительно кристаллографических осей, а электрическое поле влияет на направление вращения спинов внутри спиновой плоскости.

В четвёртой главе обсуждаются результаты экспериментального и теоретического изучения низкочастотного спектра ЭСР в магнитоупоря-

доченных фазах минерала линарит ($\text{PbCuSO}_4(\text{OH})_2$). Фрустрированный цепочечный магнетик со спином $S = 1/2$ линарит интересен тем, что отношение величин обменных взаимодействий в нём ($|J_2/J_1| \approx 0.27$) близко к критическому $1/4$ (при котором ожидается полностью поляризованное ферромагнитное состояние), что делает возможным реализацию в этом соединении таких экзотических магнитных структур как фаза волны спиновой плотности, нематическая фаза и даже мультипольные фазы высоких порядков [4–12]. Относительно низкое поле насыщения ($\mu_0 H_{sat} \approx 10$ Тл) позволяет экспериментально изучить это соединение во всей области фазовой диаграммы. Помимо этого, в линарите представлена уникальная температурно-полевая диаграмма, при этом в низкополевой спиральной фазе наблюдается спонтанная электрическая поляризация [17].

Магнитные свойства линарита анизотропны [20, 32, 33]: фазовая диаграмма существенно зависит от направления магнитного поля. В работе [20] была предложена минимальная анизотропная модель с орторомбической симметрией, там же были приведены оценки соответствующих микроскопических параметров, полученные на основе результатов экспериментов по неупругому рассеянию нейтронов в высокополевой насыщенной фазе.

Кристаллическая решётка линарита принадлежит моноклинной пространственной группе $P2_1/m$, магнитные ионы Cu^{2+} ($S = 1/2$) образуют цепочки вдоль кристаллографической оси \mathbf{b} . Согласно результатам экспериментов по упругому рассеянию нейтронов [34], в нулевом магнитном поле при температуре $T < T_N \approx 2.8$ К в линарите реализуется эллиптическая спиральная структура с волновым вектором $\mathbf{k}_{ic} = (0, 0.189, 1/2)$. При этом спиновая спираль лежит в плоскости xy , где ось \mathbf{y} направлена вдоль кристаллографической оси \mathbf{b} , а ось \mathbf{x} лежит в кристаллографической плоскости ac , образуя угол 27° с осью \mathbf{a} . Ось \mathbf{x} является лёгкой осью для магнитных моментов, ось \mathbf{z} – трудной, а ось \mathbf{y} – средней.

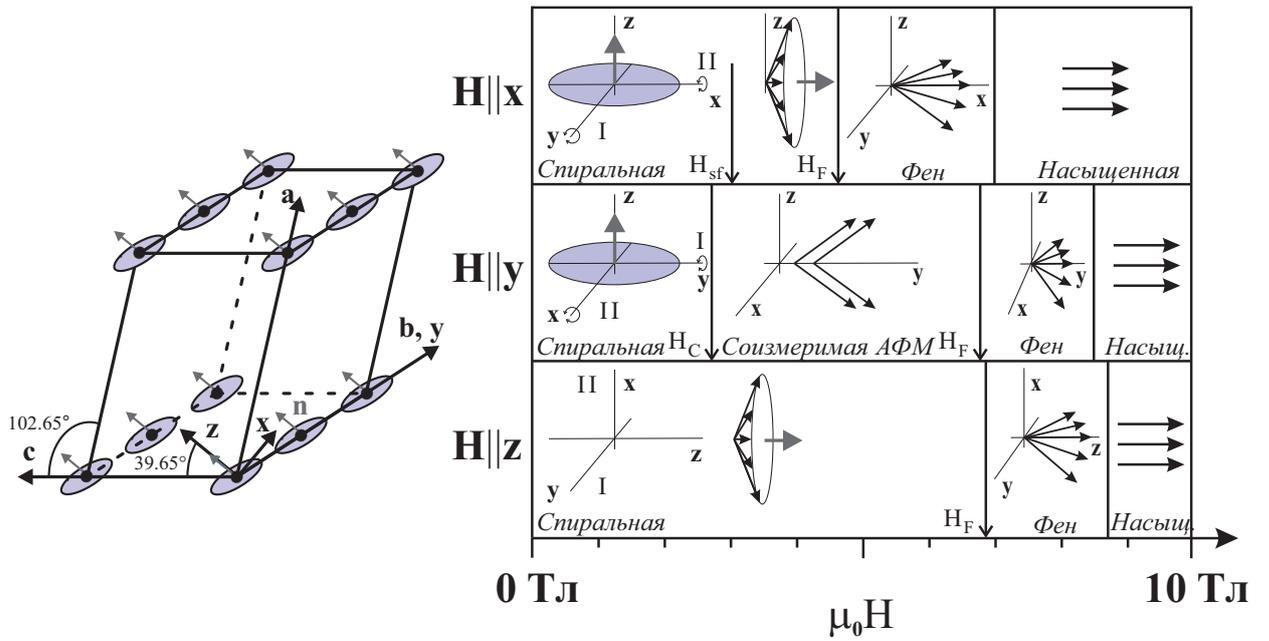


Рис. 6: Слева: Схематическое изображение расположения магнитных ионов Cu^{2+} (кружки) в кристаллографической ячейке. Спиновая плоскость спиральной магнитной структуры в нулевом магнитном поле проиллюстрирована серыми эллипсами. Синими стрелками показано направление вектора нормали к спиновой плоскости \mathbf{n} . Тройка ортогональных векторов \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} – главные оси анизотропии. Трудная ось \mathbf{z} перпендикулярна спиновой плоскости, ось \mathbf{y} совпадает с осью \mathbf{b} . Справа: Диаграмма, иллюстрирующая магнитные структуры, реализующиеся для трёх ориентаций магнитного поля \mathbf{H} при температуре $T = 1.3$ К.

При приложении внешнего магнитного поля в зависимости от его направления и величины в линарите реализуются магнитные структуры, схематически изображённые на Рис. 6. Магнитные фазы и поля переходов приведены в соответствии с результатами, представленными в работах [20, 35]. При приложении магнитного поля в спиральной плоскости вдоль лёгкой оси \mathbf{x} наблюдаемая последовательность фаз (спиновая циклоида – коническая фаза – фен-фаза) соответствует ожидаемой последовательности для магнитных спиральных структур в присутствии двуосной анизотропии [36]. При приложении магнитного поля в другом направлении в плоскости – вдоль средней оси \mathbf{y} – вместо конической фазы реализуется соизмеримая скошенная антиферромагнитная фаза с волновым

вектором $\mathbf{k}_c = (0, 0, 1/2)$. Такая структура на фазовой диаграмме объясняется в работе [20] наличием двуслойной анизотропии, которая конкурирует с фрустрацией обменов внутри цепочек. Фен-фаза (веерная фаза) наблюдается при всех ориентациях поля вблизи поля насыщения. В работе [37] было высказано предположение, что вблизи поля насыщения реализуется фаза волны спиновой плотности, характерная для одномерных цепочек с фрустрированными взаимодействиями. Это предположение основано на специфической температурно-полевой зависимости волнового вектора в высоких полях. Тем не менее, в работе [20] было показано, что нетривиальное поведение полевой зависимости $k_{ic}(H)$ может быть также объяснено действием магнитной анизотропии в рамках фен-фазы. Для разрешения этого вопроса было важно экспериментально изучить спектры ЭСР и определить величины параметров анизотропии в линарите.

В данной работе представлены экспериментальные результаты изучения низкочастотной спиновой динамики в линарите методом ЭСР. Метод ЭСР имеет высокое энергетическое разрешение, что позволяет получить малые значения параметров анизотропии. Резонансные частоты и их полевые зависимости в планарной несоизмеримой структуре были проанализированы в рамках макроскопического подхода. Анализ магнитной структуры в соизмеримой фазе в рамках микроскопической модели был проведён М. Е. Житомирским с использованием спин-волновой теории, результаты представлены в Приложении А диссертации. Были получены основные параметры двуионной анизотропии. Результаты экспериментов могут быть интерпретированы в рамках фаз, представленных на Рис. 6.

На верхней панели Рис. 7 представлена частотно-полевая диаграмма для ориентации поля $\mathbf{H} \parallel \mathbf{y}$. Для получения данных использовались различные методы и экспериментальные установки, в связи с этим эти данные представлены для различных температур: $T = 0.5$ К, $T = 1.3$ К и $T = 1.8$ К. Аномалии, соответствующие фазовым переходам из спираль-

ной в соизмеримую скошенную антиферромагнитную фазу и из антиферромагнитной фазы в фен-фазу были хорошо видны на зависимостях $\mathcal{P}(H)$ для различных частот. Поля этих аномалий показаны открытыми символами и вертикальными линиями. Значения полей насыщения, показанные на диаграмме, взяты из работы [35]. Резонансные поля для различных частот показаны на диаграмме сплошными символами (для $T = 0.5$ и $T = 1.3$ К) и вытянутыми символами (для $T = 1.8$ К).

Резонансные линии, измеренные с помощью квазиоптического метода, имеют сложную форму, отличную от лоренцевой, по этой причине на диаграмме вытянутыми символами отображены целые области, в которых наблюдались особенности на зависимостях $\mathcal{P}(H)$. В области малых полей $H < H_C$ в линарите реализуется несоизмеримая спиральная магнитная структура [37]. Для ориентации поля $\mathbf{H} \parallel \mathbf{y}$ наблюдалась только одна ветвь, растущая с полем, обозначенная как ‘I’ на диаграмме. Энергетическая щель этой ветви $\nu_1(H = 0) \equiv \nu_{10} = 73$ ГГц при $H = 0$. Ветвь ‘II’ с щелью $\nu_2(H = 0) \equiv \nu_{20} = 114$ ГГц, обнаруженная при ориентациях поля $\mathbf{H} \parallel \mathbf{x}, \mathbf{z}$, не наблюдалась. Это связано с тем, что в ориентации $\mathbf{H} \parallel \mathbf{y}$ эта ветвь слабо зависит от поля. В диапазоне полей $H_C < H < H_F$, где реализуется соизмеримая скошенная антиферромагнитная структура, были обнаружены две интенсивные линии резонансного поглощения: растущая с полем ветвь ‘IV’ и падающая ветвь ‘V’, характерные для соизмеримой двухподрешёточной структуры. Вычисленный спектр показан на диаграмме сплошными чёрными линиями. Для аппроксимации были выбраны величины обменных интегралов, полученные в результате экспериментов по упругому рассеянию нейтронов в насыщенной фазе [20]. В насыщенной фазе интерпретация результатов упрощена из-за отсутствия квантовых флуктуаций. На нижней панели Рис. 7 показана характерная запись $\mathcal{P}(H)$, измеренная на частоте $\nu = 77.68$ ГГц при $T = 1.3$ К, серыми пунктирными линиями показаны поля фазовых переходов. Также в полях $H > H_C$

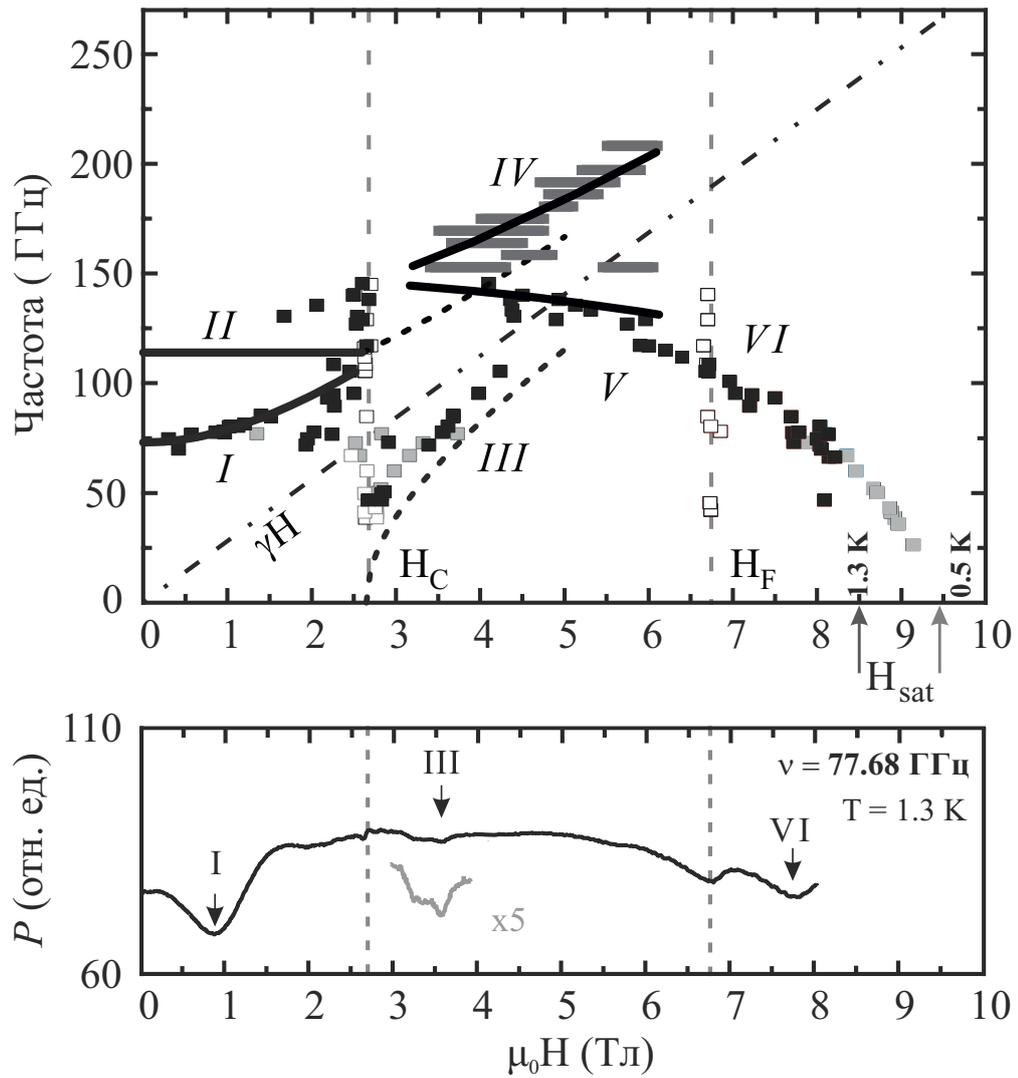


Рис. 7: Верхняя панель: Частотно-полевая диаграмма для $\mathbf{H} \parallel \mathbf{y}$. Частоты ЭСР, соответствующие линиям поглощения, измеренным при разных температурах, показаны разными символами (серые символы – $T = 0.5$ К, чёрные символы – $T = 1.3$ К, вытянутые символы – $T = 1.8$ К). Открытые символы соответствуют полям переходов, полученным в измерениях. Сплошные чёрные кривые показывают теоретические зависимости $\nu(H)$, рассчитанные для спиральной и соизмеримой скошенной антиферромагнитных фаз. Чёрные штриховые линии показывают теоретические зависимости спектра для спиральной опрокинутой фазы. Штрих-пунктирная линия показывает зависимость $\nu(H)$ в парамагнитном состоянии. Нижняя панель: пример зависимости $\mathcal{P}(H)$ на частоте $\nu = 77.68$ ГГц при $T = 1.3$ К. Серыми пунктирными линиями показаны поля фазовых переходов.

были обнаружены дополнительные линии поглощения (ветвь ‘III’). Интенсивность этих линий уменьшается с полем, а при $\mu_0 H \sim 4$ Тл эти линии пропадают. Предположительно, ветвь ‘III’ соответствует поглощению

в части образца, в которой продолжает реализовываться спиральная фаза после спин-переориентационного перехода. Действительно, расчётное поле спин-переориентационного перехода для ориентации $\mathbf{H} \parallel \mathbf{y}$ составляет $\mu_0 H_{sf}^y = 2.8 \pm 0.2$ Тл, что близко к значению поля перехода в соизмеримую фазу $\mu_0 H_C = 2.7$ Тл. Теоретическая зависимость $\nu(H)$ для спиральной опрокинутой фазы в полях $\mu_0 H > 2.8$ Тл показана на Рис. 7 чёрными штриховыми линиями. Для проверки факта сосуществования спиральной опрокинутой и соизмеримой фаз были проведены измерения угловых зависимостей линий резонансного поглощения, соответствующих ветви ‘III’. Угловая зависимость резонансного поля ветви ‘III’ удовлетворительно объясняется в рамках спиральной структуры, поэтому можно предположить, что в полях $2.5 \text{ Тл} < \mu_0 H < 4.5 \text{ Тл}$ соизмеримая и спиральная фазы сосуществуют.

Спадающая с полем ветвь ‘V’, наблюдаемая в соизмеримой фазе, плавно переходит в ветвь ‘VI’ в высоких полях, близких к полю насыщения H_{sat} . Частотно-полевая зависимость для линарита, измеренная при $T = 0.5$ К (серые символы на диаграмме $\nu-H$) может быть экстраполирована к нулю в поле насыщения H_{sat} . Такое поведение частотной зависимости спектра ЭСР характерно для планарной магнитной структуры, в этом случае зануляющаяся ветвь соответствует колебаниям спиновой плоскости вокруг вектора \mathbf{H} . Такой фазой может быть фен-фаза, предложенная в работе [20]. Наблюдение спадающей ветви ‘VI’, зануляющейся в $H = H_{sat}$ не может быть объяснено в рамках реализации коллинеарной фазы волны спиновой плотности, предложенной в работе [37].

В результате исследования магнитной структуры линарита методом ЭСР была получена величина анизотропии восприимчивости магнитной структуры. Спиральная структура характеризуется восприимчивостью при приложении магнитного поля $\mathbf{H} \parallel \mathbf{n}$ (χ_{\parallel}) и восприимчивостью при приложении магнитного поля $\mathbf{H} \perp \mathbf{n}$ (χ_{\perp}); для магнитной структуры линарита

результаты эксперимента дают значение $\chi_{\parallel}/\chi_{\perp} = 1.85 \pm 0.1$. Как показали результаты анализа, проведённого в рамках микроскопической модели, теоретическое значение параметра анизотропии восприимчивости чувствительно к величине междоузельного взаимодействия, что показывает важность его учёта в рамках модели. Используя полученные спектры ЭСР в спиральной и коллинеарной фазе можно получить параметры двуионной анизотропии в линарите.

Приведённые здесь результаты измерений не позволяют утверждать наличие или отсутствие мультипольных состояний в линарите, однако область их возможного существования существенно ограничивается. Наблюдаемые в высокополевой фазе спектры ЭСР свидетельствуют в пользу того, что состояние магнитной структуры вблизи поля насыщения может быть идентифицировано как фен-фаза, а не фаза волны спиновой плотности, предложенная в работе [37].

В **заключении** перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

Публикации автора по теме диссертации: Основные результаты по теме диссертации опубликованы в следующих работах:

- A1. *S. K. Gotovko, T. A. Soldatov, L. E. Svistov, H. D. Zhou* Multiferroicity of CuCrO_2 tested by electron spin resonance. // *Physical Review B*. – 2018. – V. 97. – № 9. – P. 094425.
- A2. *S. K. Gotovko, L. E. Svistov, A. M. Kuzmenko, A. Pimenov, M. E. Zhitomirsky* Electron spin resonance in spiral antiferromagnet linarite: Theory and experiment. // *Physical Review B*. – 2019. – V. 100. – № 17. – P. 174412.
- A3. *S. K. Gotovko, V. I. Marchenko, A. Prokofiev, L. E. Svistov* Dynamics of the multiferroic LiCuVO_4 influenced by electric field. // *Physical Review B*. – 2021. – V. 104. – № 21. – P. 214415.

Литература

1. Kawamura H., Miyashita S. // Journal of the Physical Society of Japan. – 1985. – V. 54. – № 12. – P. 4530.
2. Chubukov A. V., Golosov D. I. // Journal of Physics: Condensed Matter. – 1991. – V. 3. – № 1. – P. 69.
3. Korshunov S. E. // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1986. – V. 19. – P. 5927.
4. Chubukov A. V. // Physical Review B. – 1991. – V. 44. – № 9. – P. 4693.
5. Hikihara T., Kecke L., Momoi T., Furusaki A. // Physical Review B. – 2008. – V. 78. – № 14. – P. 144404.
6. Heidrich-Meisner F., Honecker A., Vekua T. // Physical Review B. – 2006. – V. 74. – № 2. – P. 020403(R).
7. Heidrich-Meisner F., McCulloch I. P., Kolezhuk A. K. // Physical Review B. – 2009. – V. 80. – № 14. – P. 144417.
8. Kecke L., Momoi T., Furusaki A. // Physical Review B. – 2007. – V. 76. – № 6. – P. 060407(R).
9. Sudan J., Lüscher A., Läuchli A. M. // Physical Review B. – 2009. – V. 80. – № 14. – P. 140402(R).
10. Shindou R., Momoi T. // Physical Review B. – 2009. – V. 80. – № 6. – P. 064410.

11. Zhitomirsky M. E., Tsunetsugu H. // *Europhysics Letters*. – 2010. – V. 92. – № 3. – P. 37001
12. Nishimoto S., Drechsler S.-L., Kuzian R., Richter J., van den Brink J. // *Physical Review B*. – 2015. – V. 92. – № 21. – P. 214415.
13. Kimura K., Nakamura H., Ohgushi K., Kimura T. // *Physical Review B*. – 2008. – V. 78. – № 14. – P. 140401(R).
14. Kimura K., Nakamura H., Kimura S., Hagiwara M., Kimura T. // *Physical Review Letters*. – 2009. – V. 103. – № 10. – P. 107201.
15. Schrettle F., Krohns S., Lunkenheimer P., Hemberger J., Büttgen N., Krug von Nidda H.-A., Prokofiev A. V., Loidl A. // *Physical Review B*. – 2008. – V. 77. – № 14. – P. 144101.
16. Yasui Y., Naito Y., Sato K., Moyoshi T., Sato M., Kakurai K. // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 2008. – V. 77. – № 2. – P. 023712.
17. Yasui Y., Sato M., Terasaki I. // *Journal of the Physical Society of Japan*. – V. 80. – № 3. – P. 033707.
18. Пятаков А. П., Звездин А. К. Магнитоэлектрические материалы и мультиферроики. // *Успехи Физических Наук*. – 2012. – Том 182. – № 6. – стр. 593.
19. Марченко В. И. // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. – 2014. – Том 146. – Вып. 6. – стр. 1238.
20. Cemal E., Enderle M., Kremer R. K., Fåk B., Ressouche E., Goff J. P., Gvozdkova M. V., Zhitomirsky M. E., Ziman T. // *Physical Review Letters*. – 2018. – V. 120. – № 6. – P. 067203.
21. Poienar M., Damay F., Martin C., Hardy V., Maignan A., Andre G. // *Physical Review B*. – 2009. – V. 79. – № 11. – P. 014412.

22. Kimura K., Otani T., Nakamura H., Wakabayashi Y., Kimura T. // Journal of the Physical Society of Japan. – 2009. – V. 78. – № 11. – P. 113710.
23. Kadowaki H., Kikuchi H., Ajiro Y. // Journal of Physics: Condensed Matter. – 1990. – V. 2. – № 19. – P. 4485.
24. Soda M., Kimura K., Kimura T., Matsura M., Hirota K. // Journal of the Physical Society of Japan. – 2009. – V. 78. – № 12. – P. 124703.
25. Soda M., Kimura K., Kimura T., Hirota K. // Physical Review B. – 2010. – V. 81. – № 10. – P. 100406(R).
26. Poienar M., Damay F., Martin C., Robert J., Petit S. // Physical Review B. – 2010. – V. 81. – № 10. – P. 104411.
27. Frontzek M., Ehlers G., Podlesnyak A., Cao H., Matsuda M., Zaharko O., Aliouane N., Barilo S. Shiryaev S. V. // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2012. – V. 24. – № 1. – P. 016004.
28. Aktas O., Quirion G, Otani T., Kimura T. // Physical Review B. – 2013. – V. 88. – № 22. – P. 224104.
29. Enderle M., Mukherjee C., Fåk B., Kremer R. K., Broto J.-M., Rosner H., Drechsler S.-L., Richter J., Malek J., Prokofiev A., Assmus W., Pujol S., Raggazzoni J.-L., Rakoto H., Rheinstädter M., Rønnow, H. M. // Europhysics Letters. – 2005. – V. 70. – № 2. – P. 237.
30. Gibson B. J., Kremer R. K., Prokofiev A. V., Assmus W., McIntyre G. J. // Physica B. – 2004. – V. 350. – P. e253.
31. Андреев А. Ф., Марченко В. И. // Успехи Физических Наук. – 1980. – Том 130. – Вып. 1. – Стр. 39.
32. Feng Y., Povarov K. Yu., Zheludev A. // Physical Review B. – 2018. – V. 98. – № 5. – P. 054419.

33. Heinze L., Bastien G., Ryll B., Hoffmann J.-U., Reehuis M., Ouladdiaf B., Bert F., Kermarrec E., Mendels P., Nishimoto S., Drechsler S.-L., Rößler U. K., Rosner H., Büchner B., Studer A. J., Rule K. C., Süllo S., Wolter A. U. B. // *Physical Review B*. – 2019. – V. 99. – № 9. – P. 094436.
34. Willenberg B., Schäpers M., Rule K. C., Süllo S., Reehuis M., Ryll H., Klemke B., Kiefer K., Schottenhamel W., Büchner B., Ouladdiaf B., Uhlarz M., Beyer R., Wosnitza J., Wolter A. U. B. // *Physical Review Letters*. – 2012. – V. 108. – № 11. – P. 117202.
35. Povarov K. Yu., Feng Y., Zheludev A. // *Physical Review B*. – 2016. – V. 94. – № 21. – P. 214409.
36. T. Nagamiya. Helical Spin Ordering. // *Solid State Physics*. – Vol. 20. – PP. 305–411. – New York: Academic Press, 1967.
37. Willenberg B., Schäpers M., Wolter A. U. B., Drechsler S. L., Reehuis M., Hoffmann J. U., Büchner B., Studer A. J., Rule K. C., Ouladdiaf B., Süllo S., Nishimoto S. // *Physical Review Letters*. – 2016. – V. 116. – № 4. – P. 047202. (2016).