

К экзамену по курсу «Физика низкоразмерных систем», 2014 год.

Билеты состоят из одного теоретического вопроса и одной задачи.

Теоретические вопросы:

1. Простейшая реализация метода Монте-Карло для модели Изинга. Вычислить зависимости от температуры полной намагниченности изинговского ферромагнетика на двумерной квадратной решётке и на двумерной треугольной решётке. Сравнить оцениваемые из результатов моделирования температуры упорядочения.
2. Переход Березинского Костерлица-Таулеса. Показать, что существование свободного вихря термодинамически выгодно только выше конечной температуры. Переход Березинского-Костерлица-Таулеса в классическом планарном XY-магнетике и в плёнках сверхтекучего гелия.
3. Одномерная цепочка спинов $1/2$ в XY-модели. Схема построения волновых функций, спектр возбуждений. Представление в виде безспиновых фермионов.
4. XY-модель в магнитном поле. При $T=0$ вычислить восприимчивость в нулевом поле, найти поле насыщения и закон изменения намагниченности вблизи поля насыщения. Вывести полную кривую намагниченности $M(H)$ при нулевой температуре.
5. Двумерный электронный газ. Характерные значения параметров (полей, температур), необходимых для получения двумерного электронного газа. Поведение двумерного электронного газа в квантующем магнитном поле. Квантовый эффект Холла и граничные состояния.

Задачи:

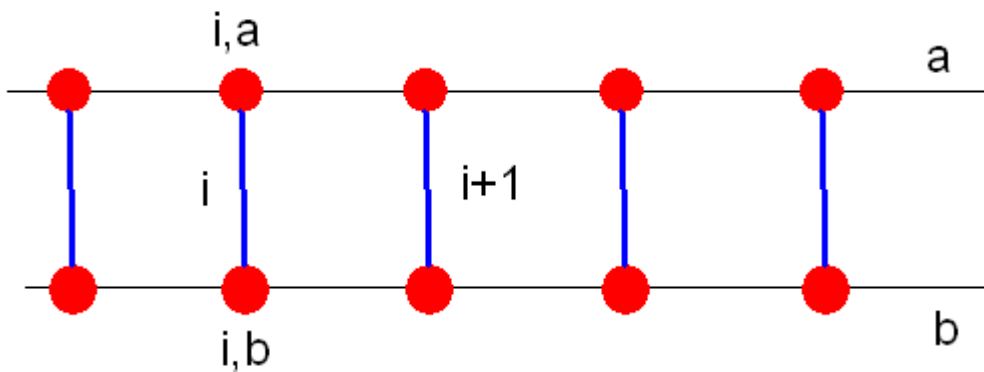
1. В теории возмущений вычислить спектр возбуждений гейзенберговской одномерной цепочки спинов $S=1/2$, состоящей из слабо связанных димеров

$$\hat{H} = \sum_i \vec{S}_{2i} \vec{S}_{2i+1} + j \vec{S}_{2i+1} \vec{S}_{2i+2}, j \ll 1$$



2. В теории возмущений вычислить спектр возбуждений для «спиновой лестницы» в пределе доминирующего взаимодействия на «ступенях»

$$\hat{H} = \sum_i \vec{S}_{i,a} \vec{S}_{i,b} + j (\vec{S}_{i,a} \vec{S}_{i+1,a} + \vec{S}_{i,b} \vec{S}_{i+1,b}), j \ll 1$$



3. Многие вопросы физики твёрдого тела рассматриваются в так называемом приближении невзаимодействующих электронов, когда учитывается лишь взаимодействие электрона с кристаллической решёткой как изменение эффективной массы электрона. Оценить концентрацию носителей для случая двумерного металла, при которой справедливо пренебрежение межэлектронным кулоновским взаимодействием. Для численной оценки взять параметры двумерного электронного газа в кремниевой МОП-структуре: эффективная масса носителя заряда равна 0.19 массы свободного электрона, диэлектрическую проницаемость принять равной 10.
4. Оценить при каких значениях магнитного поля в двумерной электронной системе в квантующем магнитном поле нельзя пренебрегать кулоновским взаимодействием. Оценку провести вычислив отношение характерной энергии кулоновского взаимодействия к энергии Ферми и к расщеплению уровней Ландау. В качестве параметров взять характерные величины для двумерной системы в GaAs (эффективная масса носителей $m=0.067$ свободных электронных масс, диэлектрическая проницаемость 12.5, электронную плотность принять $10^{11} 1/cm^2$).
5. Для одномерного XY-магнетика в высокотемпературном пределе найти первые члены (до $\frac{1}{T^2}$) разложения магнитной восприимчивости для поля направленного вдоль оси Z и перпендикулярно к ней.