

Задачи к лекции 3

Задача 1

В одномерной цепочке с атомами одного сорта спектр упругих волн $\omega = \frac{2s}{a} \left| \sin \frac{ka}{2} \right|$. Эти волны могут быть проквантованы и представлены в виде потока квазичастиц (фононов) с энергией $E = \hbar\omega$ и импульсом $p = \hbar k$. Показать, что фонон с таким спектром не может самопроизвольно распасться на два фонона.

Указание: Проверить, что в процессе $A \rightarrow B + C$, где A, B и C – фононы, невозможно одновременно выполнить законы сохранения энергии и импульса.

Задача 2

В модельной одномерной цепочке, содержащей атомы двух сортов, возбуждены колебания с волновым вектором $k = \pi/(2a)$, где a – период цепочки (расстояние между одинаковыми атомами).

Оказалось, что амплитуды колебаний атомов разных сортов в одной из мод колебаний отличаются в $\sqrt{2}$ раз. Найти отношение масс атомов. В какой ветви спектра реализуется эта ситуация?