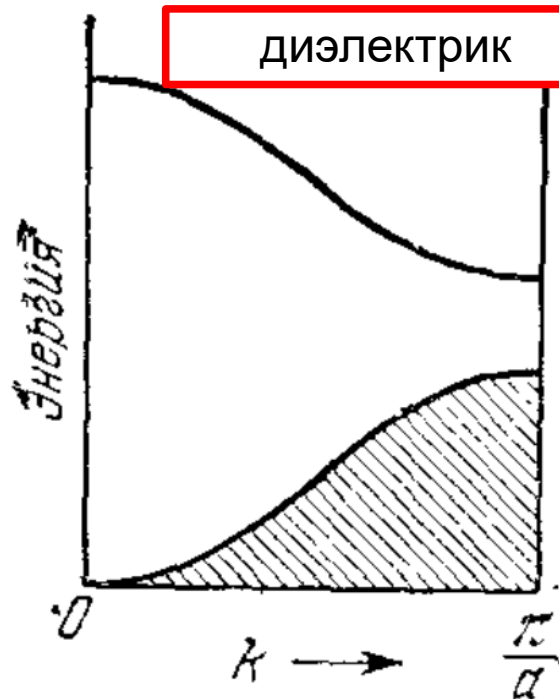


Квантовая макрофизика.

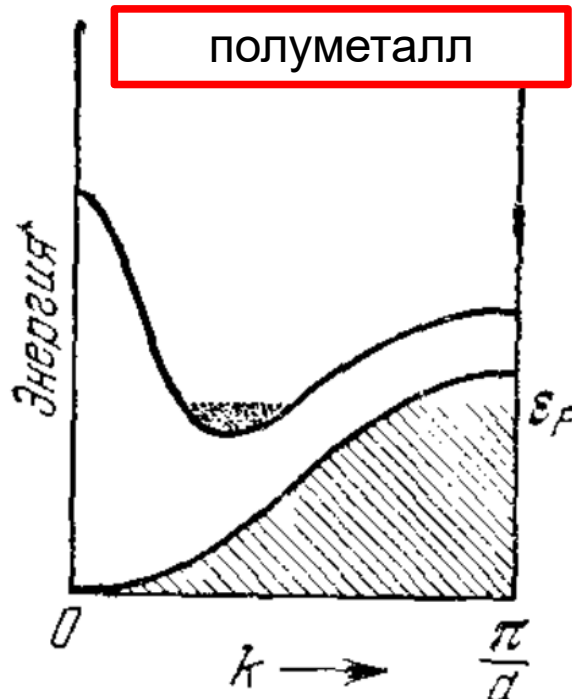
Лекция 6. Объёмные полупроводники.

Часть 1: Чистые полупроводники

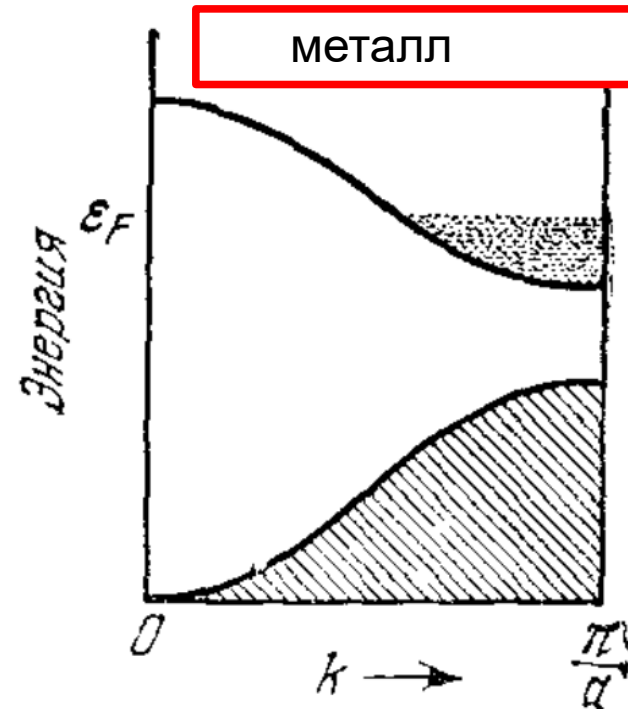
Металл... полуметалл... полупроводник... диэлектрик



а)



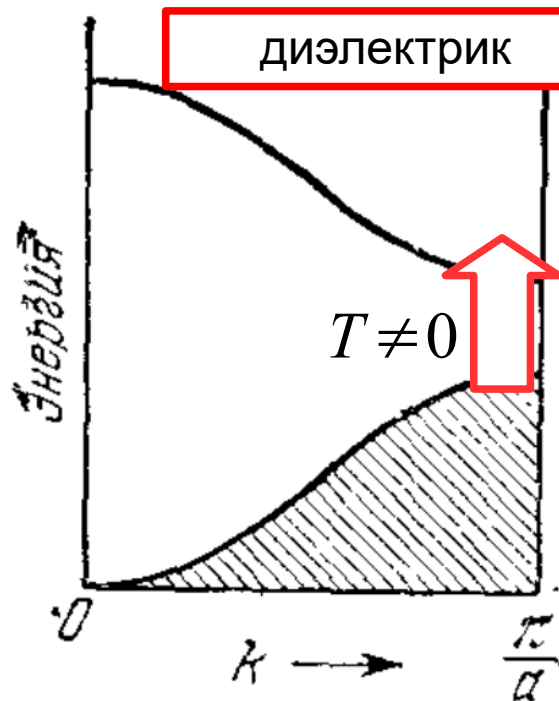
б)



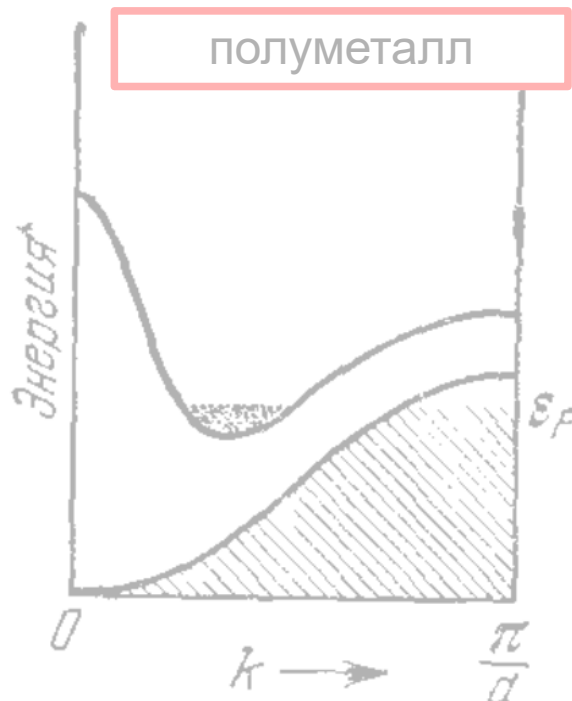
в)

Из книги Киттеля

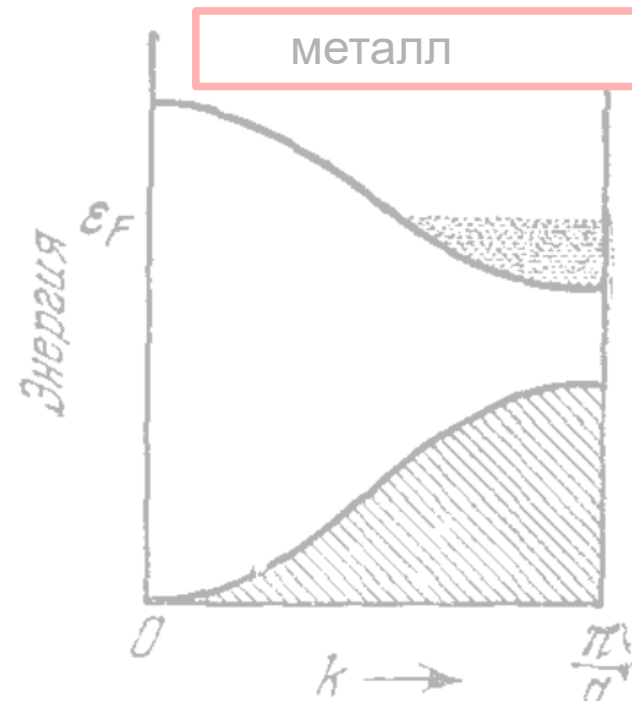
Металл... полуметалл... полупроводник... диэлектрик



а)



б)

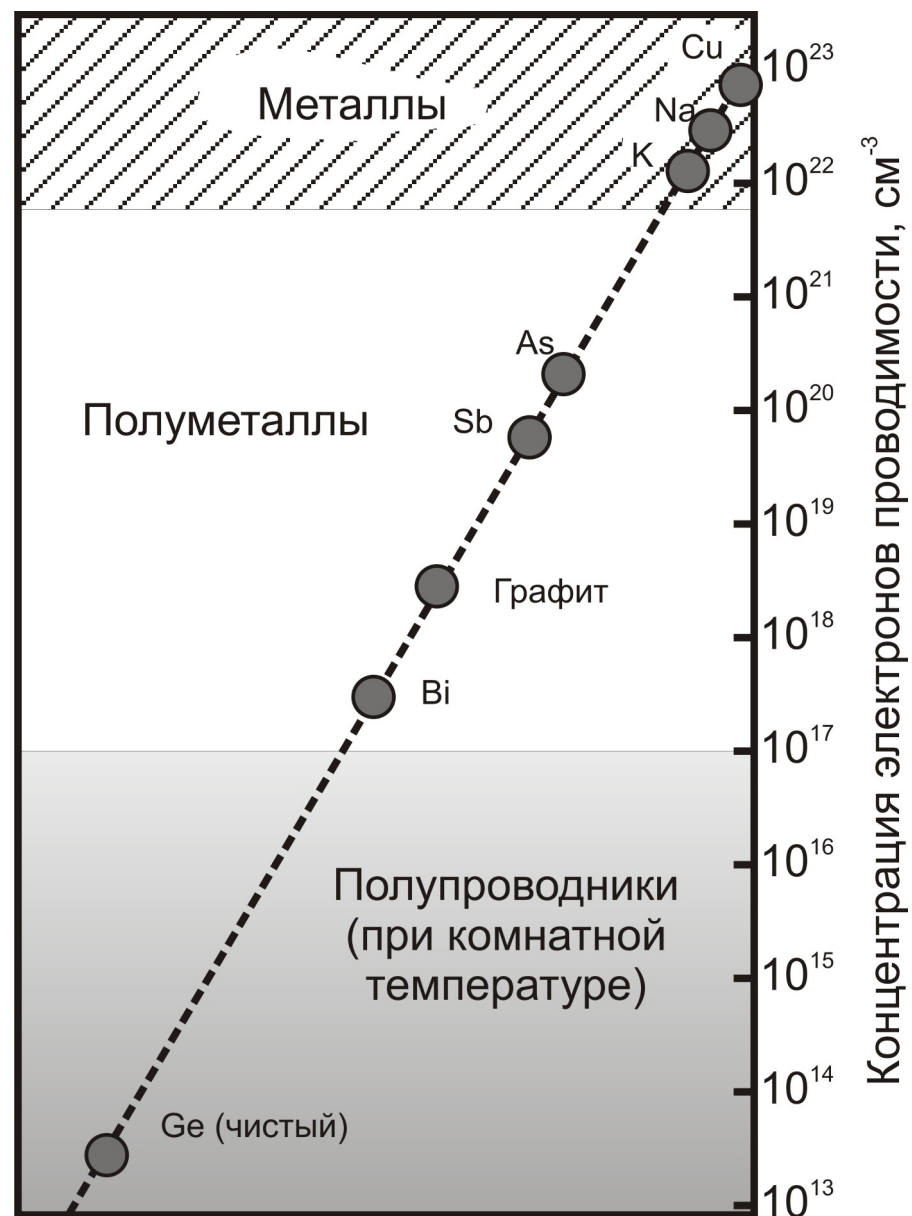
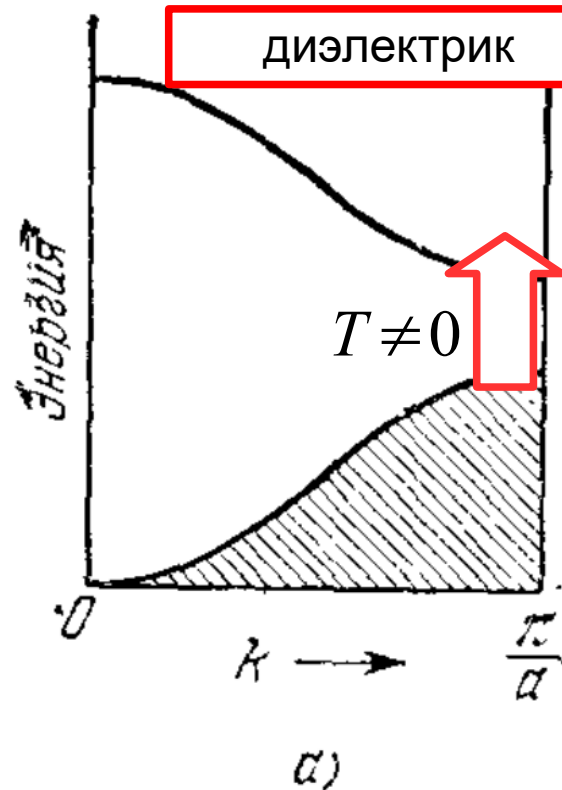


в)

Из книги Киттеля

Металл... полуметалл... полупроводник...

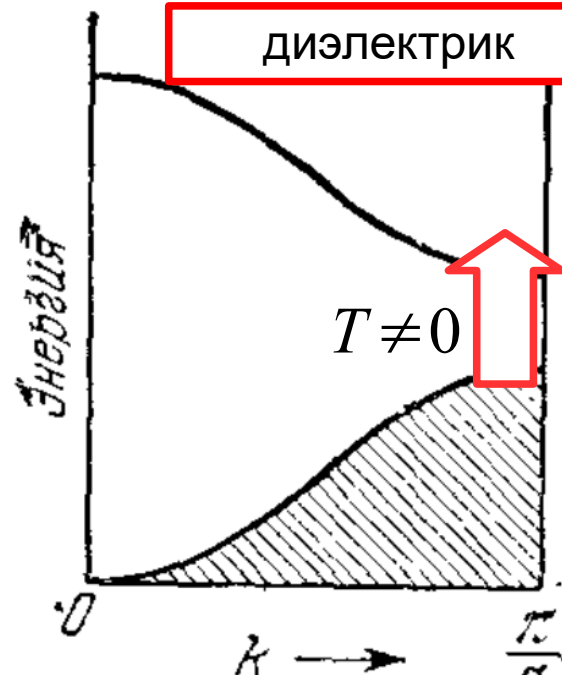
д



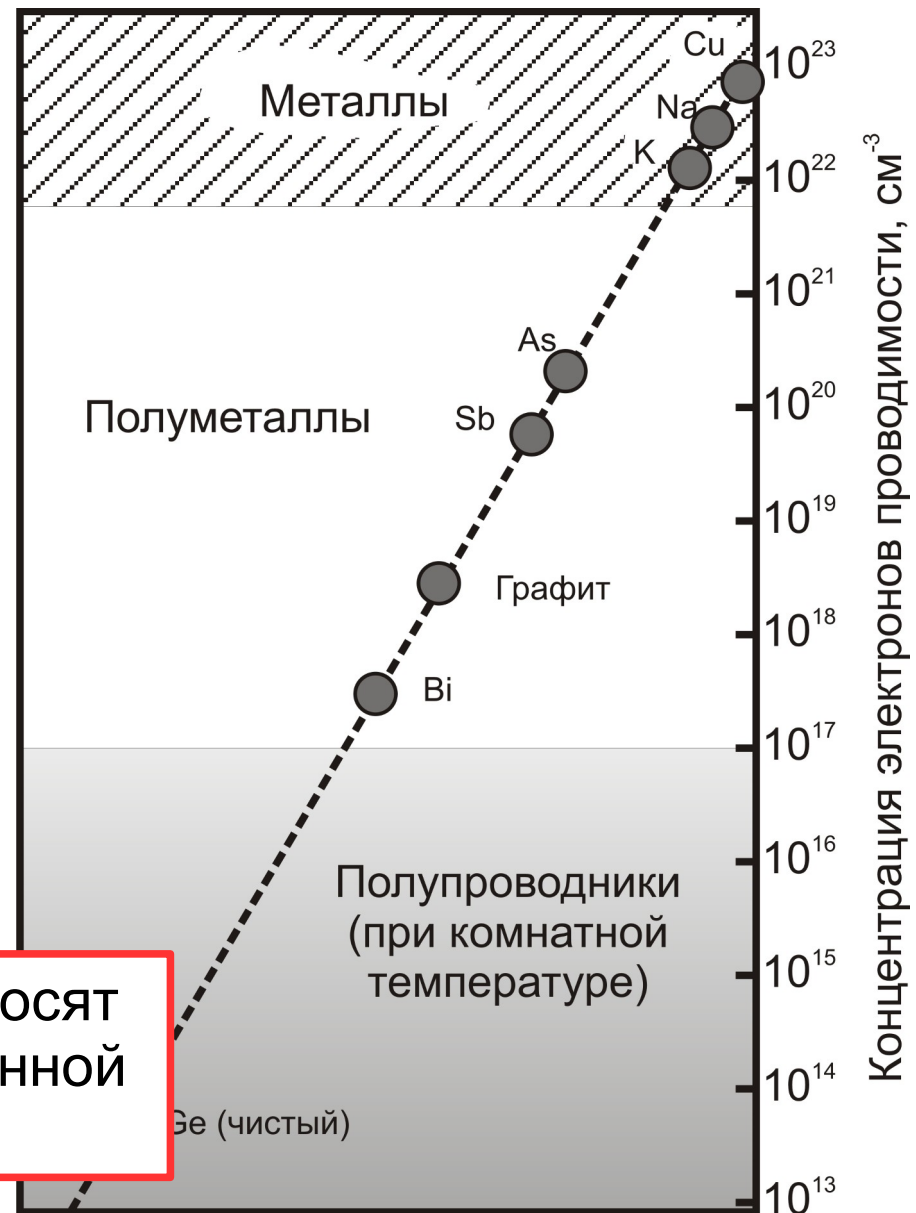
Киттеля

Металл... полуметалл... полупроводник...

д

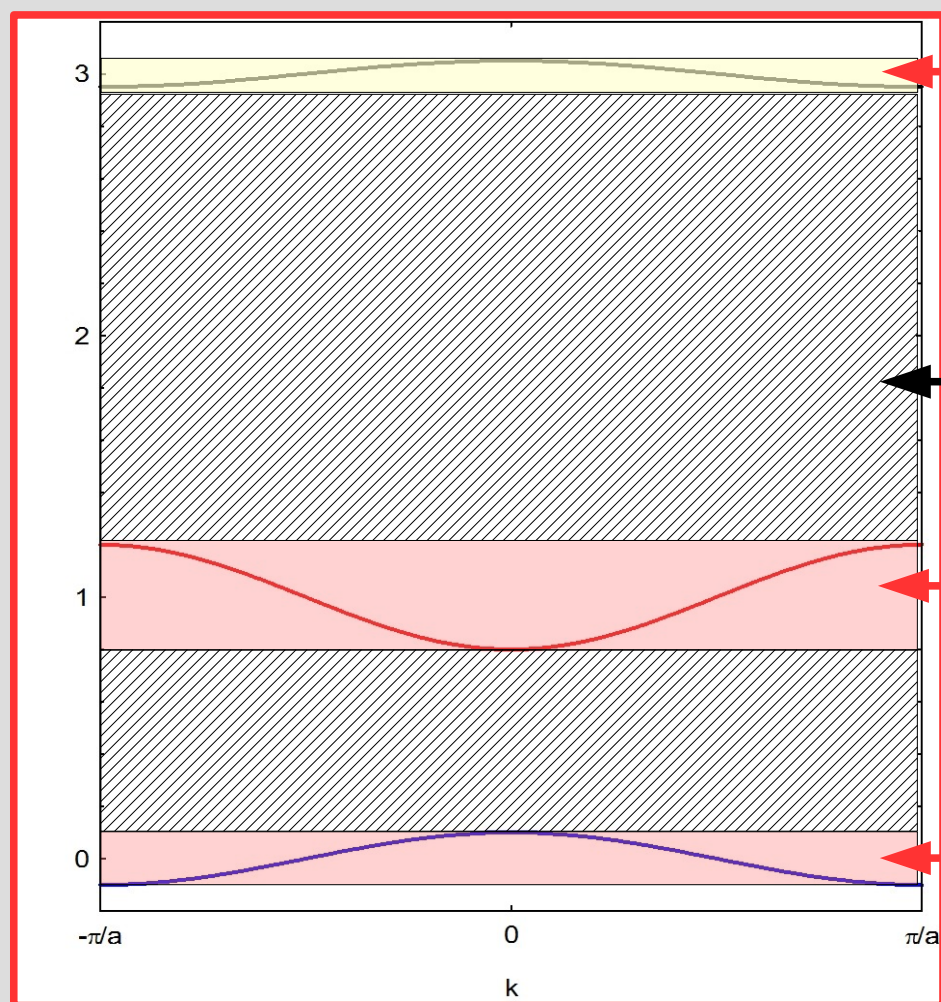


Условно, к полупроводникам относят диэлектрики с шириной запрещённой зоны меньше 3 эВ



Киттеля

Напоминание: Зонная структура полупроводника (диэлектрика)

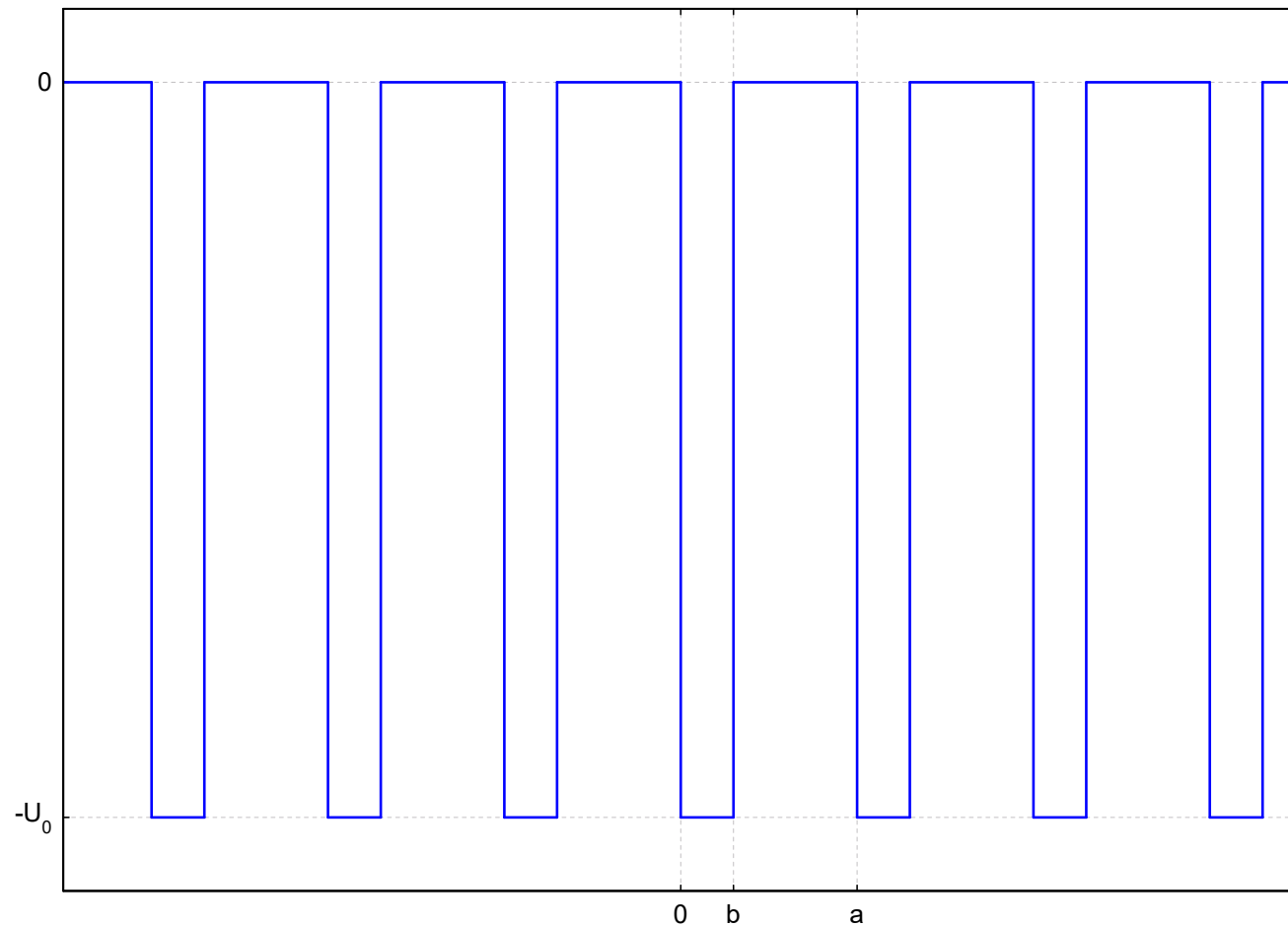


Свободная при $T=0$ зона проводимости

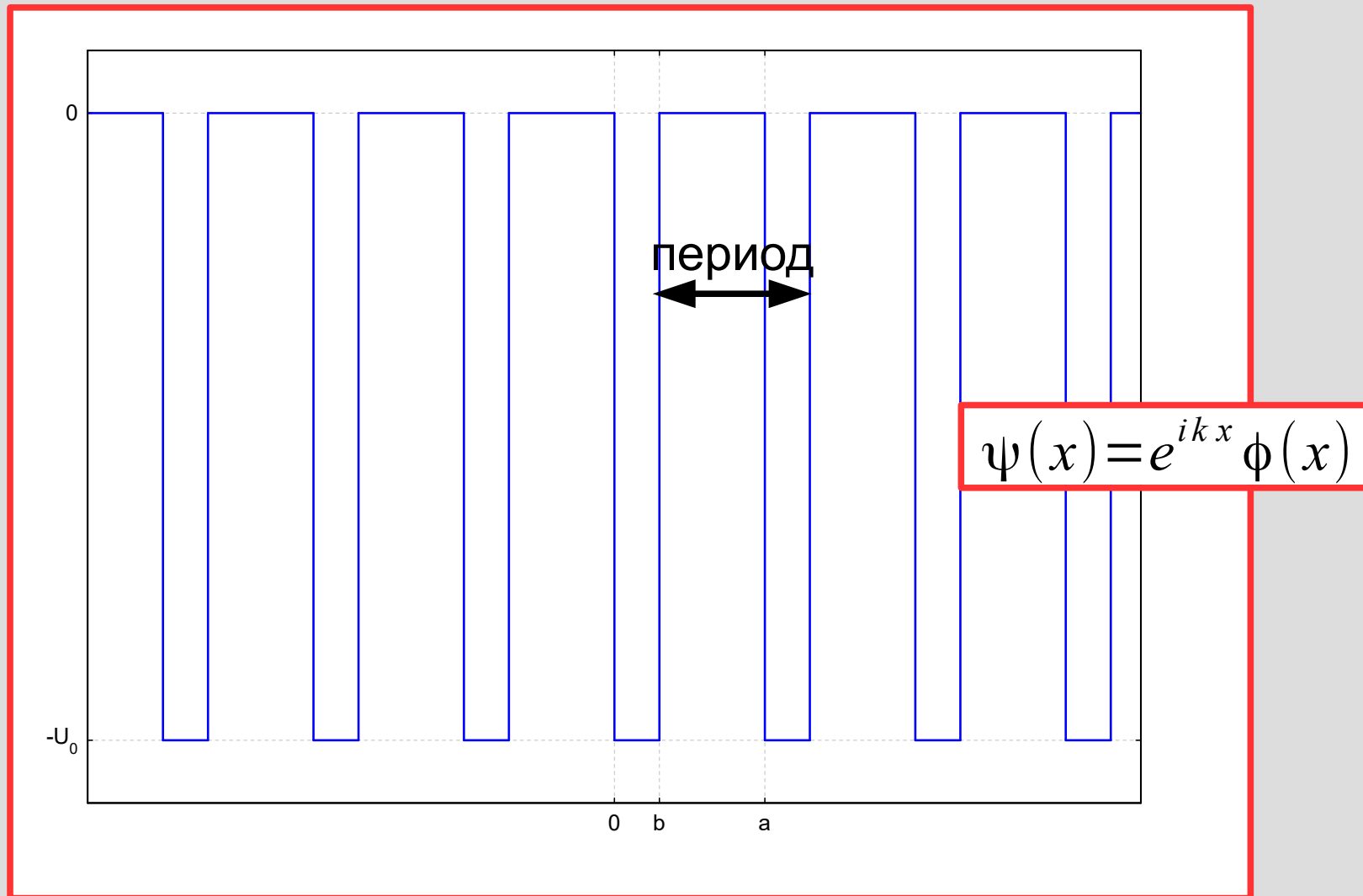
Запрещённая зона

Заполненные при $T=0$ зоны валентные зоны

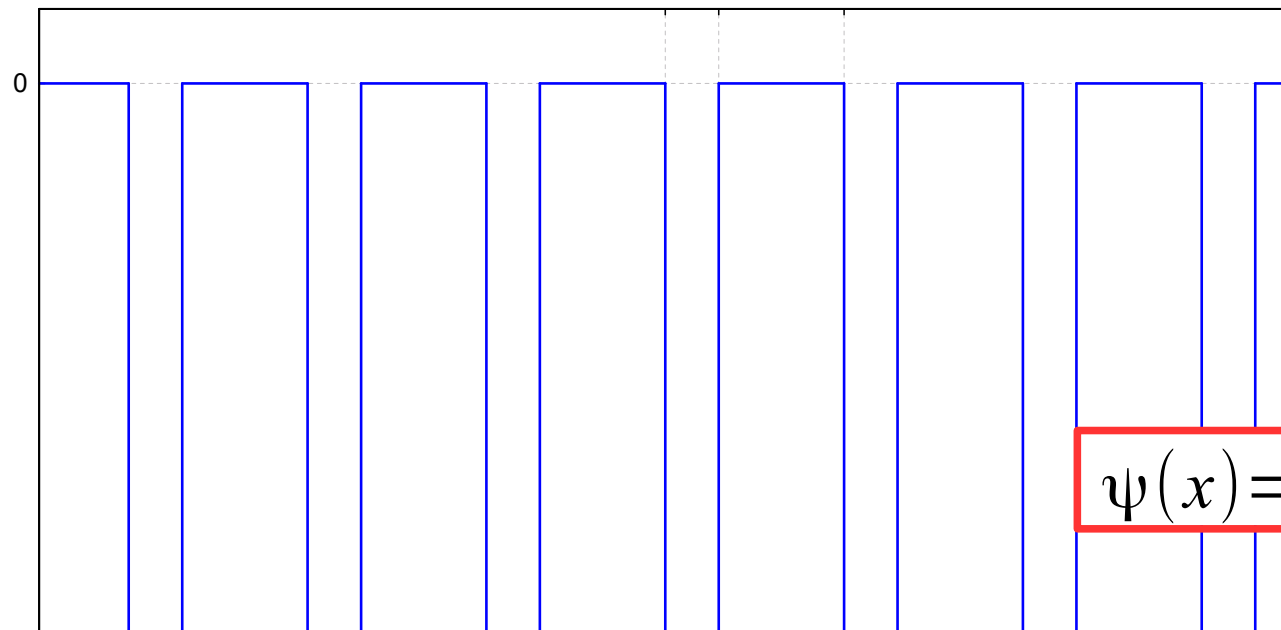
Возможность нулевой ширины запрещённой зоны: модель Кронига- Пенни.



Возможность нулевой ширины запрещённой зоны: модель Кронига- Пенни.



Возможность нулевой ширины запрещённой зоны: модель Кронига- Пенни.

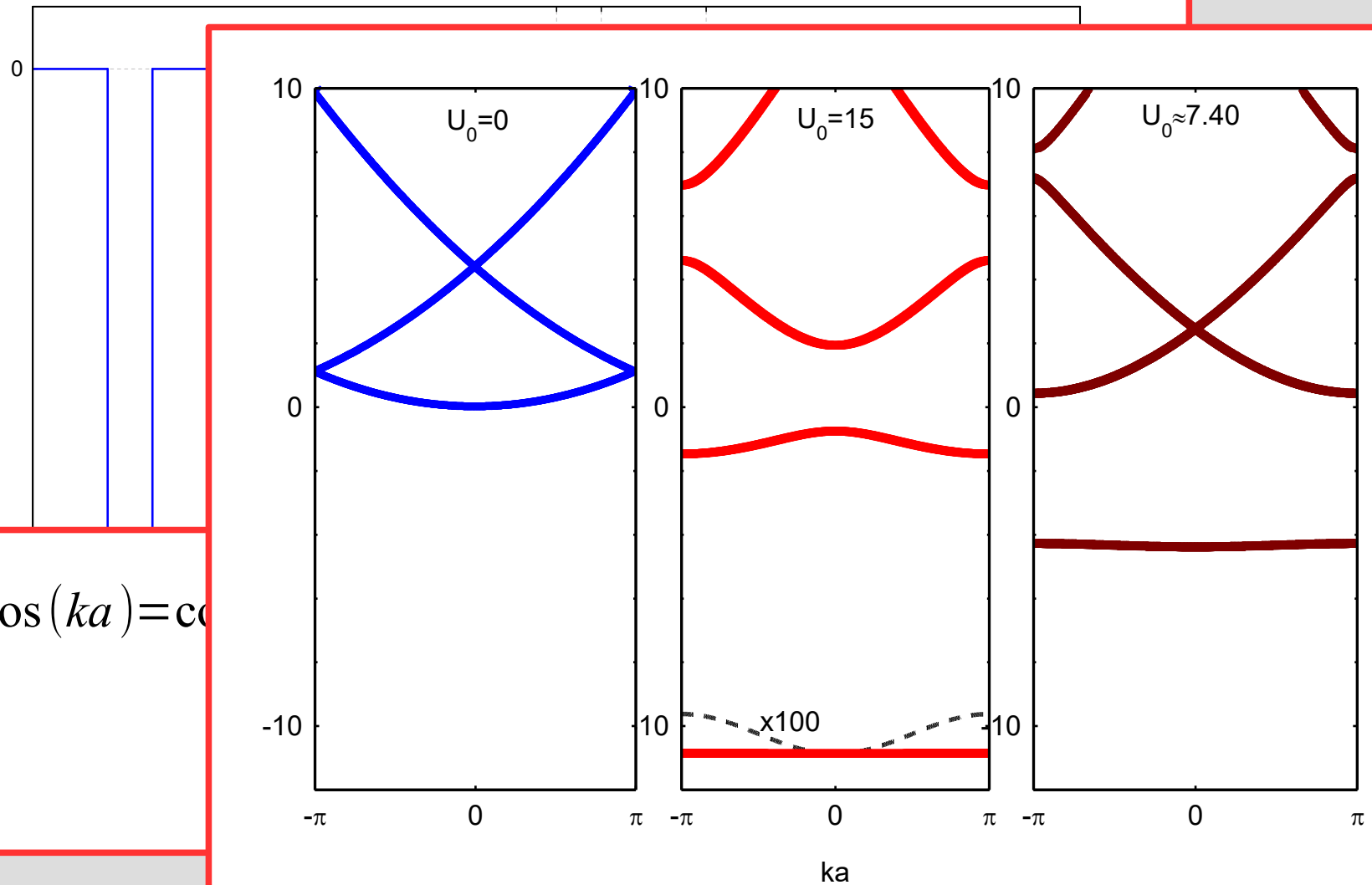


$$\psi(x) = e^{ikx} \phi(x)$$

$$\cos(ka) = \cos \left[\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E + U_0)} b \right] \operatorname{ch} \left[\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} |E|} (a - b) \right] -$$

$$- \frac{2E + U_0}{2\sqrt{|E|(E + U_0)}} \sin \left[\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E + U_0)} b \right] \operatorname{sh} \left[\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} |E|} (a - b) \right]$$

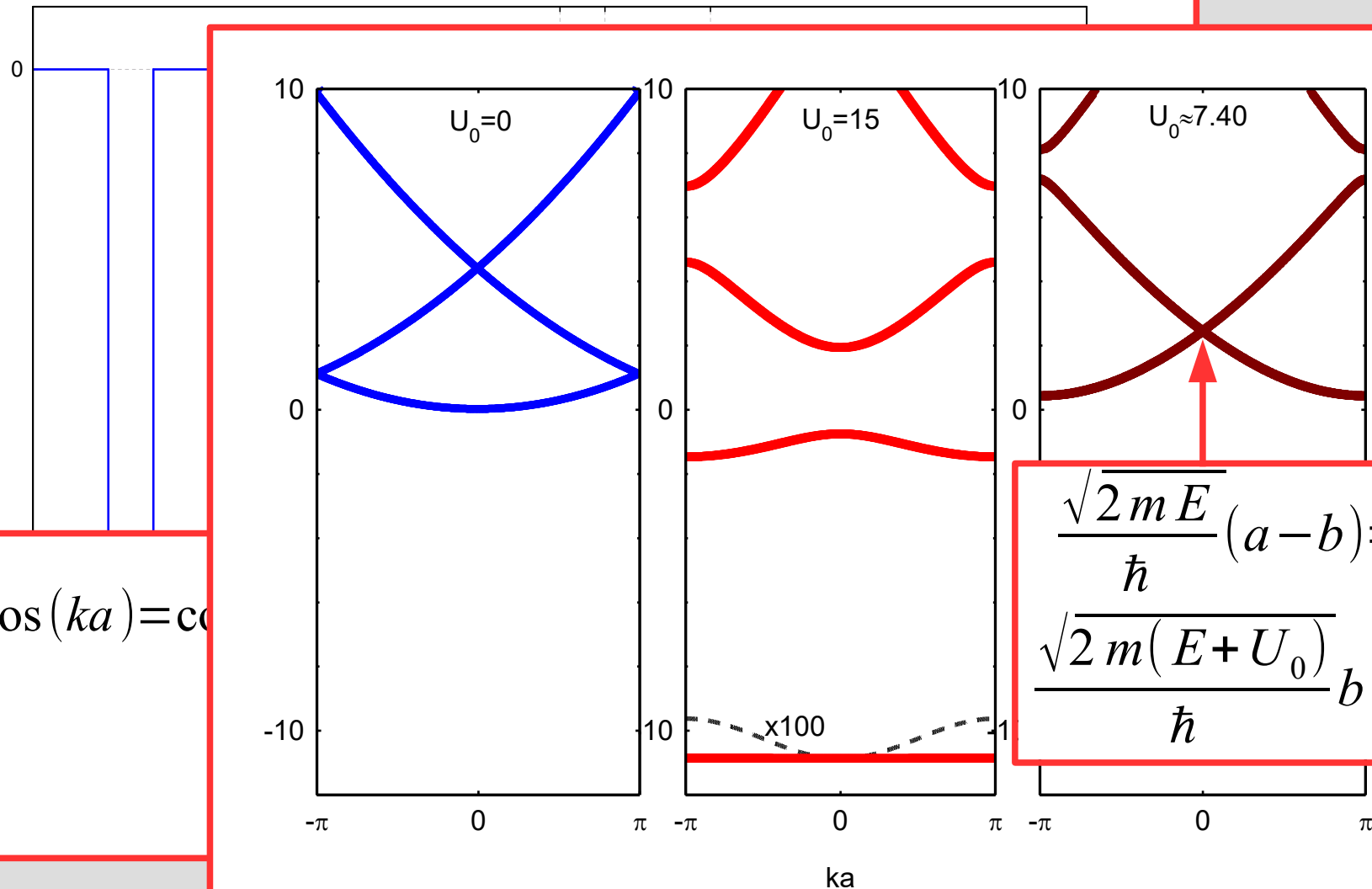
Возможность нулевой ширины запрещённой зоны: модель Кронига- Пенни.



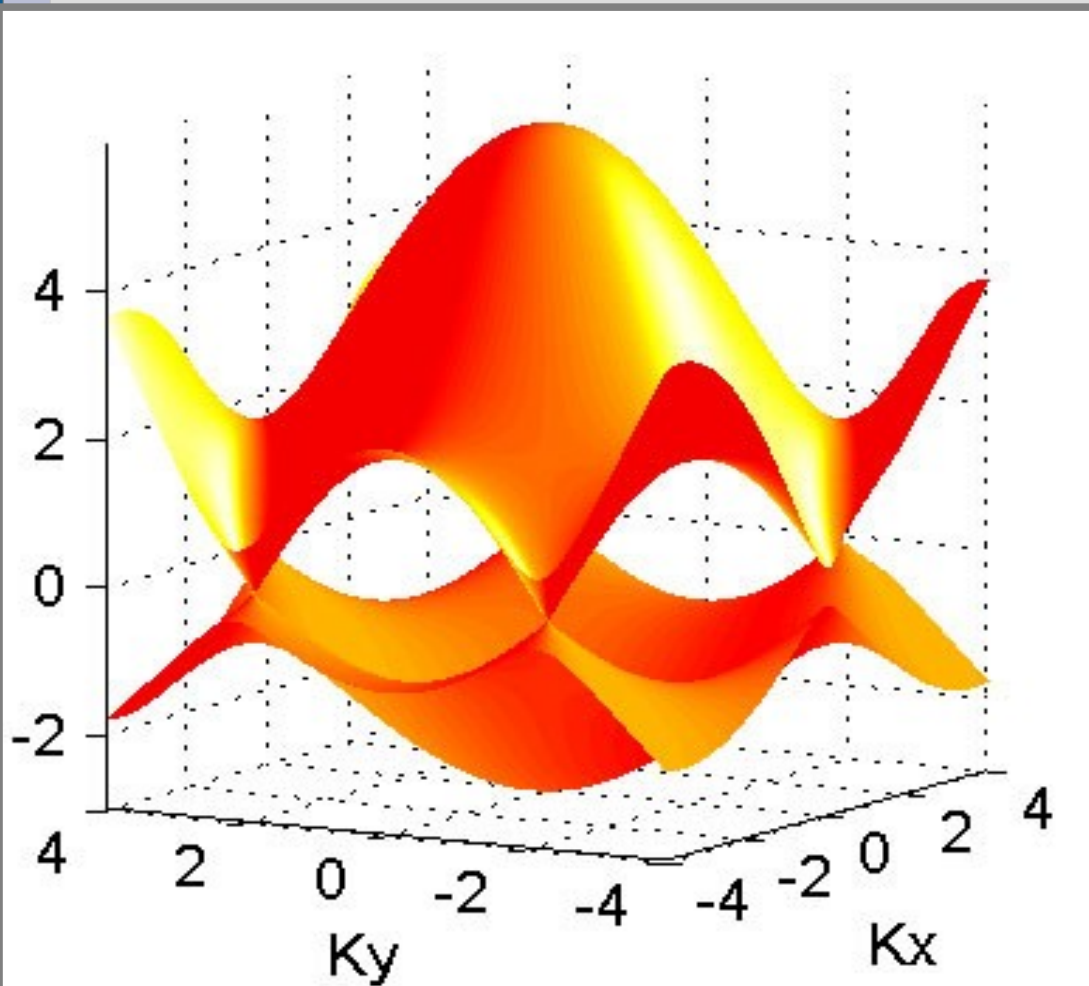
$$\cos(ka) = \cos(kb) \cosh(\kappa a) + \frac{\kappa}{k} \sin(kb) \sinh(\kappa a)$$

$$-b)$$

Возможность нулевой ширины запрещённой зоны: модель Кронига- Пенни.

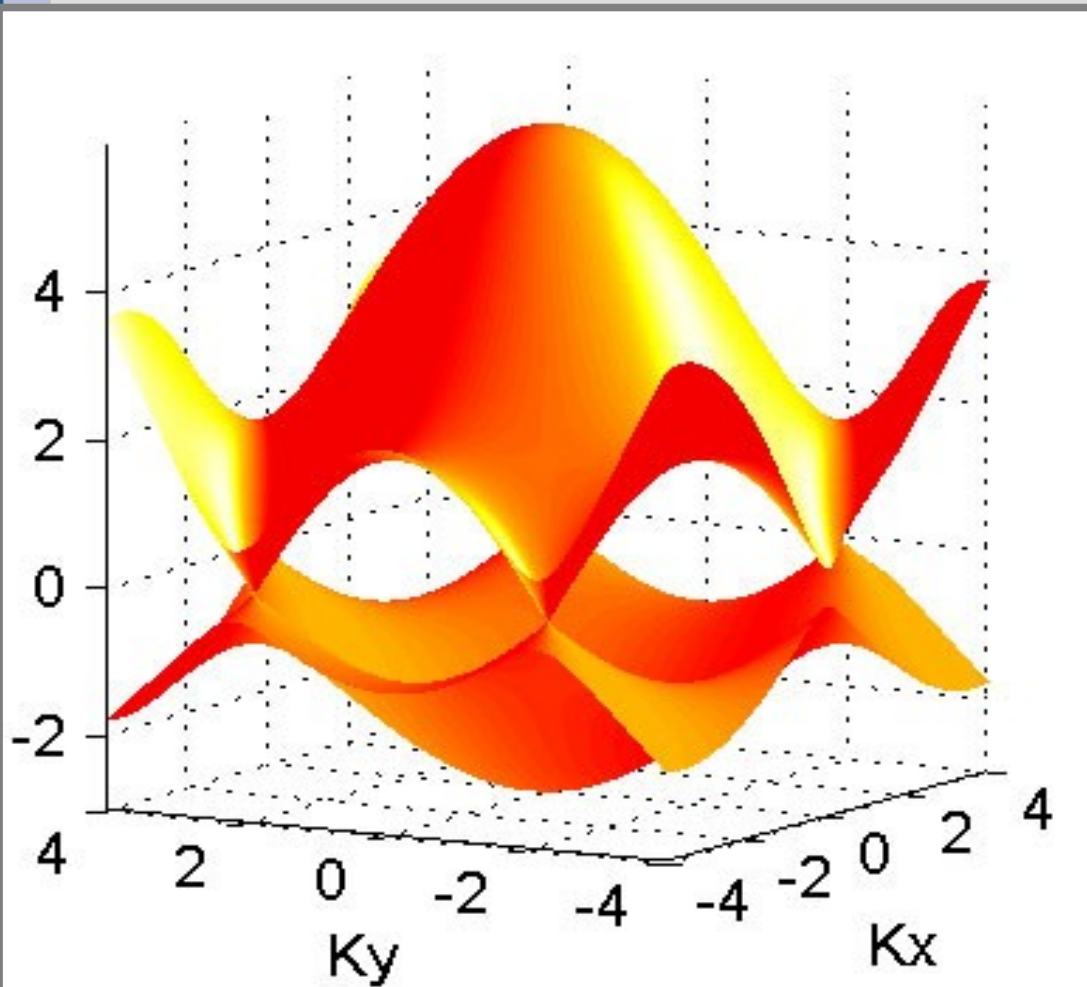


Возможность нулевой ширины запрещённой зоны: реальный мир.

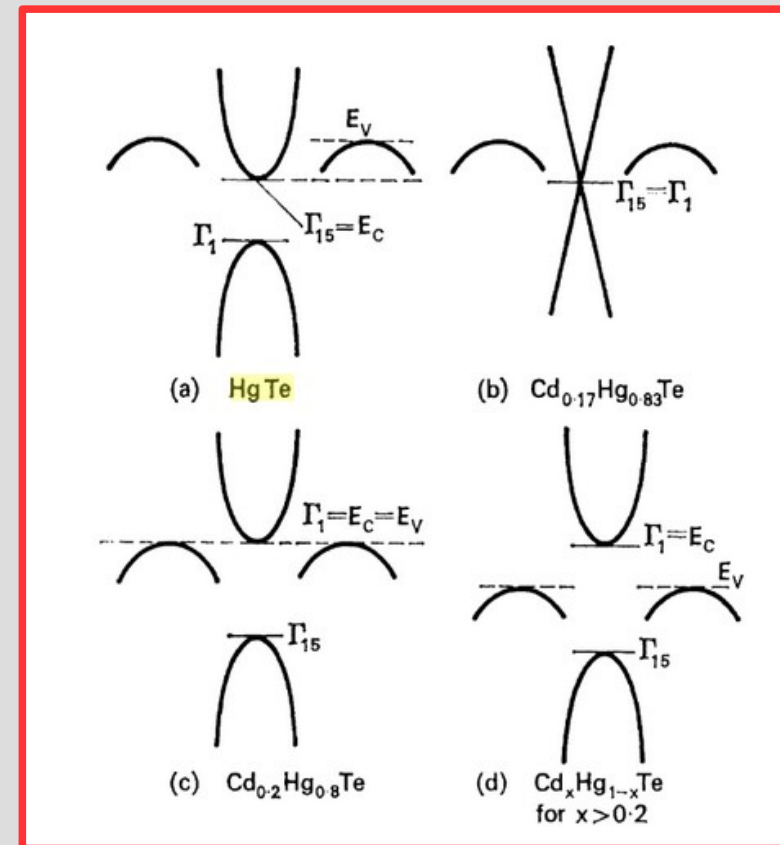


Спектр электронов в графене
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a5/Band_structure_CNT.jpg

Возможность нулевой ширины запрещённой зоны: реальный мир.

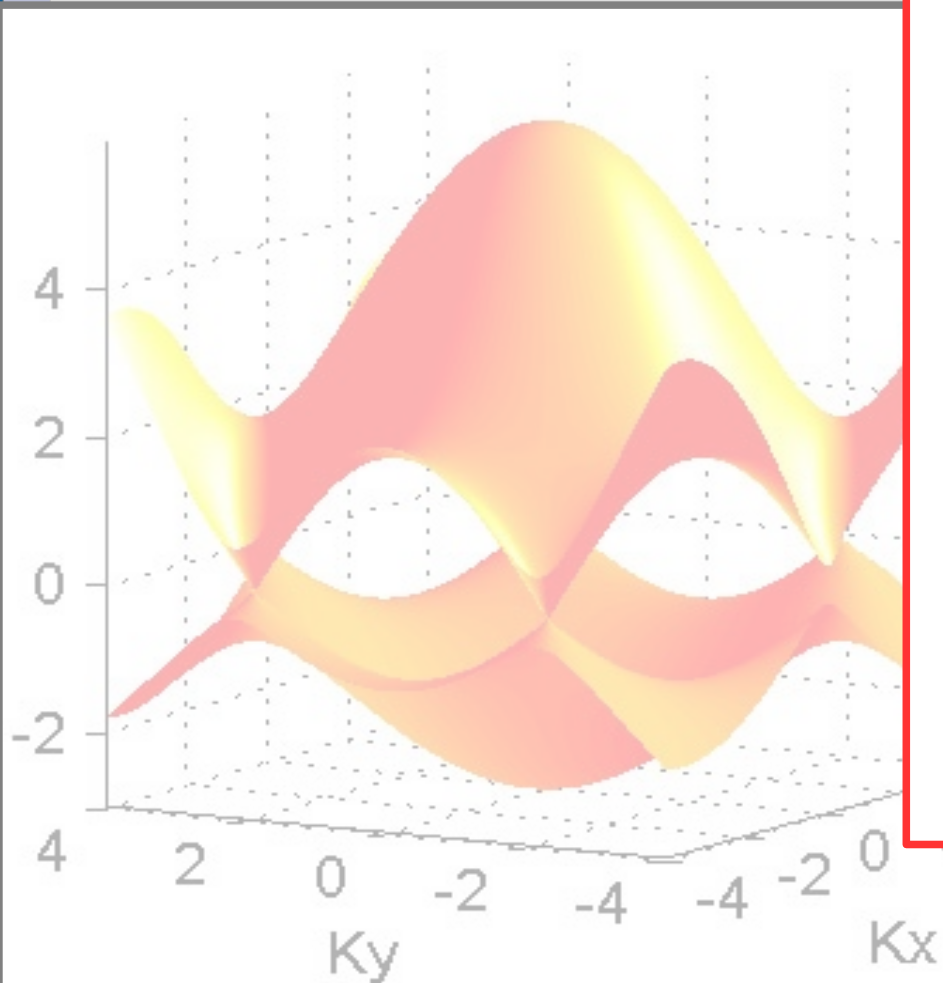


Спектр электронов в графене
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a5/Band_structure_CNT.jpg

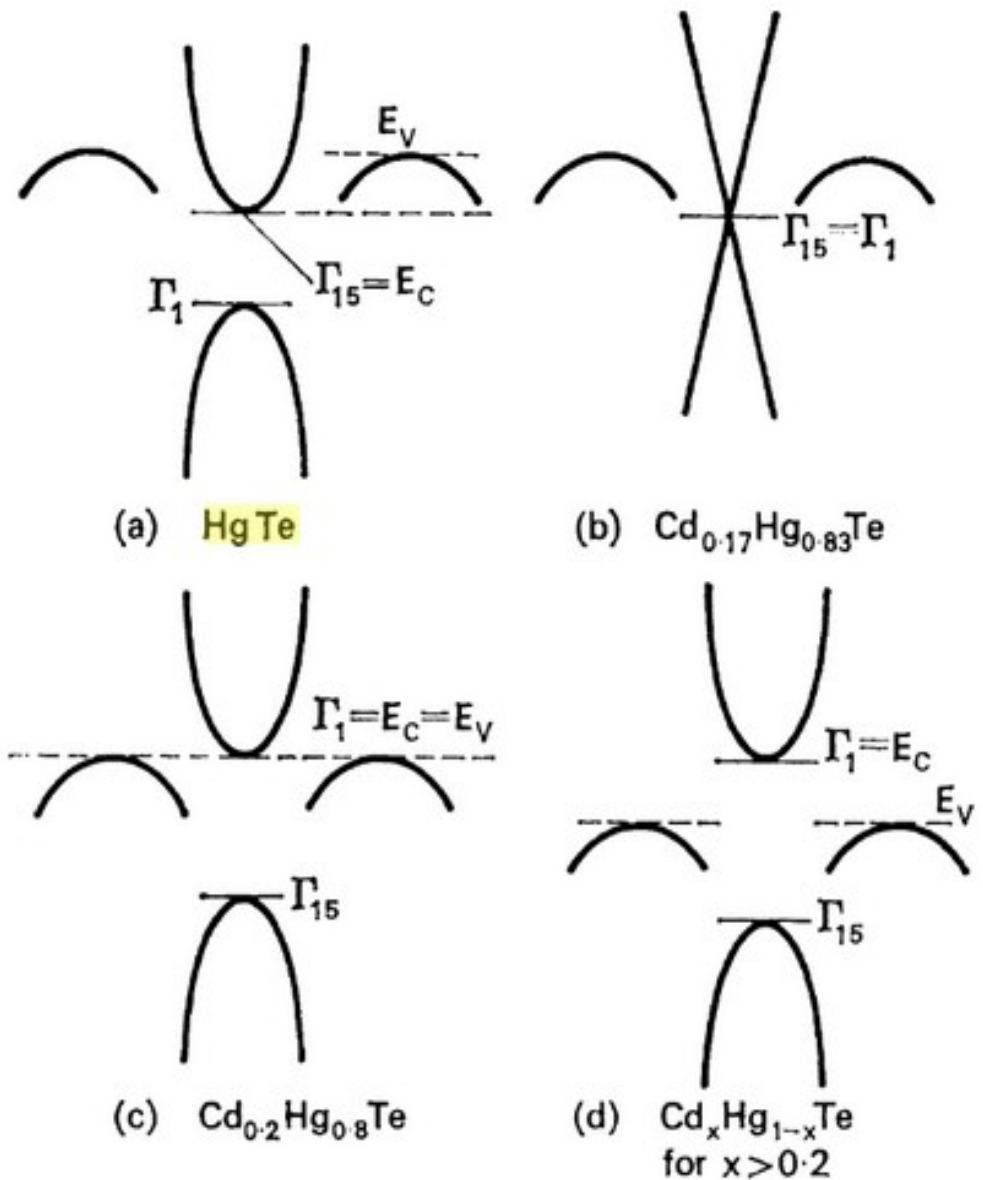


Спектры электронов (зонная структура) соединений Cd-Hg-Te для разной концентрации кадмия. (а) чистый HgTe, полуметалл с перекрытием зон (б) 17% Cd, полуметалл с линейным спектром электронов на некоторых ветвях спектра (с) 20% Cd, перекрытие зон пропало — полупроводник с нулевой запрещённой зоной и квадратичным спектром (d) более высокие концентрации кадмия, обычный полупроводник.

Возможность запрещённой з



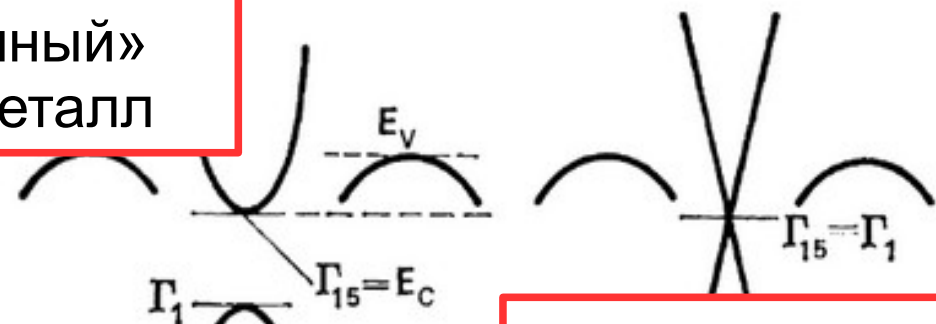
Спектр электронов в графене
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a5/Band_structure_CNT.jpg



Спектры электронов (зонная структура) соединений Cd-Hg-Te для разной концентрации кадмия. (а) чистый HgTe, полуметалл с перекрытием зон (б) 17% Cd, полуметалл с линейным спектром электронов на некоторых ветвях спектра (с) 20% Cd, перекрытие зон пропало — полупроводник с нулевой запрещённой зоной и квадратичным спектром (д) более высокие концентрации кадмия, обычный полупроводник.

Возможные запрещённой зоны

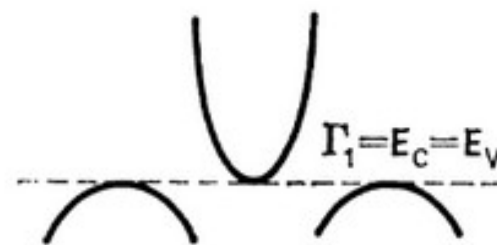
«обычный»
полуметалл



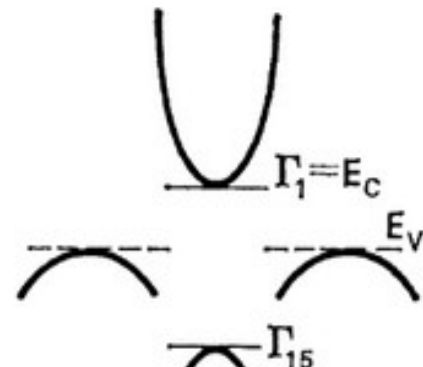
полуметалл с
линейным
спектром

(a) HgTe

(b) $\text{Cd}_{0.17}\text{Hg}_{0.83}\text{Te}$

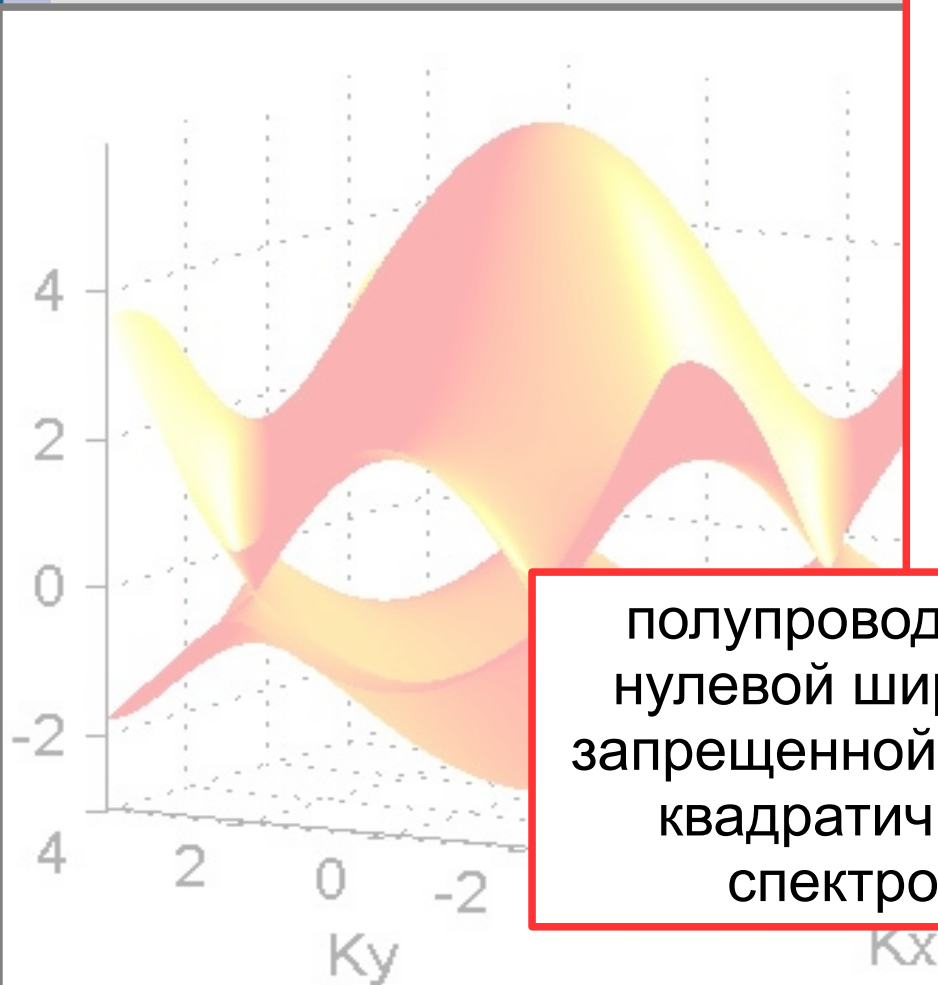


$\text{Cd}_{0.2}\text{Hg}_{0.8}\text{Te}$



«обычный»
диэлектрик
(полупроводник)

полупроводник с
нулевой шириной
запрещенной зоны и
квадратичным
спектром

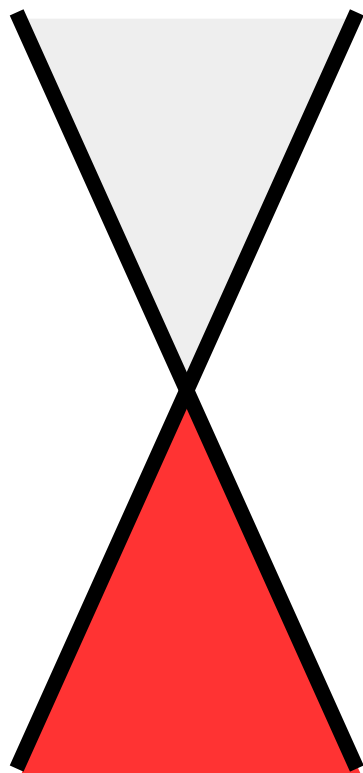


Спектры электронов (зонная структура) соединений Cd-Hg-Te для разной концентрации кадмия. (a) чистый HgTe, полуметалл с перекрытием зон (b) 17% Cd, полуметалл с линейным спектром электронов на некоторых ветвях спектра (c) 20% Cd, перекрытие зон пропало — полупроводник с нулевой запрещённой зоной и квадратичным спектром (d) более высокие концентрации кадмия, обычный полупроводник.

Brian Ray, II-IV Compounds, 1969

Спектр электронов в графене
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a5/Band_structure_CNT.jpg

Нулевая ширина запрещённой зоны: особенности.

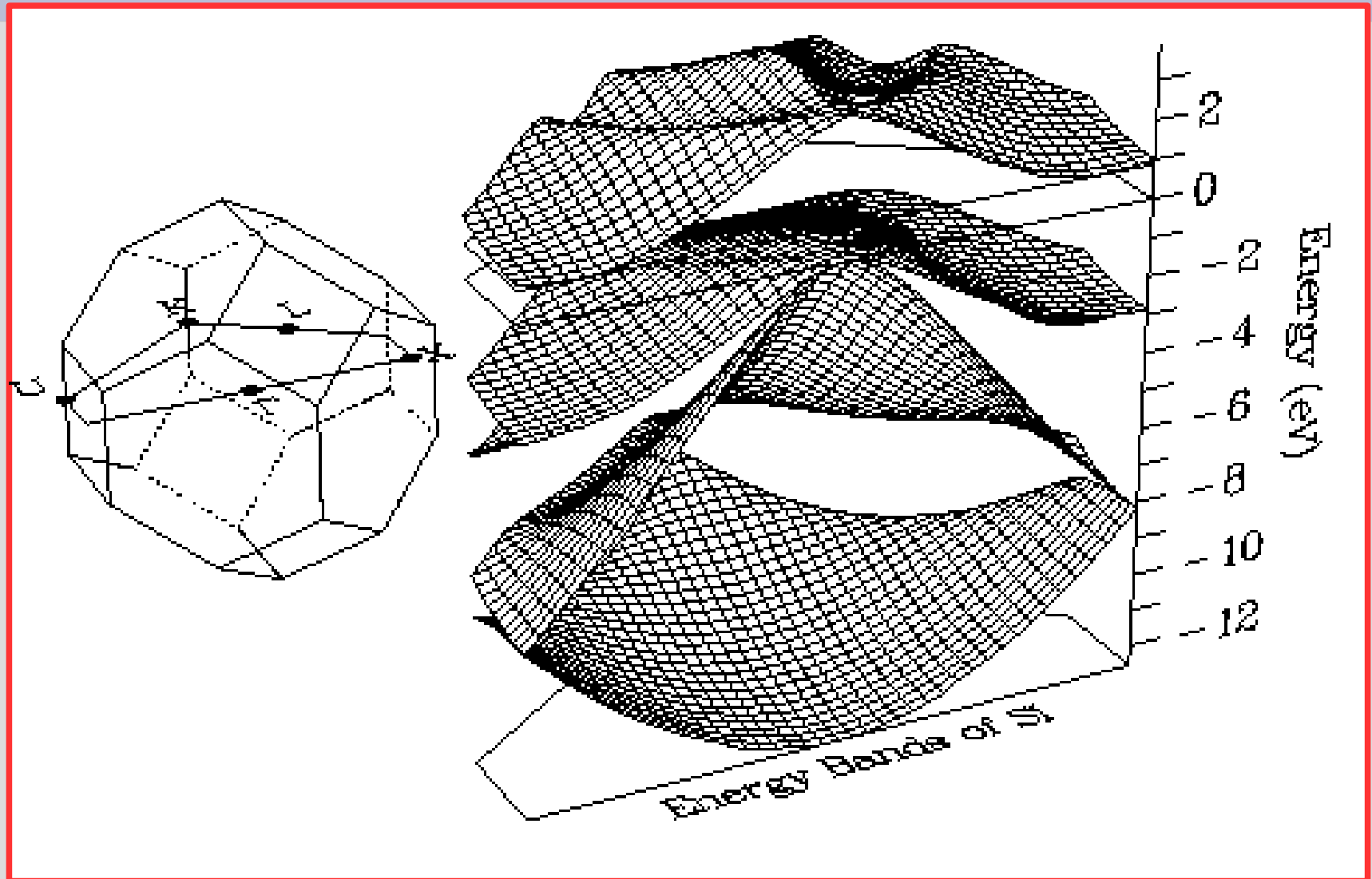


Как в металле: Спектр непрерывен, энергия Ферми=максимальной энергии заполненных состояний.

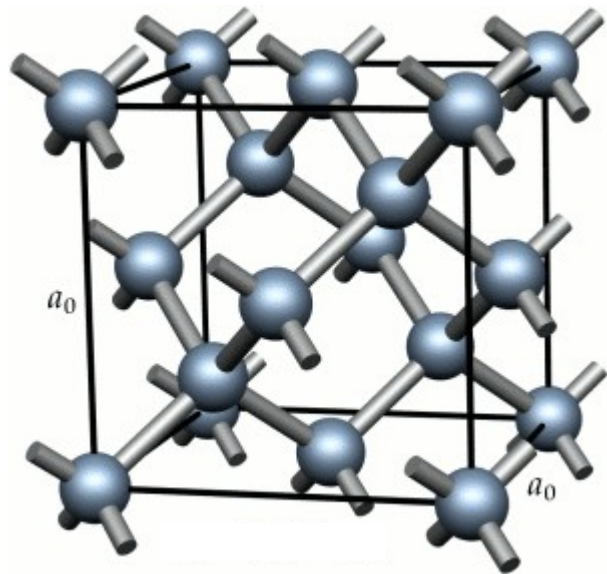
Не как в металле: (3D) Площадь поверхности Ферми=0!

$$\begin{aligned} D(E) &= \frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dk} \frac{1}{dE/dk} = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{dV_k}{dk} \frac{1}{\hbar V_{gp}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{S_k}{\hbar V_{gp}} \\ D(E_F) &= 0 \end{aligned}$$

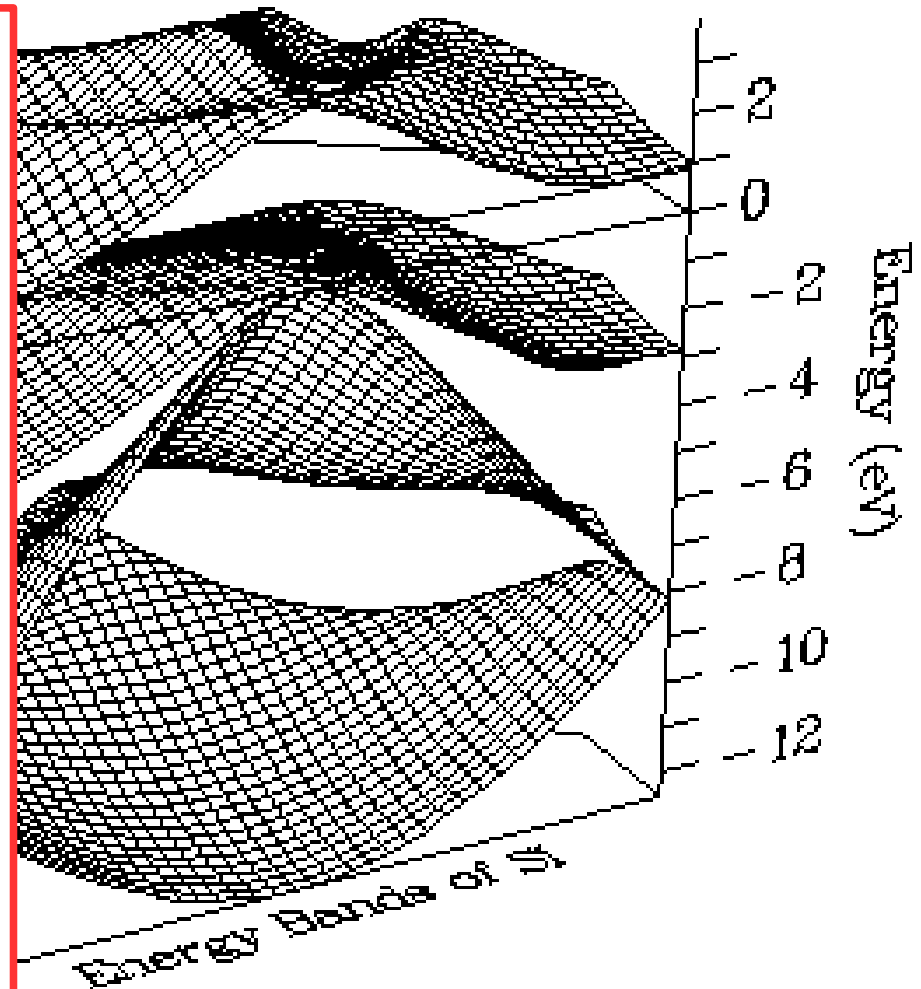
Зонная структура реального полупроводника: Кремний.



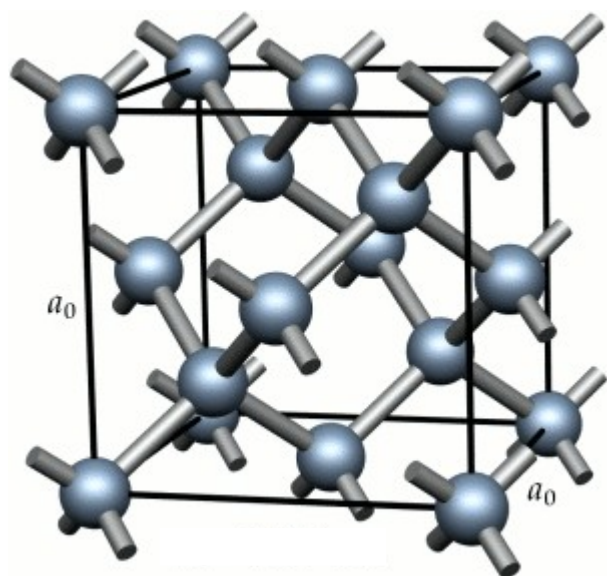
Зонная структура реального полупроводника: Кремний.



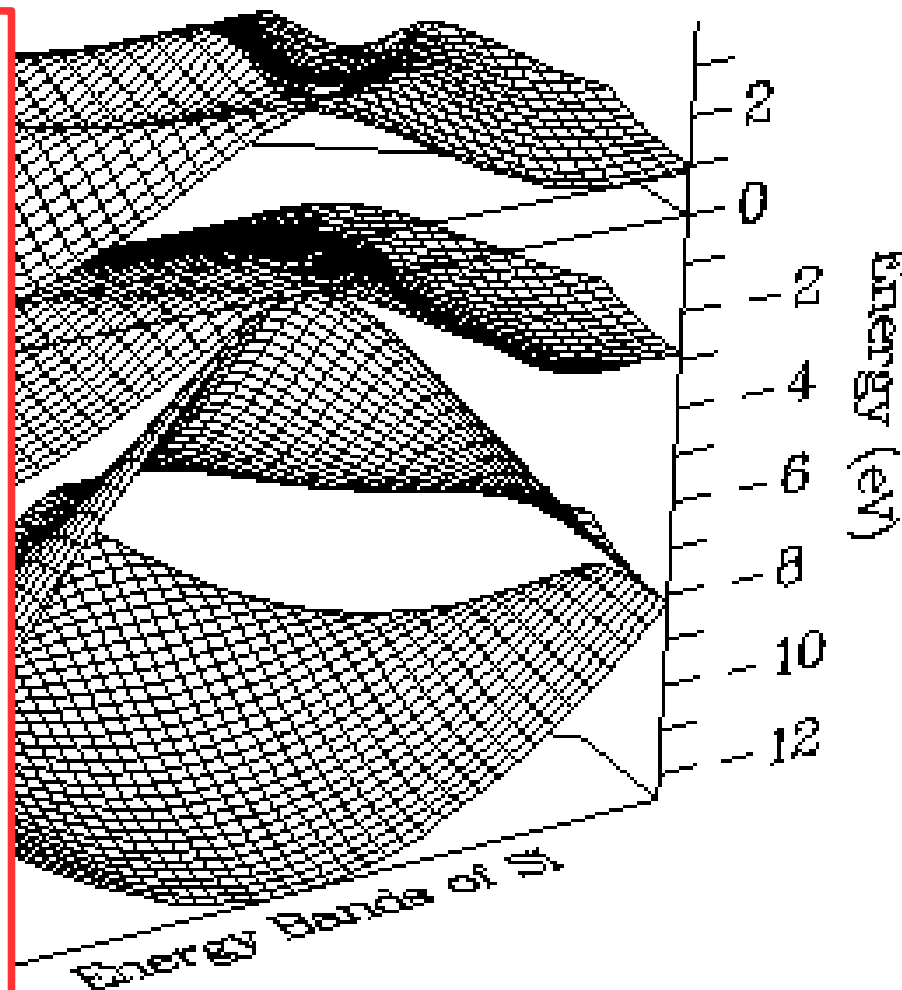
- Si: $3s^23p^2 + sp^3$ гибридизация = 4-кратно вырожденный уровень атома



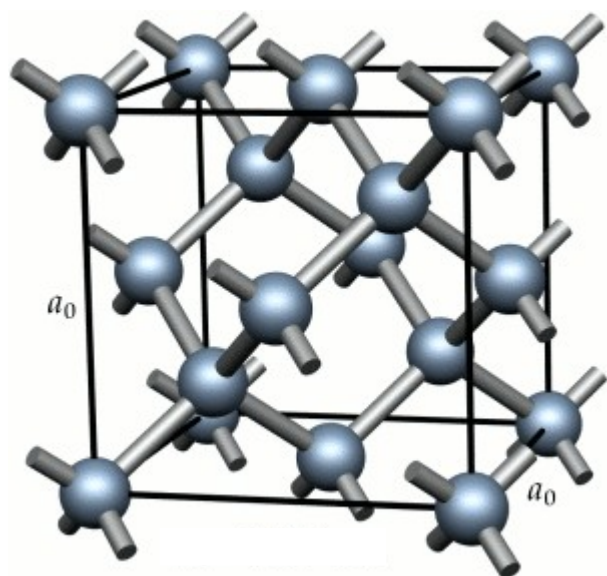
Зонная структура реального полупроводника: Кремний.



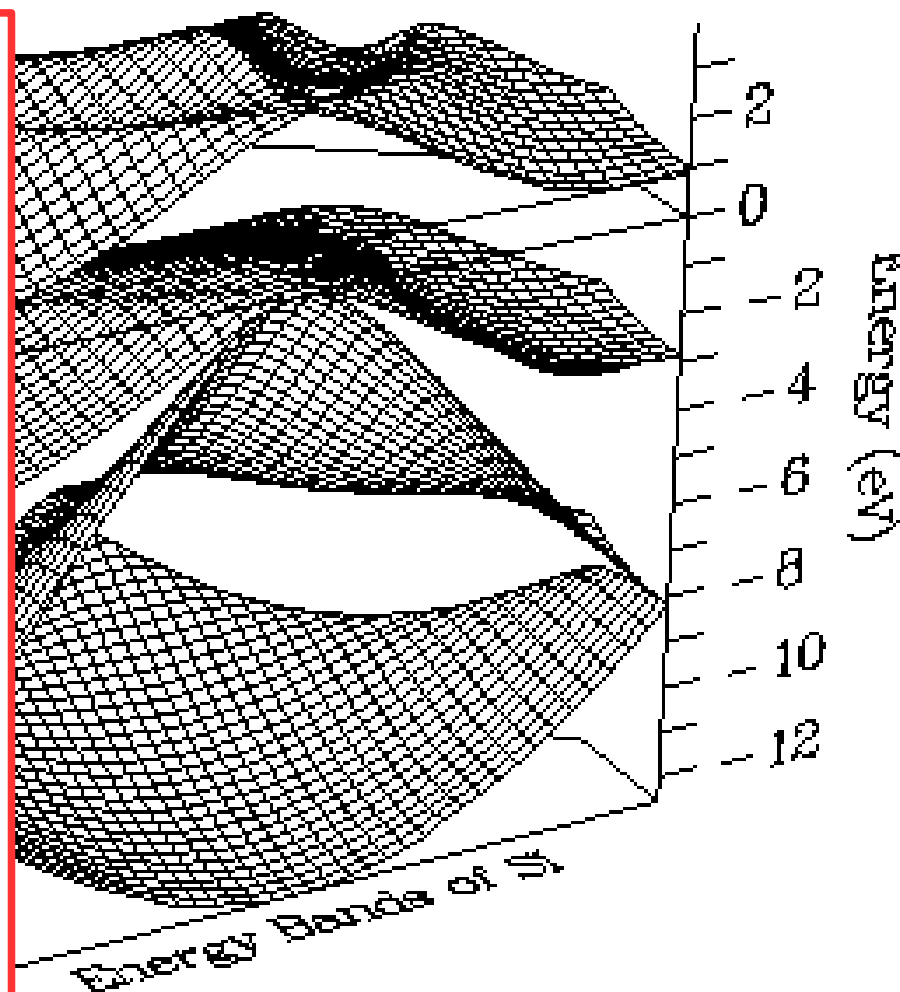
- Si: $3s^23p^2 + sp^3$ гибридизация = 4-кратно вырожденный уровень атома
- 2 атома в базисе, в паре атомов частичное снятие вырождения = 2 группы 4-кратно вырожденных уровней



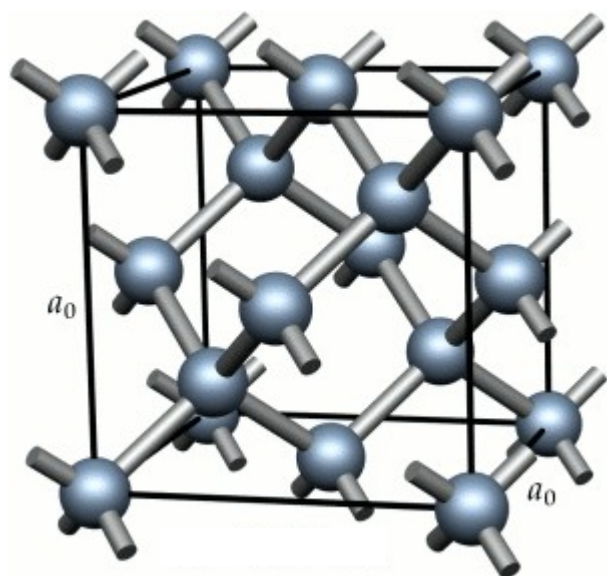
Зонная структура реального полупроводника: Кремний.



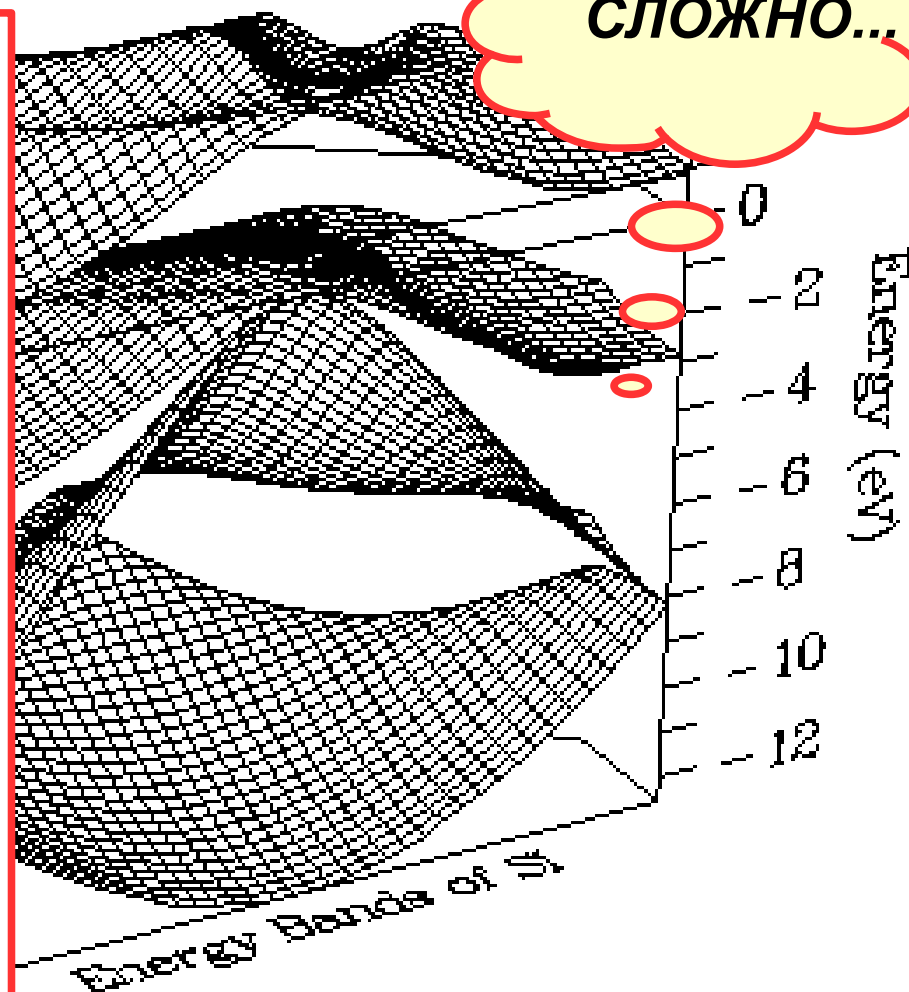
- Si: $3s^2 3p^2 + sp^3$ гибридизация = 4-кратно вырожденный уровень атома
- 2 атома в базисе, в паре атомов частичное снятие вырождения = 2 группы 4-кратно вырожденных уровней
- в кристалле образуются зоны...
- $8e/\text{прим.яч.}$ = полное заполнение нижних 4 зон



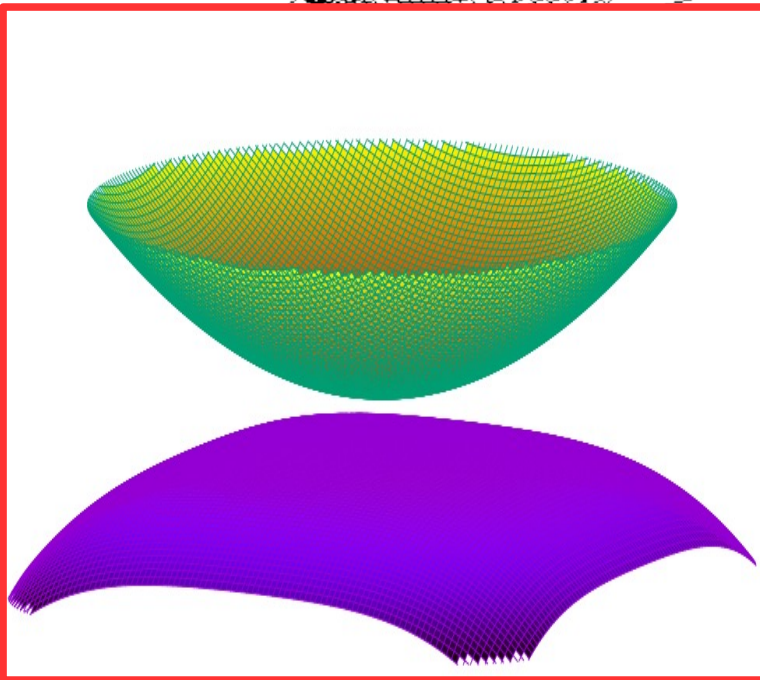
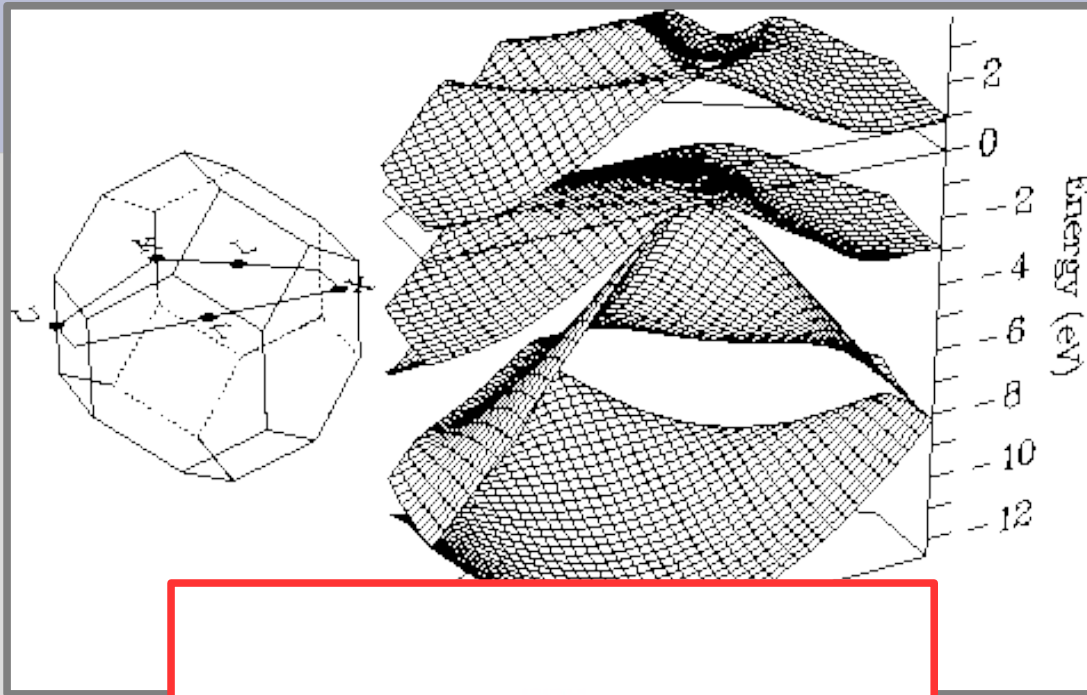
Зонная структура реального полупроводника: Кремний.



- Si: $3s^2 3p^2 + sp^3$ гибридизация = 4-кратно вырожденный уровень атома
- 2 атома в базисе, в паре атомов частичное снятие вырождения = 2 группы 4-кратно вырожденных уровней
- в кристалле образуются зоны...
- $8e/\text{прим.яч.}$ = полное заполнение нижних 4 зон



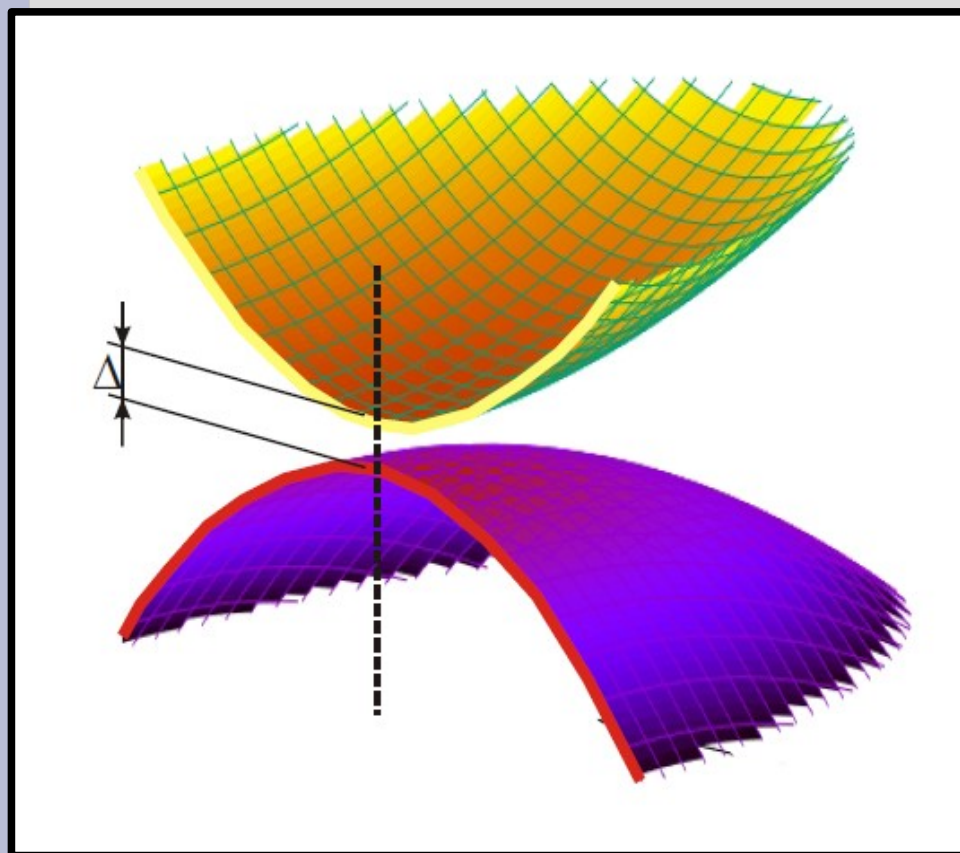
«Обычные» упрощения в нашем курсе



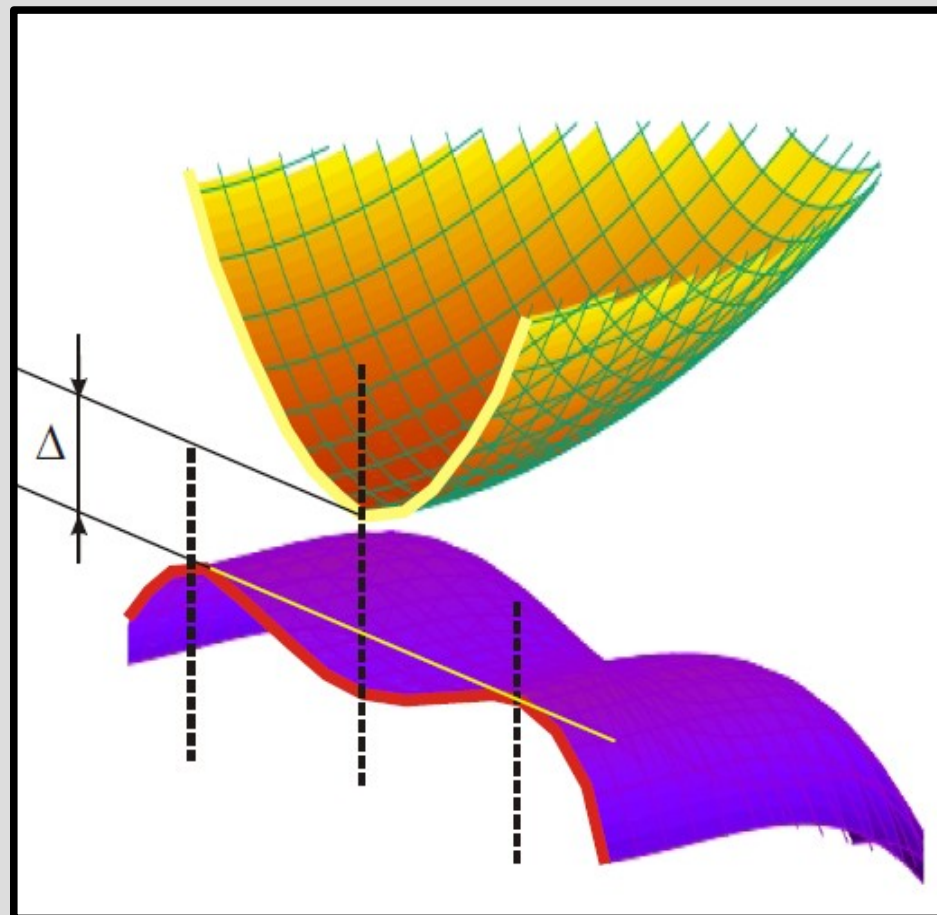
- Единственный тип электронов и дырок
- Единственный электронный и дырочный экстремум в спектре
- Изотропная эффективная масса

Прямозонный и непрямозонный полупроводники.

прямозонный полупроводник



непрямозонный полупроводник

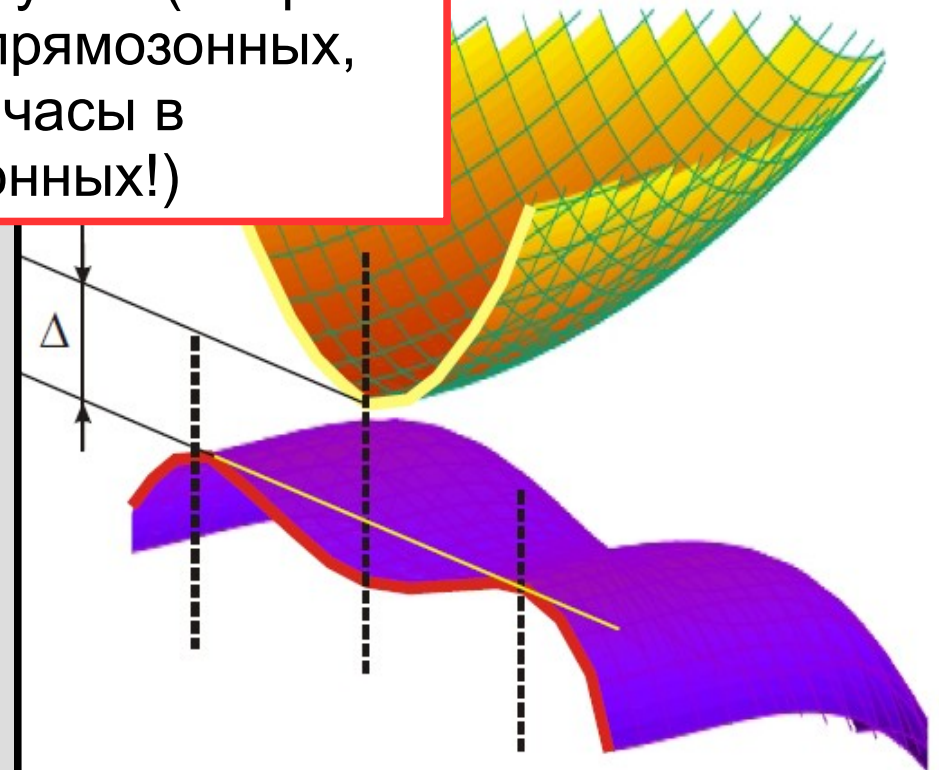
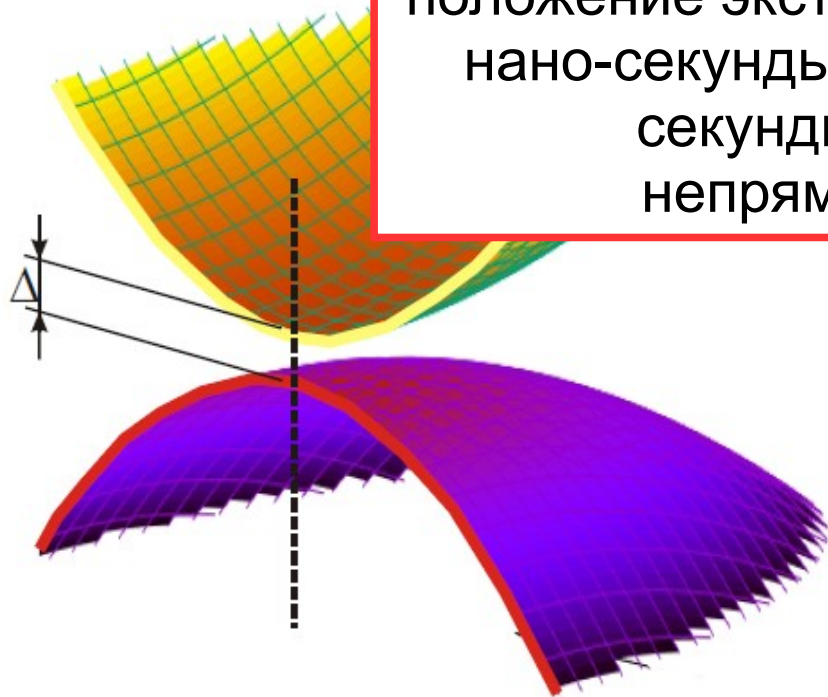


Прямозонный и непрямоzonный полупроводники.

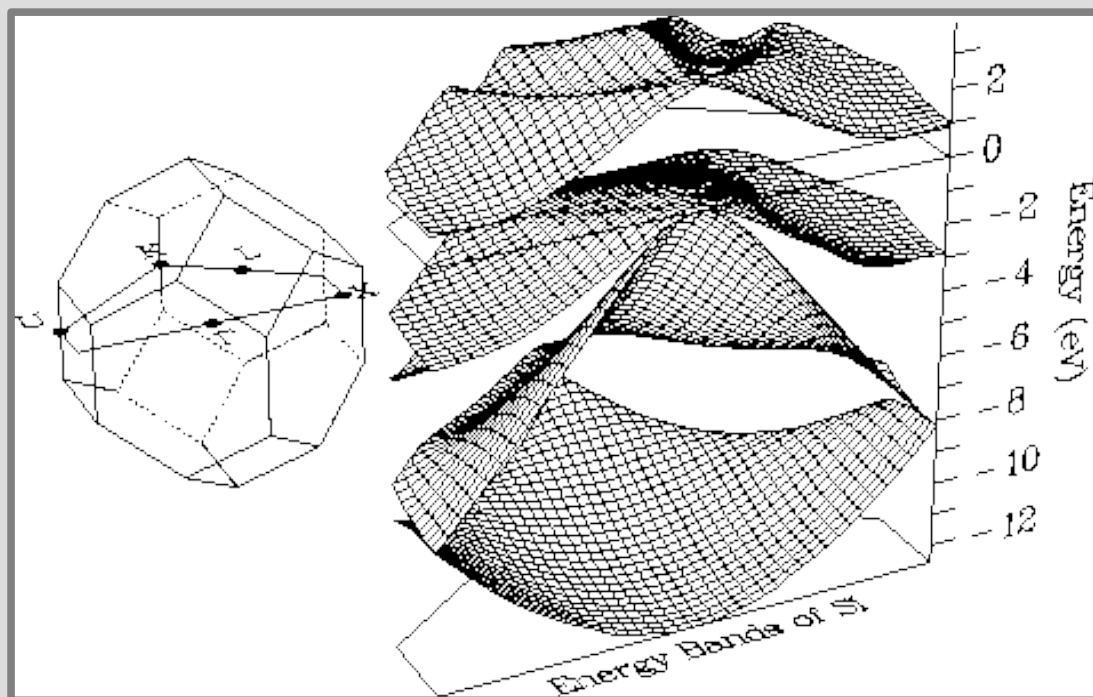
прямоzonный

для термодинамики важна только ширина запрещённой зоны, для процессов релаксации важно положение экстремумов (микро- и нано-секунды в прямоzonных, секунды и часы в непрямоzonных!)

и полупроводник



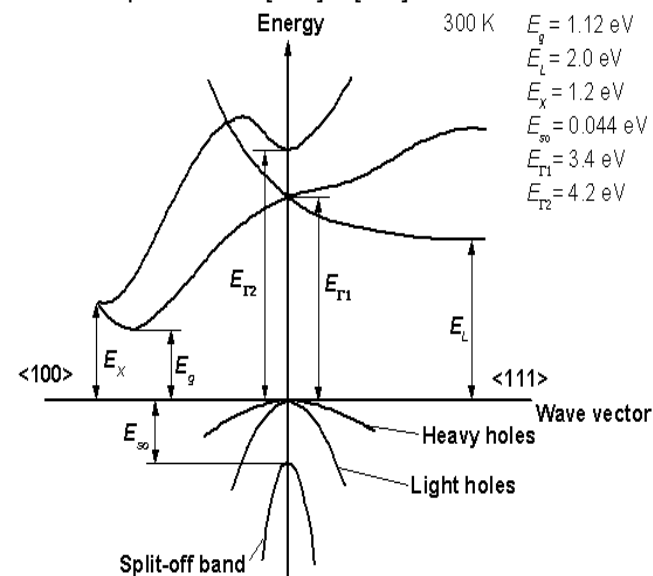
Кремний: непрямозонный полупроводник.



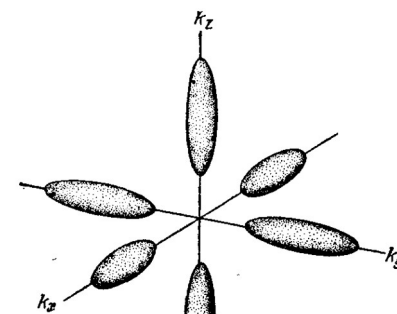
W. R. Frensley and N. G. Einspruch editors, Heterostructures and Quantum Devices, Academic Press, 1994

«массы» дырок: $0.49m_0$ и $0.16m_0$
«масса» электронов:
продольная $0.98m_0$, поперечная
 $0.19m_0$

Сечение дисперсионных поверхностей кремния в направлениях $[100]$ и $[111]$.

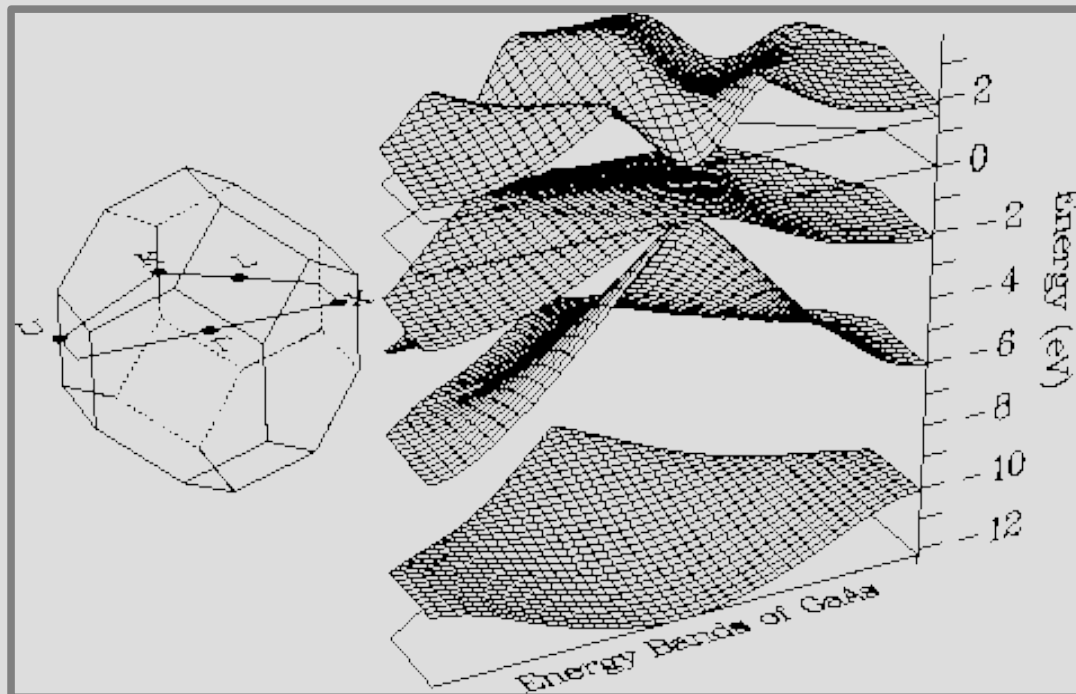


Semiconductors on NSM ,
<http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/>



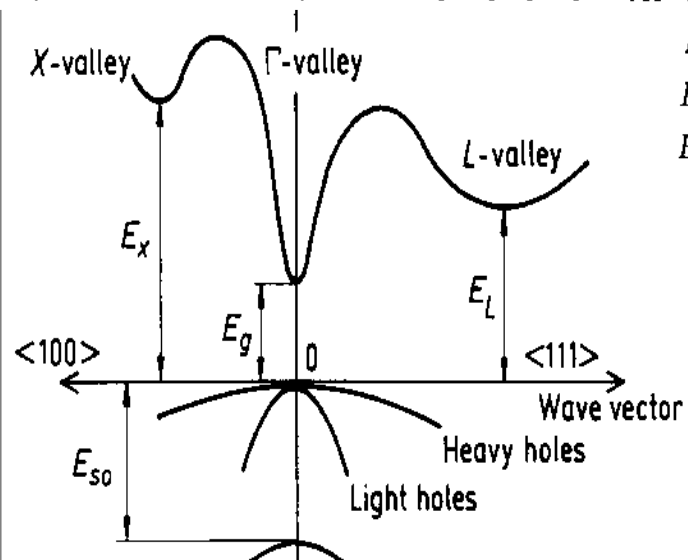
Из книги Киттеля

Прямозонный полупроводник GaAs.



W. R. Frensley and N. G. Einspruch editors, Heterostructures and Quantum Devices, Academic Press, 1994

Сечение дисперсионных поверхностей арсенида галлия в направлениях [100] и [111].



Semiconductors on NSM,
<http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/>

«массы» дырок: $0.51m_0$ и

$0.082m_0$

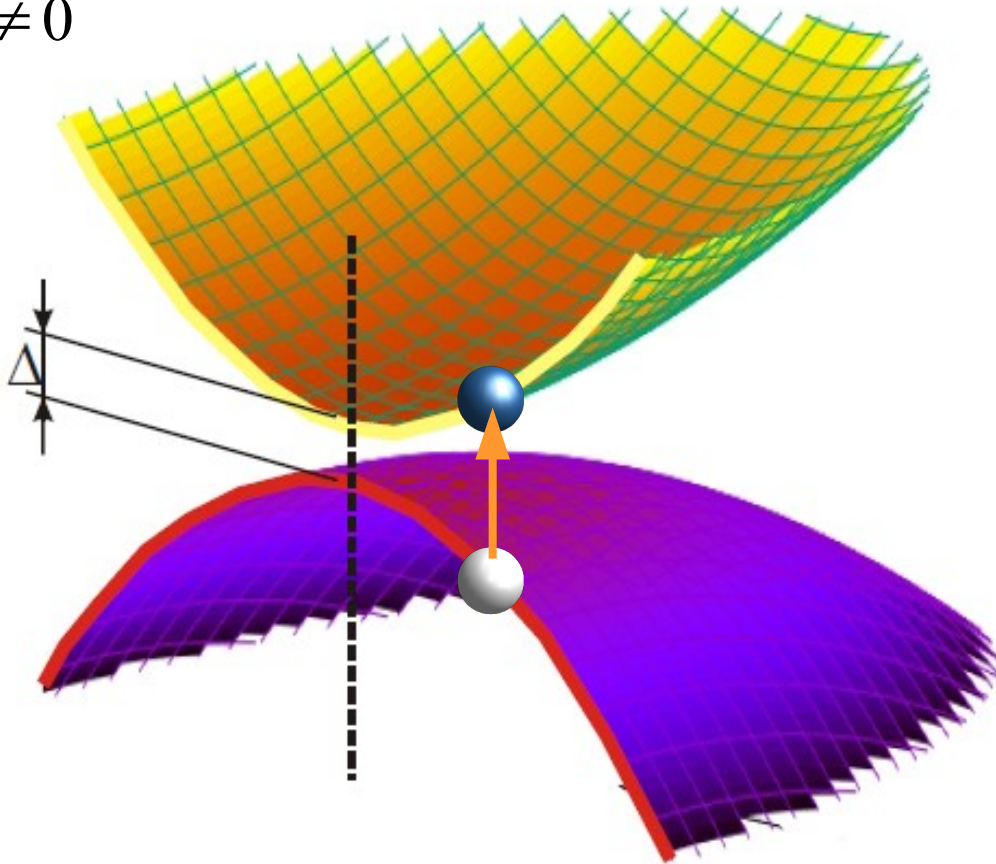
«масса» электронов: $0.063m_0$

Часть 2. Электроны и дырки в полупроводнике

Электроны и дырки в полупроводнике.

$$T \sim 300\text{K} \ll \Delta \sim 0.2 \dots 1 \text{ эВ} \simeq 2000\text{K} \dots 10000\text{K}$$

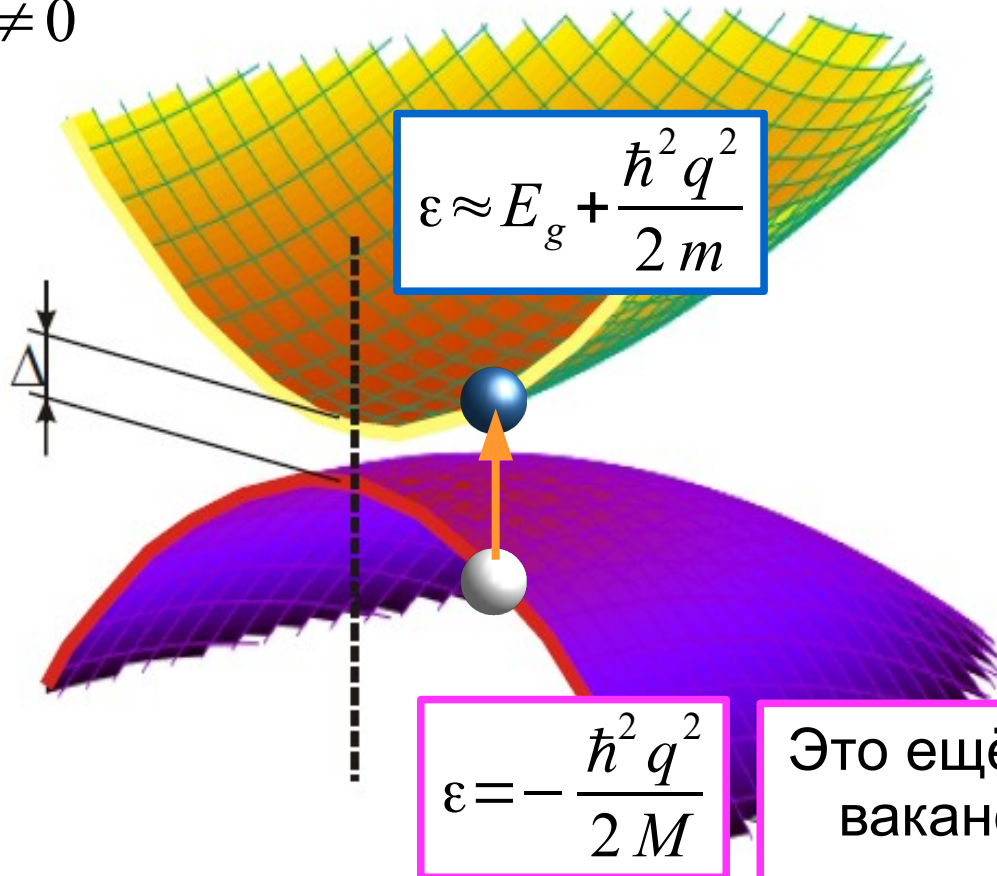
$T \neq 0$



Электроны и дырки в полупроводнике.

$$T \sim 300\text{K} \ll \Delta \sim 0.2 \dots 1 \text{ эВ} \simeq 2000\text{K} \dots 10000\text{K}$$

$T \neq 0$

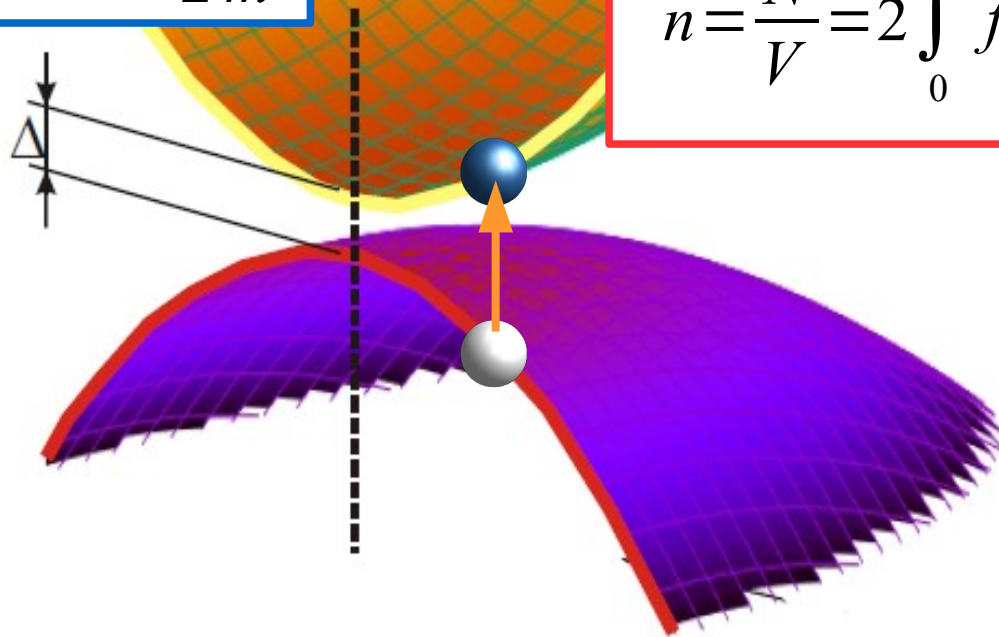


Это ещё не «дырки» - это вакансии в валентной зоне!

Концентрация электронов в зоне проводимости.

$T \neq 0$

$$\varepsilon \approx E_g + \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$$



$$f_e = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/T} + 1}$$

$$n = \frac{N}{V} = 2 \int_0^\infty f_e \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 2 \int_0^\infty f_e(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon$$

Концентра

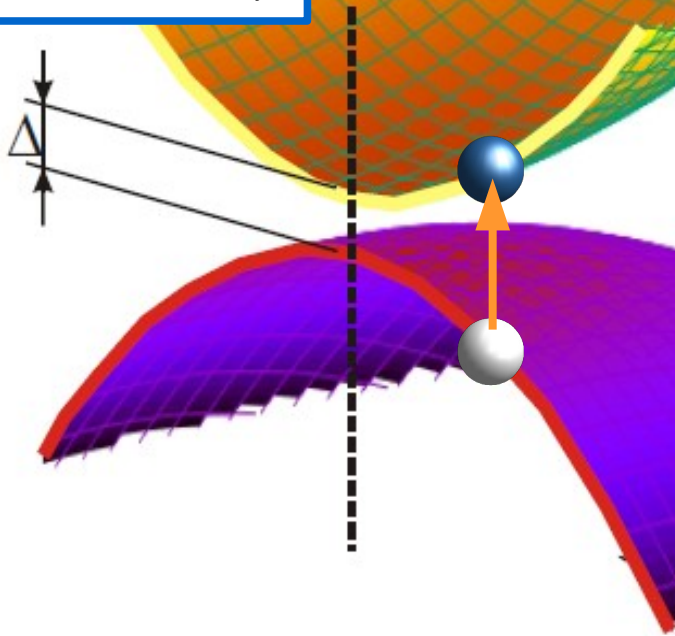
пр

$$f_e = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/T} + 1}$$

$$n = \frac{N}{V} = 2 \int_0^\infty f_e \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 2 \int_0^\infty f_e(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon$$

$T \neq 0$

$$\varepsilon \approx E_g + \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$$



$$\begin{aligned} \text{3D: } D(E) &= \frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dq} \frac{1}{dE/dq} = \\ &= \frac{4\pi q^2}{(2\pi)^3} \frac{m}{\hbar^2 q} = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\hbar^3 \pi^2} \sqrt{E - E_g} \end{aligned}$$

Концентра

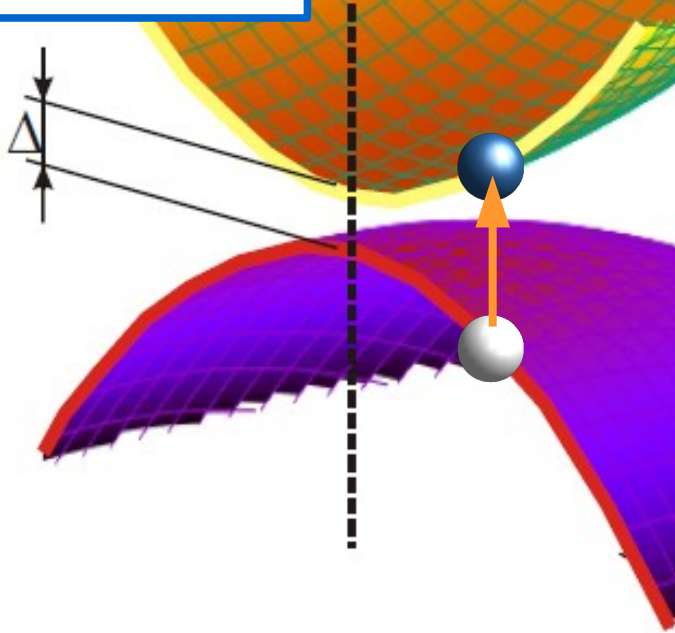
пр

$$f_e = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/T} + 1}$$

$$n = \frac{N}{V} = 2 \int_0^\infty f_e \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 2 \int_0^\infty f_e(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon$$

$T \neq 0$

$$\varepsilon \approx E_g + \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$$



$$\begin{aligned} \text{3D: } D(E) &= \frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dq} \frac{1}{dE/dq} = \\ &= \frac{4\pi q^2}{(2\pi)^3} \frac{m}{\hbar^2 q} = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\hbar^3 \pi^2} \sqrt{E - E_g} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_e &\approx 2 \int_{E_g}^\infty e^{-E/T + \mu/T} D(E) dE = \\ &= 2 \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\hbar^3 \pi^2} e^{-(E_g - \mu)/T} T^{3/2} \int_0^\infty e^{-x} \sqrt{x} dx \end{aligned}$$

Концентрация

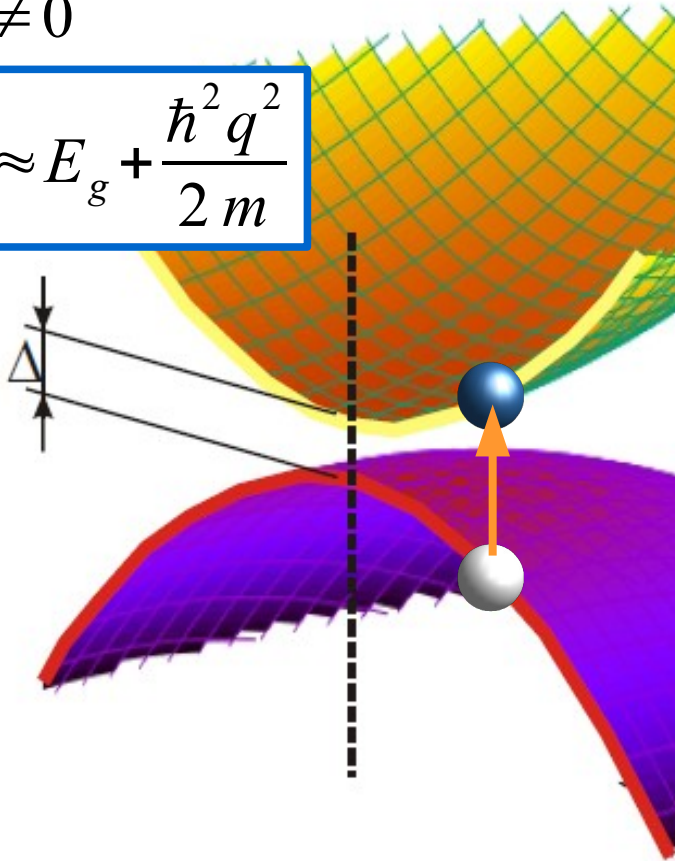
пр

$$f_e = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/T} + 1}$$

$$n = \frac{N}{V} = 2 \int_0^\infty f_e \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 2 \int_0^\infty f_e(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon$$

$T \neq 0$

$$\varepsilon \approx E_g + \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$$



$$\begin{aligned} \text{3D: } D(E) &= \frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dq} \frac{1}{dE/dq} = \\ &= \frac{4\pi q^2}{(2\pi)^3} \frac{m}{\hbar^2 q} = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\hbar^3 \pi^2} \sqrt{E - E_g} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_e &\approx 2 \int_{E_g}^\infty e^{-E/T + \mu/T} D(E) dE = \\ &= 2 \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\hbar^3 \pi^2} e^{-(E_g - \mu)/T} T^{3/2} \int_0^\infty e^{-x} \sqrt{x} dx \\ &\quad \underline{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \end{aligned}$$

Концентрация

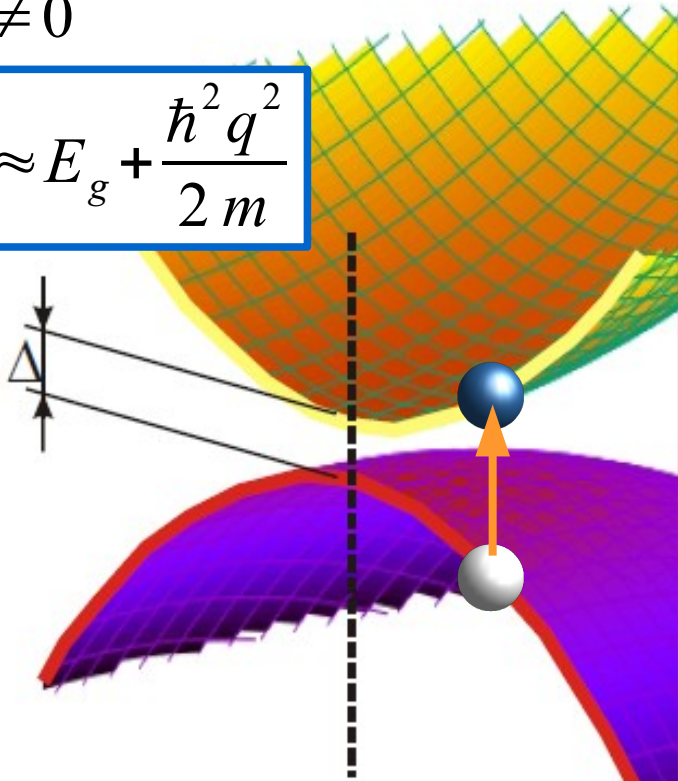
пр

$$f_e = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/T} + 1}$$

$$n = \frac{N}{V} = 2 \int_0^\infty f_e \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 2 \int_0^\infty f_e(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon$$

$T \neq 0$

$$\varepsilon \approx E_g + \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$$

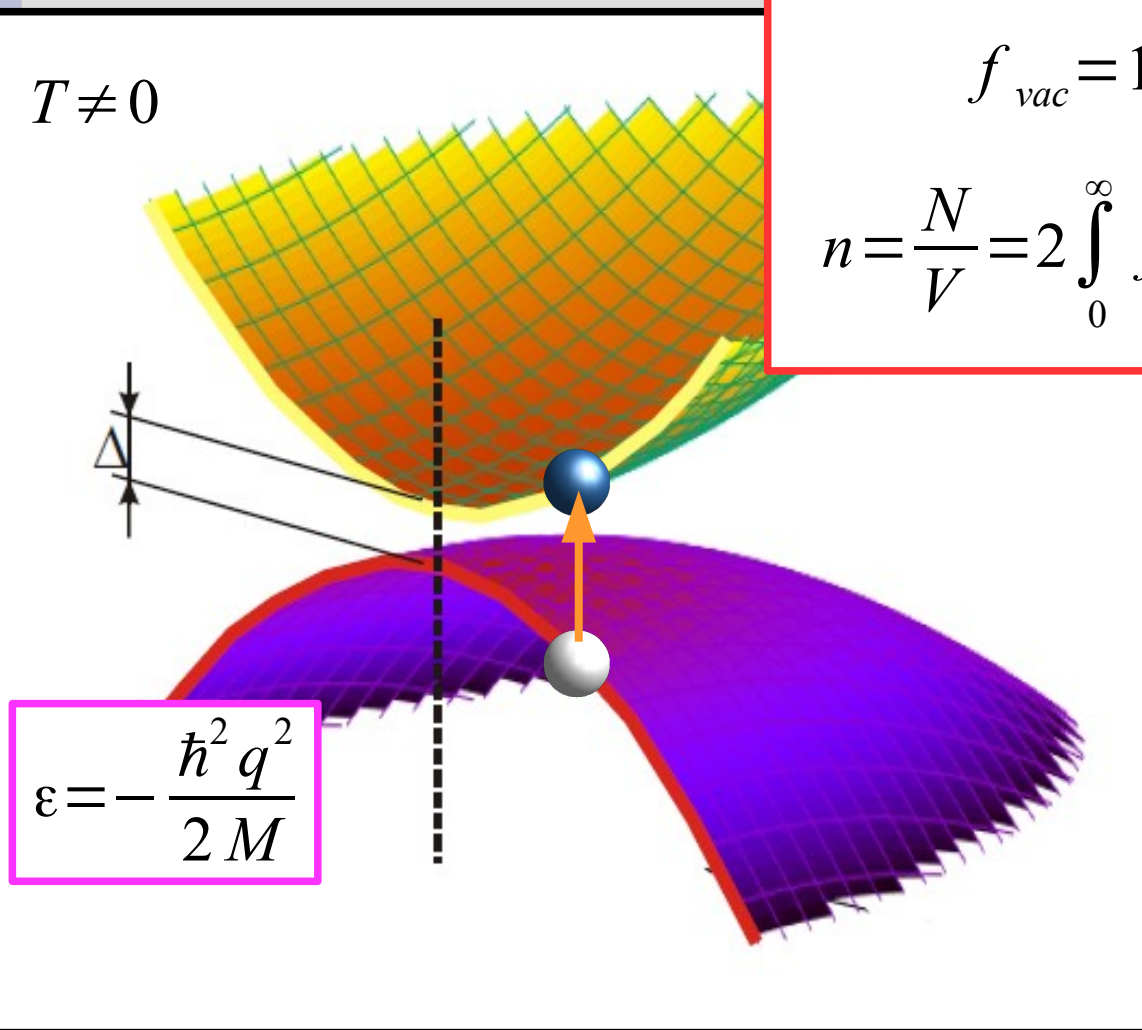


$$\begin{aligned} \text{3D: } D(E) &= \frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dq} \frac{1}{dE/dq} = \\ &= \frac{4\pi q^2}{(2\pi)^3} \frac{m}{\hbar^2 q} = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\hbar^3 \pi^2} \sqrt{E - E_g} \\ n_e &\approx 2 \int_{E_g}^\infty e^{-E/T + \mu/T} D(E) dE = \\ &= 2 \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2}\hbar^3 \pi^2} e^{-(E_g - \mu)/T} T^{3/2} \int_0^\infty e^{-x} \sqrt{x} dx \\ &\quad \frac{\sqrt{\pi}}{2} \end{aligned}$$

$$n_e \approx 2 \left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_e e^{-(E_g - \mu)/T}$$

Концентрация вакансий в валентной зоне.

$T \neq 0$

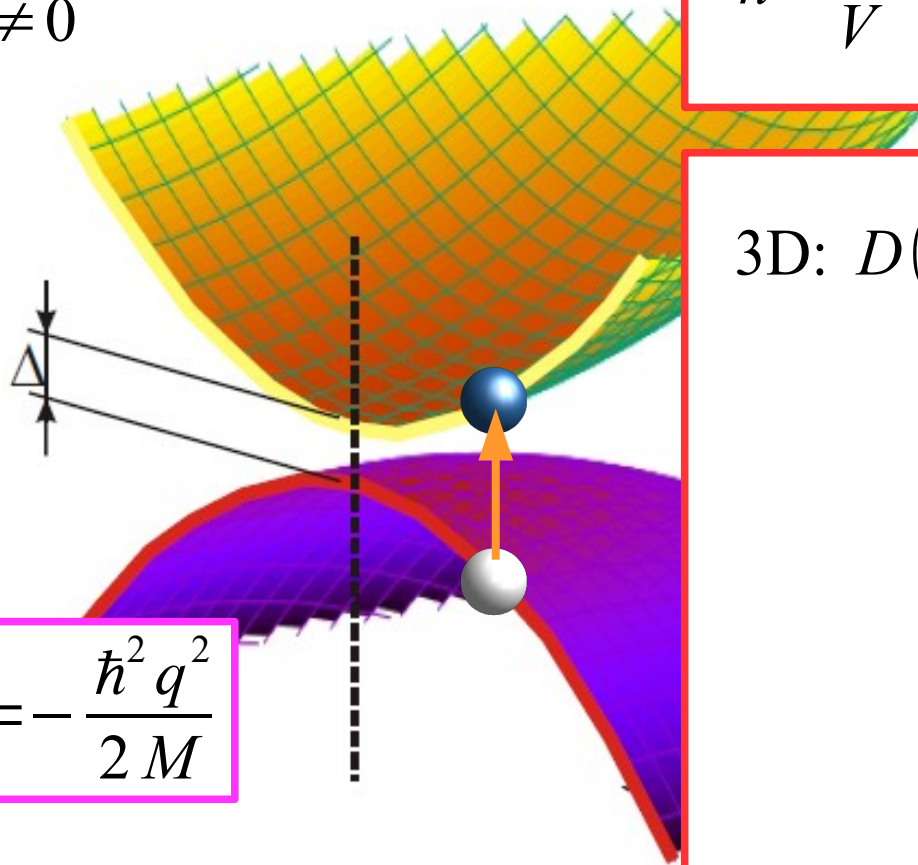


$$f_{vac} = 1 - \frac{1}{e^{(\epsilon - \mu)/T} + 1} = \frac{1}{1 + e^{-(\epsilon - \mu)/T}}$$

$$n = \frac{N}{V} = 2 \int_0^\infty f_{vac} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 2 \int_0^\infty f_{vac}(\epsilon) D(\epsilon) d\epsilon$$

Концентрация

$T \neq 0$



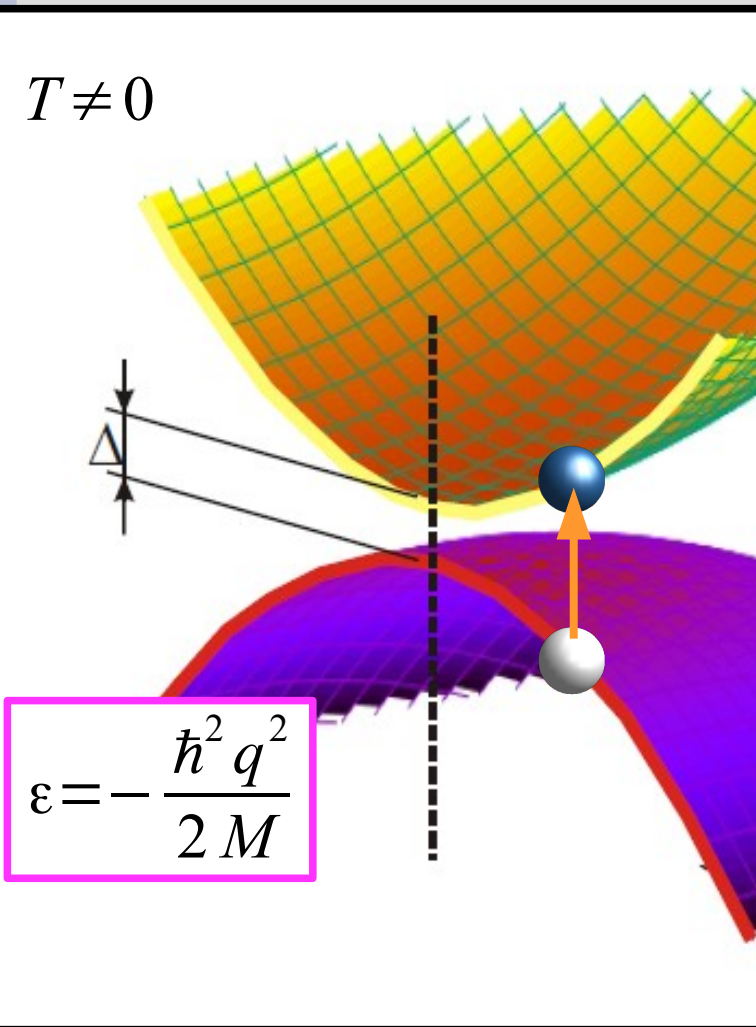
$$f_{vac} = 1 - \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/T} + 1} = \frac{1}{1 + e^{-(\varepsilon - \mu)/T}}$$

$$n = \frac{N}{V} = 2 \int_0^\infty f_{vac} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 2 \int_0^\infty f_{vac}(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon$$

$$3D: D(E) = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2} \hbar^3 \pi^2} \sqrt{E}, E = -\varepsilon$$

Концентрация

$T \neq 0$



$$f_{vac} = 1 - \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/T} + 1} = \frac{1}{1 + e^{-(\varepsilon - \mu)/T}}$$

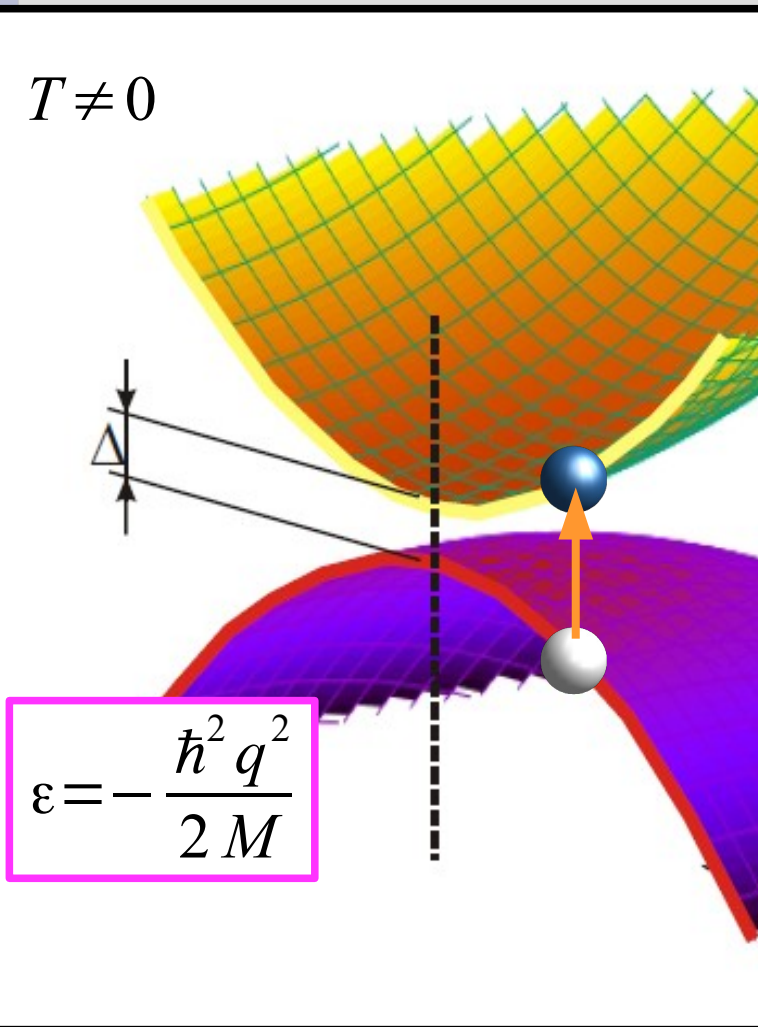
$$n = \frac{N}{V} = 2 \int_0^\infty f_{vac} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 2 \int_0^\infty f_{vac}(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon$$

$$3D: D(E) = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2} \hbar^3 \pi^2} \sqrt{E}, E = -\varepsilon$$

$$\begin{aligned} n_{vac} &\approx 2 \int_0^\infty e^{-E/T - \mu/T} D(E) dE = \\ &= 2 \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2} \hbar^3 \pi^2} e^{-\mu/T} T^{3/2} \int_0^\infty e^{-x} \sqrt{x} dx \end{aligned}$$

Концентрация

$T \neq 0$



$$f_{vac} = 1 - \frac{1}{e^{(\epsilon - \mu)/T} + 1} = \frac{1}{1 + e^{-(\epsilon - \mu)/T}}$$

$$n = \frac{N}{V} = 2 \int_0^\infty f_{vac} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} = 2 \int_0^\infty f_{vac}(\epsilon) D(\epsilon) d\epsilon$$

$$3D: D(E) = \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2} \hbar^3 \pi^2} \sqrt{E}, E = -\epsilon$$

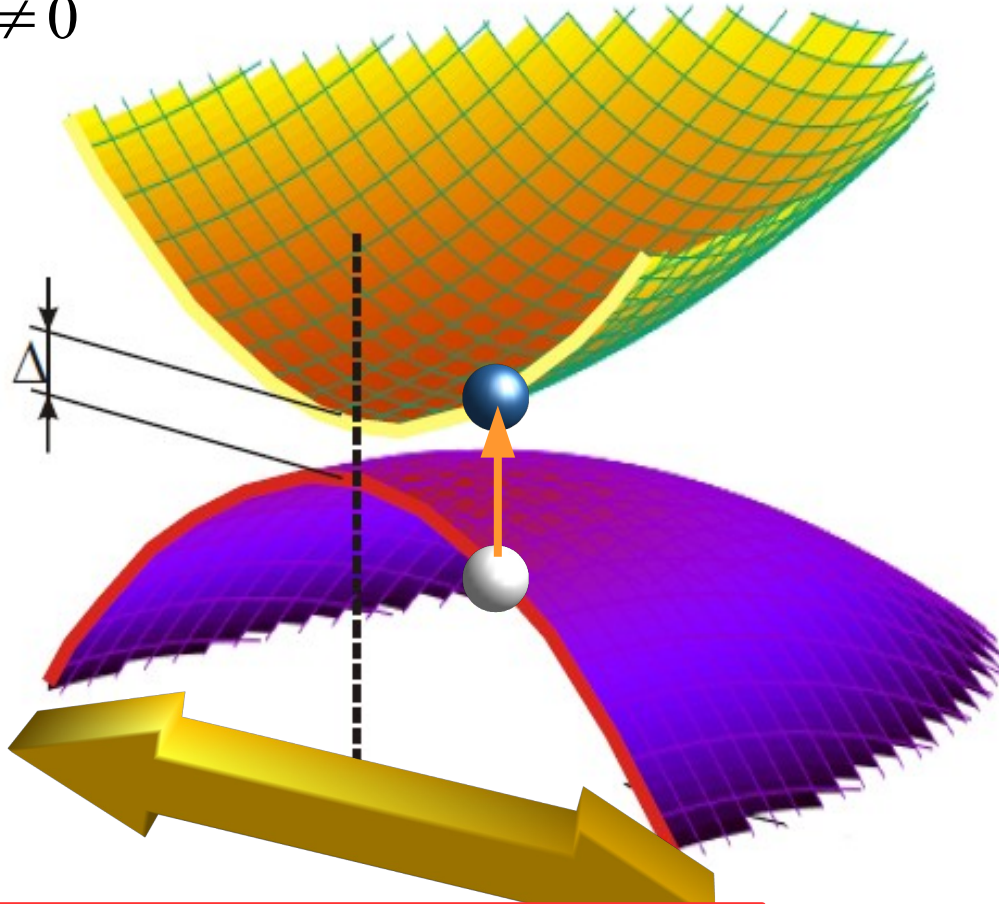
$$n_{vac} \approx 2 \int_0^\infty e^{-E/T - \mu/T} D(E) dE =$$

$$= 2 \frac{m^{3/2}}{\sqrt{2} \hbar^3 \pi^2} e^{-\mu/T} T^{3/2} \int_0^\infty e^{-x} \sqrt{x} dx$$

$$n_{vac} \approx 2 \left(\frac{m T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T} = Q_h e^{-\mu/T}$$

Дырки в полупроводнике.

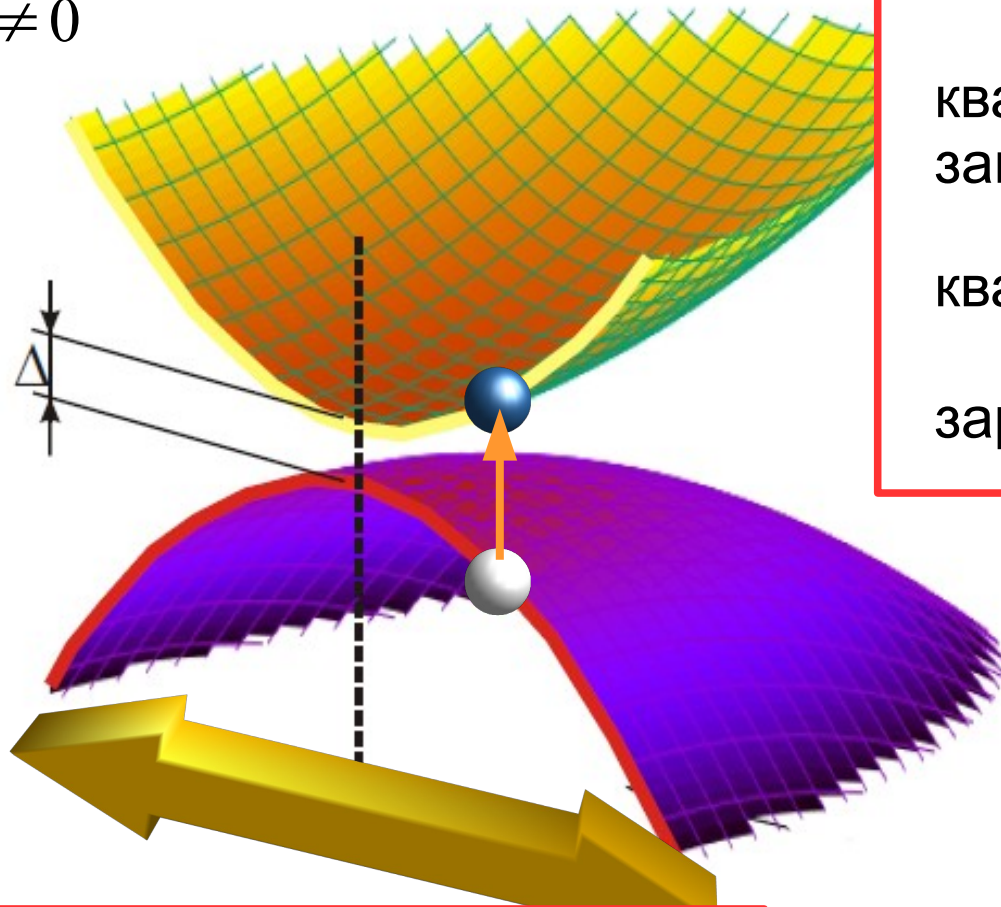
$T \neq 0$



Дырка = вся валентная зона
без одного электрона

Дырки в полупроводнике.

$T \neq 0$



квазиимпульс вакансии: $\vec{k}_{vac}$

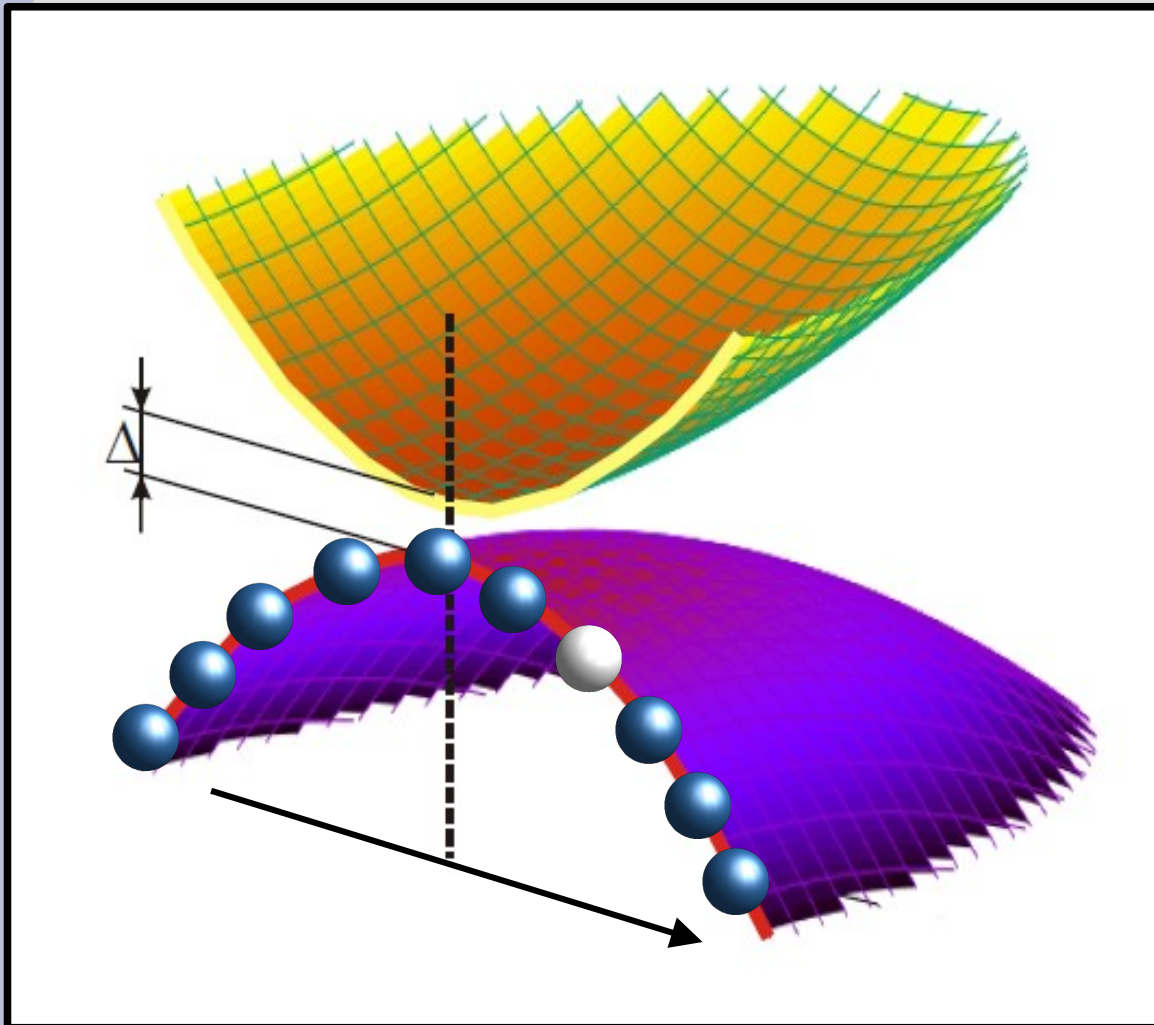
квазиимпульс
заполненной зоны: 0

квазиимпульс дырки: $-\vec{k}_{vac}$

заряд дырки: $q > 0$

Дырка = вся валентная зона
без одного электрона

Дырки в полупроводнике: спектр.



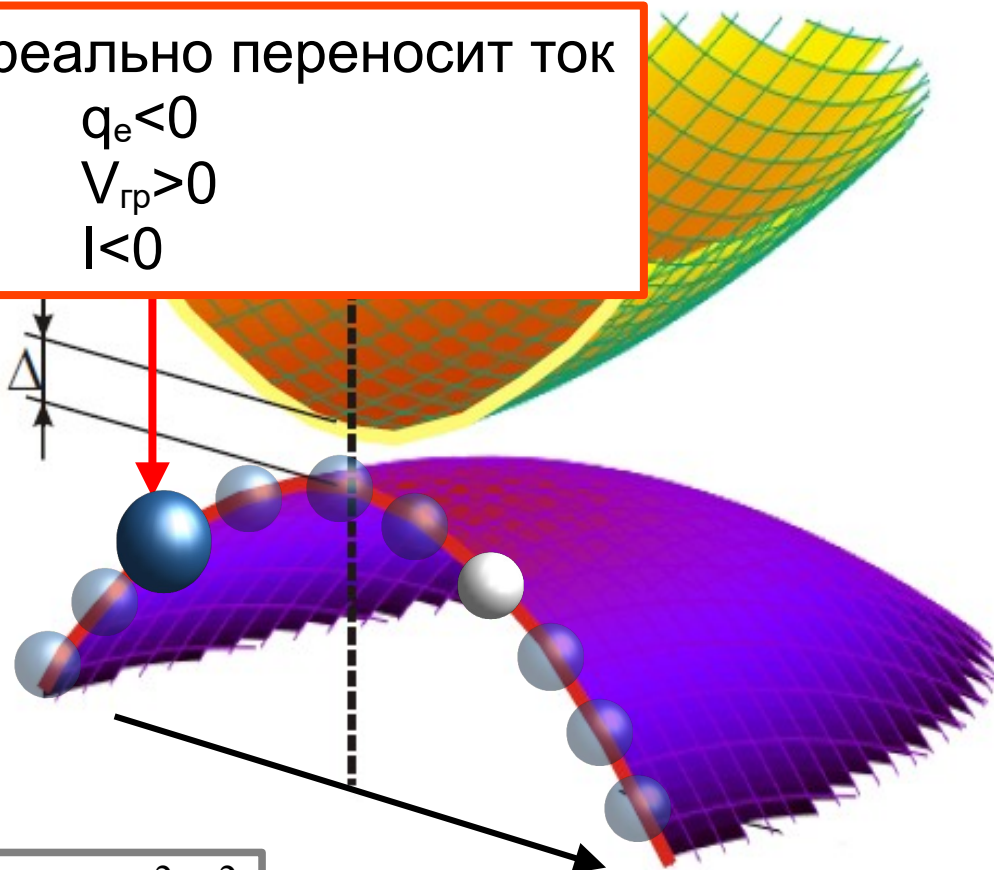
Дырки в полупроводнике: спектр.

реально переносит ток

$$q_e < 0$$

$$V_{\text{гр}} > 0$$

$$I < 0$$



$$\varepsilon = -\frac{\hbar^2 q^2}{2M}$$

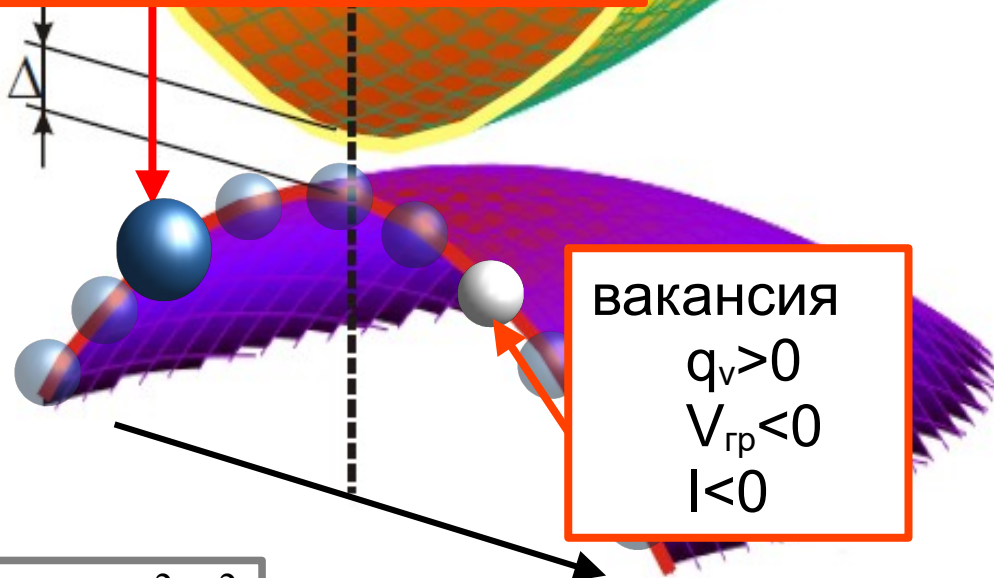
Дырки в полупроводнике: спектр.

реально переносит ток

$$q_e < 0$$

$$V_{гр} > 0$$

$$I < 0$$



вакансия

$$q_v > 0$$

$$V_{гр} < 0$$

$$I < 0$$

$$\varepsilon = -\frac{\hbar^2 q^2}{2M}$$

Дырки в полупроводнике: спектр.

Дырки:

- $q_h = -q_v$
- наиболее энергетически выгодна дырка с $q_h = 0$ (вакансия в максимуме зоны)
- направление тока не должно измениться

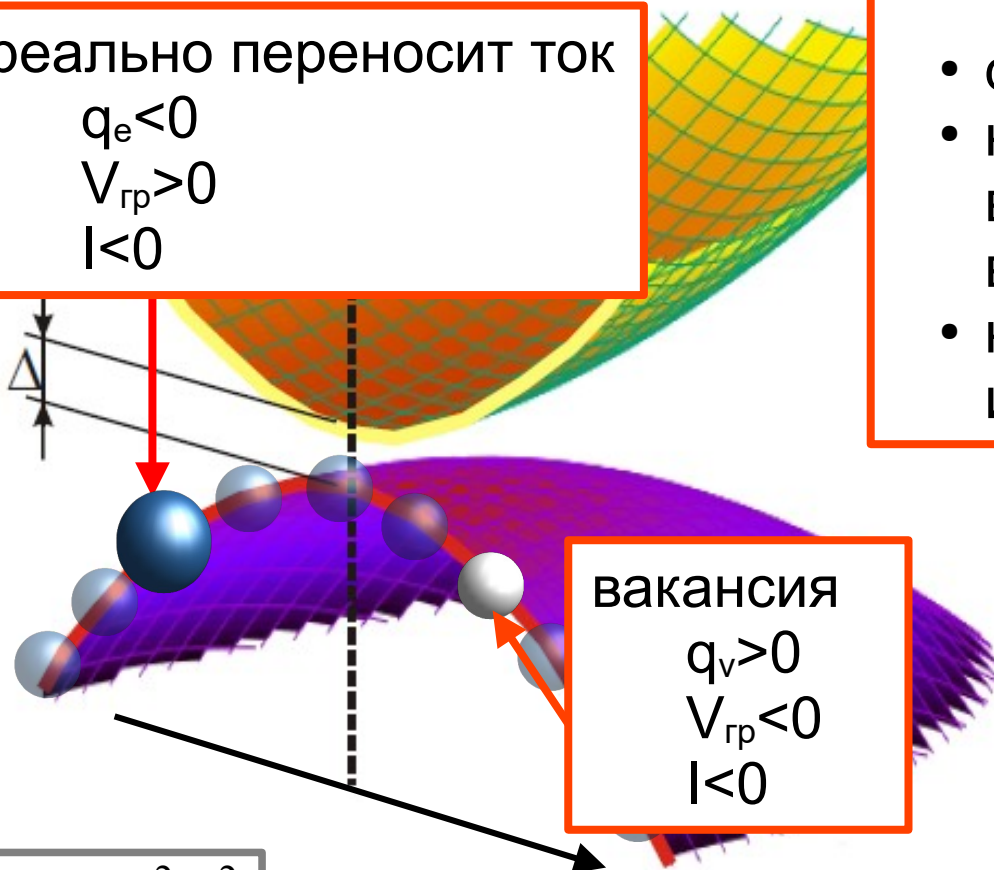
реально переносит ток

$$q_e < 0$$
$$V_{gr} > 0$$
$$I < 0$$

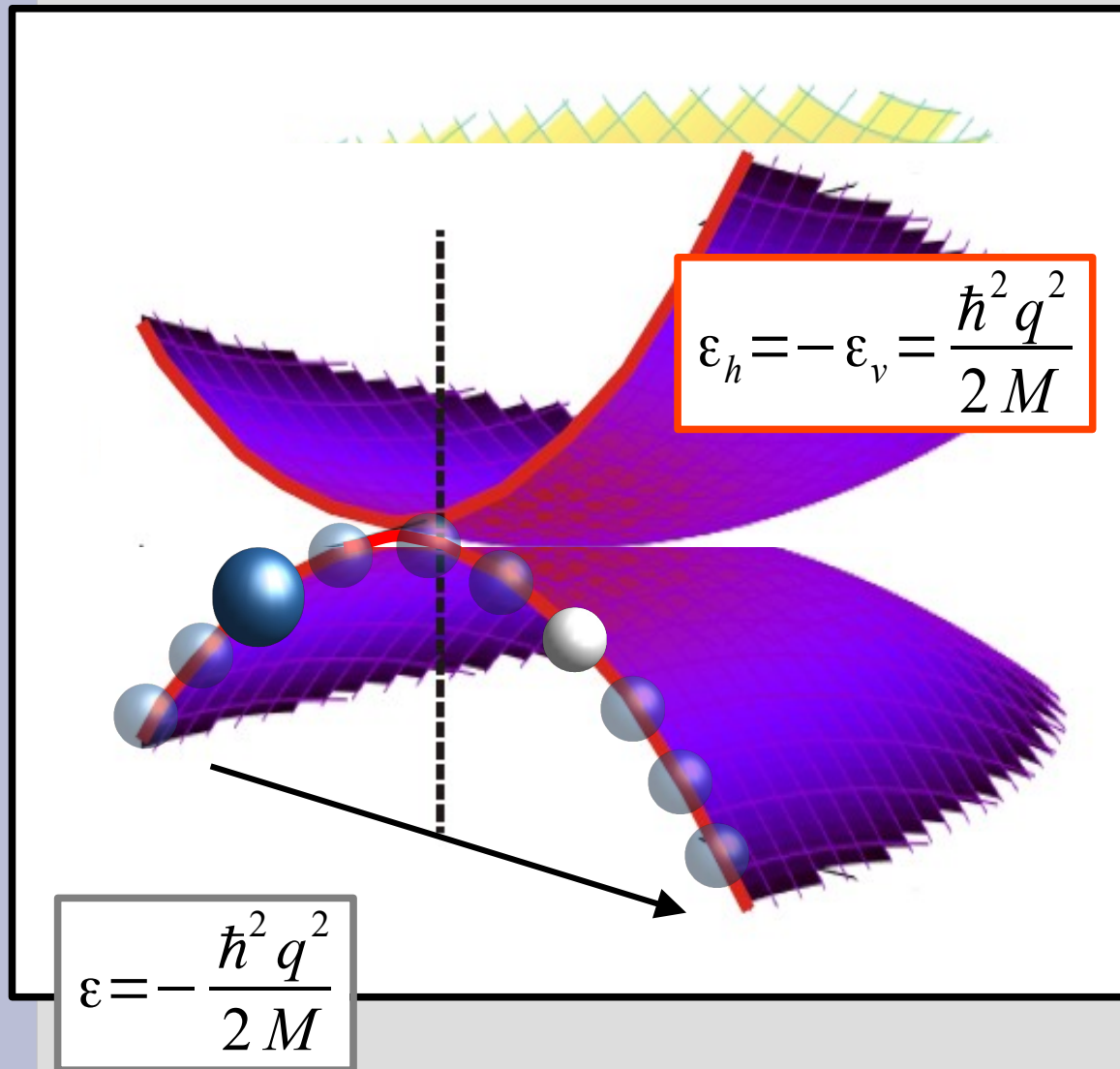
вакансия

$$q_v > 0$$
$$V_{gr} < 0$$
$$I < 0$$

$$\varepsilon = -\frac{\hbar^2 q^2}{2M}$$



Дырки в полупроводнике: спектр.

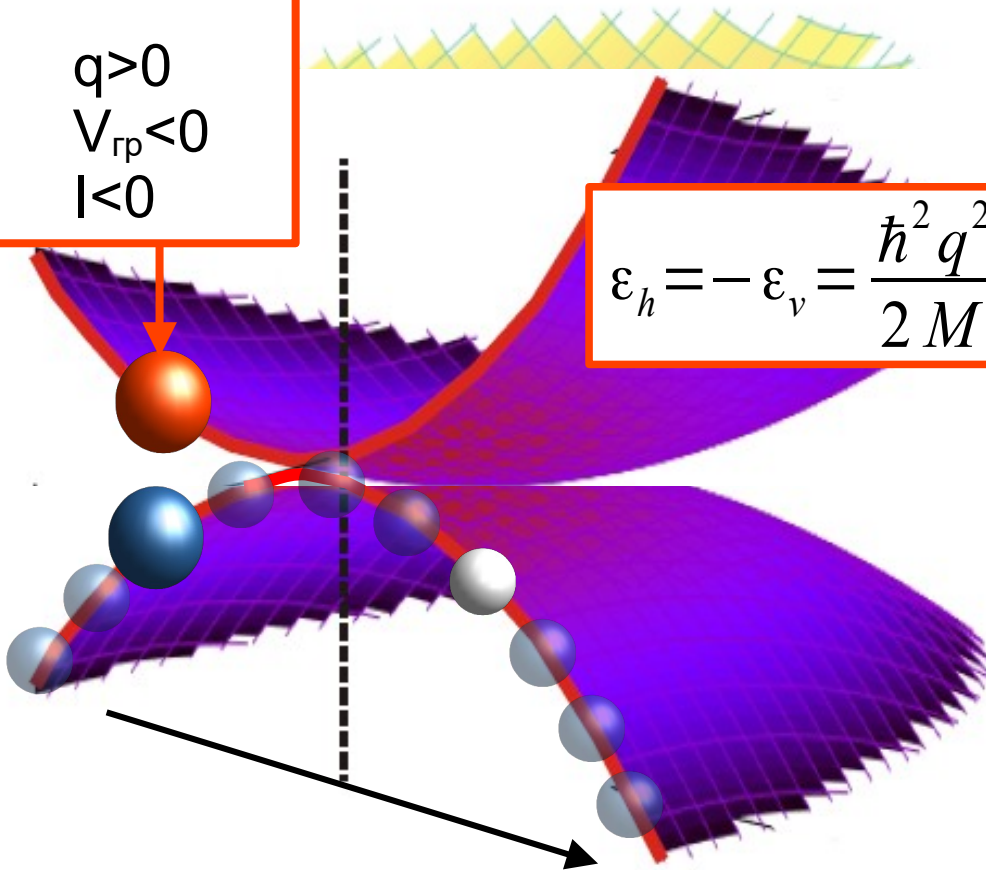


Дырки в полупроводнике: спектр.

Дырка:

$$\begin{aligned} q &> 0 \\ V_{\text{гр}} &< 0 \\ I &< 0 \end{aligned}$$

$$\varepsilon_h = -\varepsilon_v = \frac{\hbar^2 q^2}{2M}$$



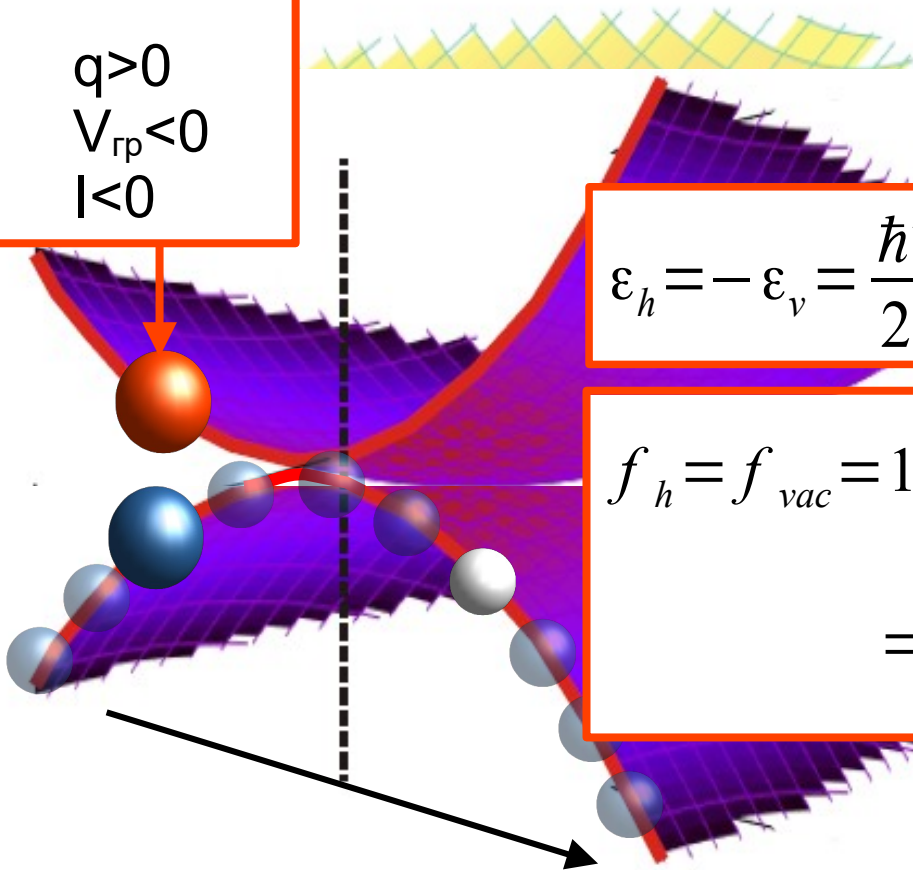
Дырки в полупроводнике: спектр.

Дырка:

$$\begin{aligned} q > 0 \\ V_{\text{гр}} < 0 \\ I < 0 \end{aligned}$$

$$\varepsilon_h = -\varepsilon_v = \frac{\hbar^2 q^2}{2M}$$

$$\begin{aligned} f_h = f_{\text{vac}} = 1 - f_e &= \frac{1}{1 + e^{-(\varepsilon_{\text{vac}} - \mu)/T}} = \\ &= \frac{1}{e^{(\varepsilon_h + \mu)/T} + 1} \end{aligned}$$



Часть 3. Равновесные концентрации подвижных зарядов. «Правило рычага».

Равновесные концентрации носителей заряда в полупроводнике.

$$n_e \approx 2 \left(\frac{m_e T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_e e^{-(E_g - \mu)/T}$$

$$n_h \approx 2 \left(\frac{m_h T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T} = Q_h e^{-\mu/T}$$

Статфактор зоны — эффективное число состояний в зоне

$$Q = 2.51 \cdot 10^{19} \left(\frac{m}{m_0} \times \frac{T[K]}{300 K} \right)^{3/2} 1/\text{см}^3$$

Равновесные концентрации носителей заряда в полупроводнике.

$$n_e \approx 2 \left(\frac{m_e T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_e e^{-(E_g - \mu)/T}$$

$$n_h \approx 2 \left(\frac{m_h T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T} = Q_h e^{-\mu/T}$$

Правило рычага:

$$n_e \times n_h = Q_e Q_h e^{-E_g/T}$$

не зависит от положения уровня химпотенциала (пока оба газа носителей невырождены)

Равновесные концентрации носителей заряда в полупроводнике.

$$n_e \approx 2 \left(\frac{m_e T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_e e^{-(E_g - \mu)/T}$$

$$n_h \approx 2 \left(\frac{m_h T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T} = Q_h e^{-\mu/T}$$

Условие электронейтральности:

$$n_e = n_h$$
$$Q_e e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_h e^{-\mu/T}$$

уравнение на химпотенциал

Равновесные концентрации носителей заряда в полупроводнике.

$$n_e \approx 2 \left(\frac{m_e T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_e e^{-(E_g - \mu)/T}$$

$$n_h \approx 2 \left(\frac{m_h T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T} = Q_h e^{-\mu/T}$$

$$e^{2\mu/T} = \frac{Q_h}{Q_e} e^{E_g/T} = \left(\frac{m_h}{m_e} \right)^{3/2} e^{E_g/T}$$
$$\mu = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} T \ln \frac{m_h}{m_e}$$

Условие электронейтральности.

$$n_e = n_h$$
$$Q_e e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_h e^{-\mu/T}$$

уравнение на химпотенциал

Равновесные концентрации носителей заряда в полупроводнике.

$$n_e \approx 2 \left(\frac{m_e T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_e e^{-(E_g - \mu)/T}$$

$$n_h \approx 2 \left(\frac{m_h T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T} = Q_h e^{-\mu/T}$$

$$e^{2\mu/T} = \frac{Q_h}{Q_e} e^{E_g/T} = \left(\frac{m_h}{m_e} \right)^{3/2} e^{E_g/T}$$

$$\mu = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} T \ln \frac{m_h}{m_e}$$

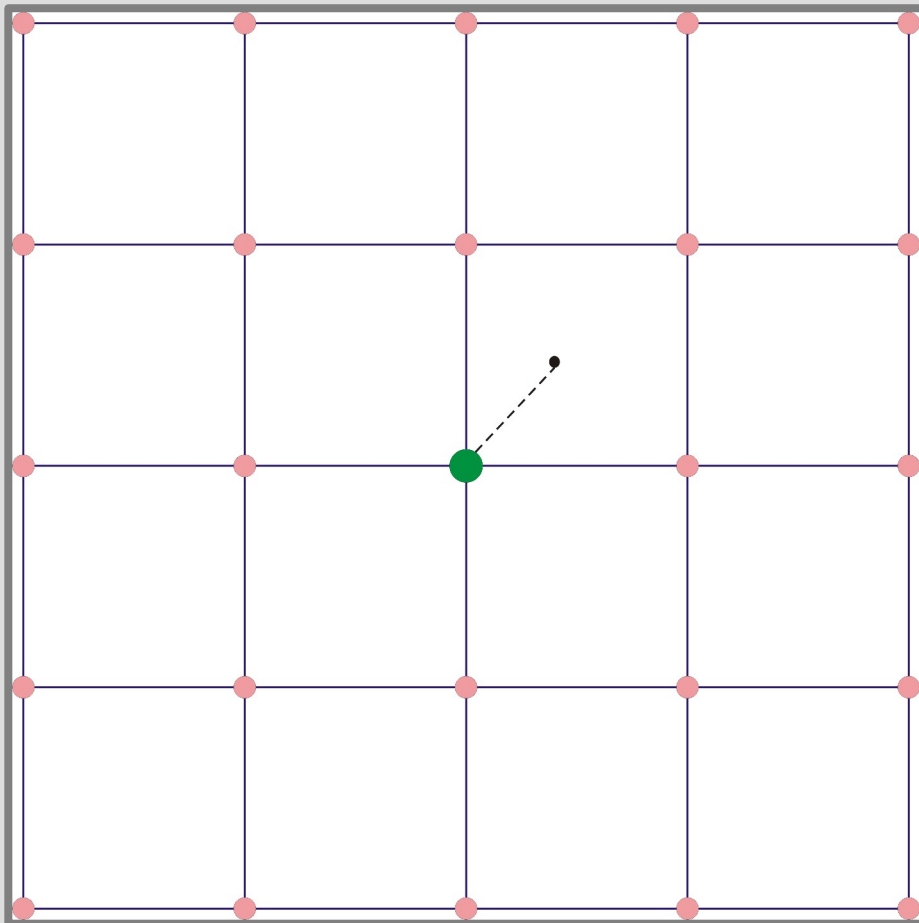
сти.

$$n_e = n_h = Q_e \exp \left[\frac{1}{T} \left(-\frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} T \ln \frac{m_h}{m_e} \right) \right] = \sqrt{Q_e Q_h} e^{-E_g/(2T)}$$

на химпотенциал

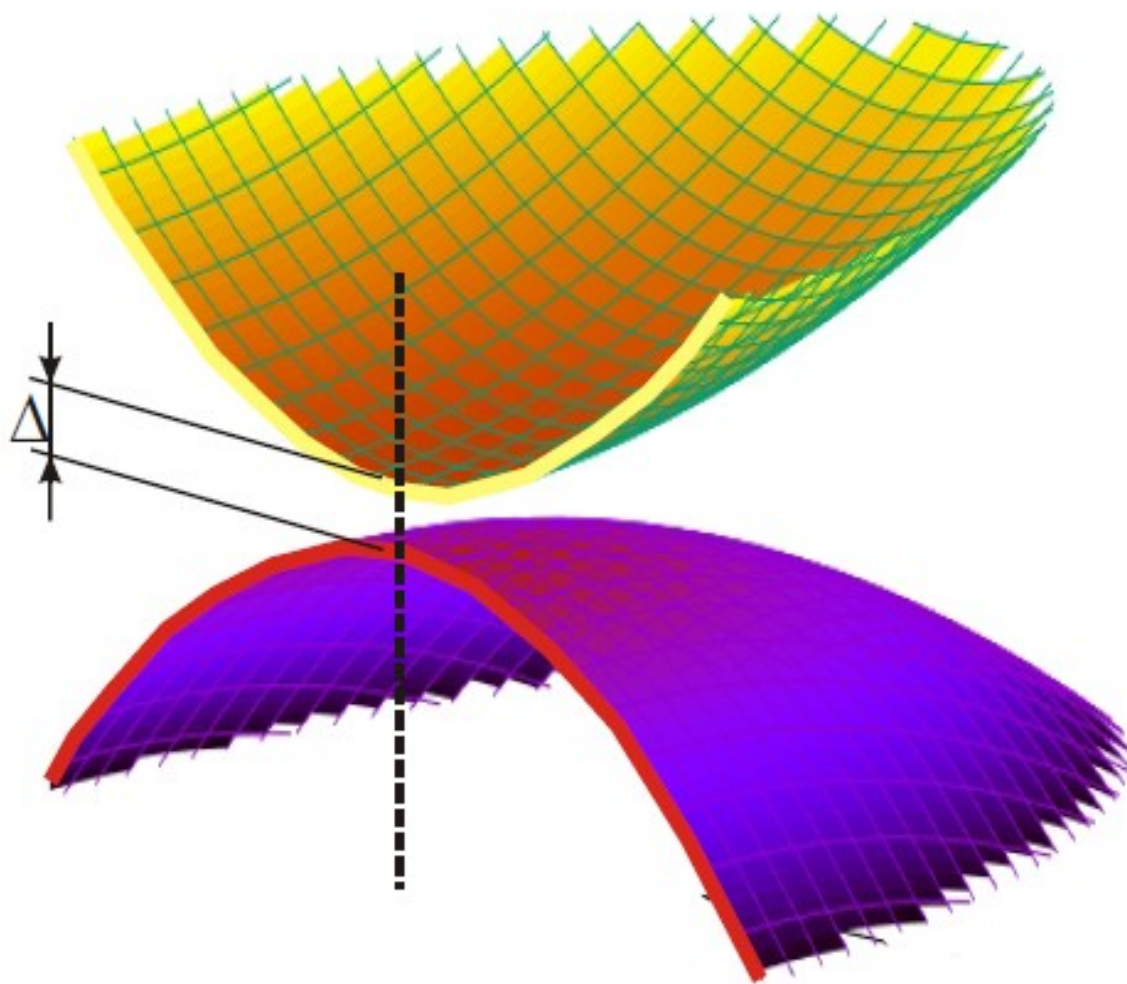
Часть 4: Слаболегированные полупроводники

Примесной уровень для электронов

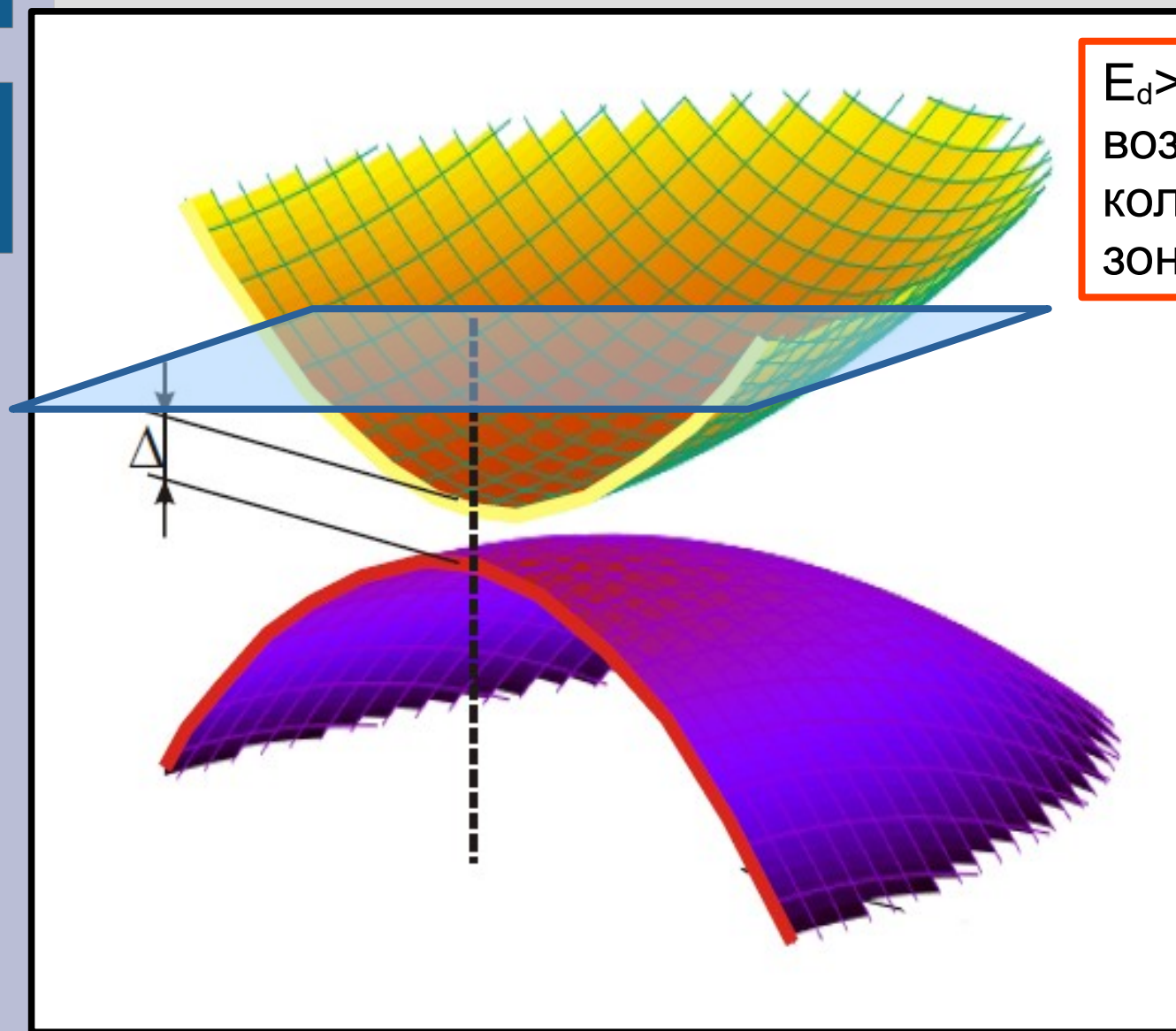


- при $T=0$ атом примеси содержит «лишний» электрон (донор) или готов принять электрон (акцептор)
- если примеси редки, энергии этих электронных состояний от k не зависят, сами состояния $N_{\text{прим}}$ кратно вырождены
- упрощенная модель — единственный примесной уровень

Варианты расположения донорного уровня



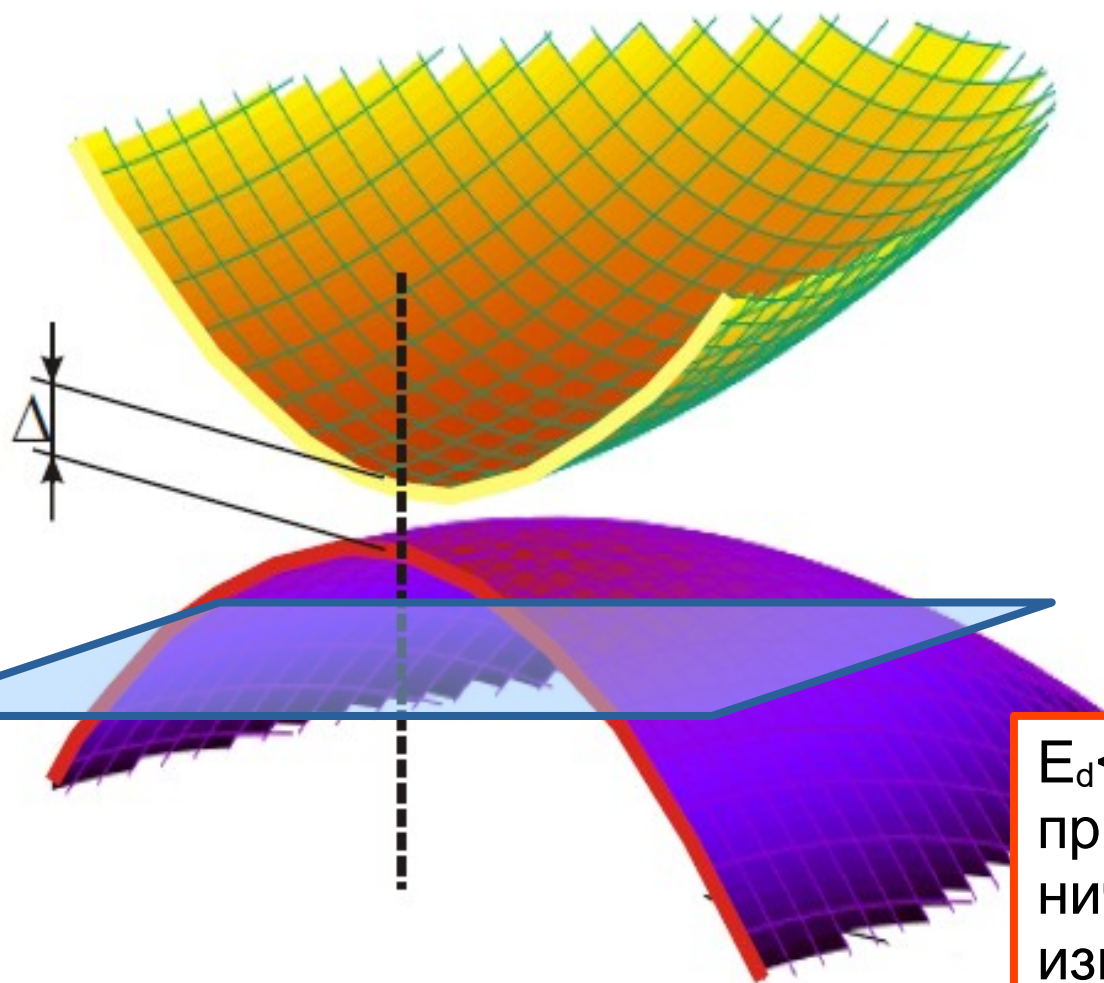
Варианты расположения донорного уровня



$$E_d > E_g$$

возникает небольшое
количество электронов в
зоне проводимости

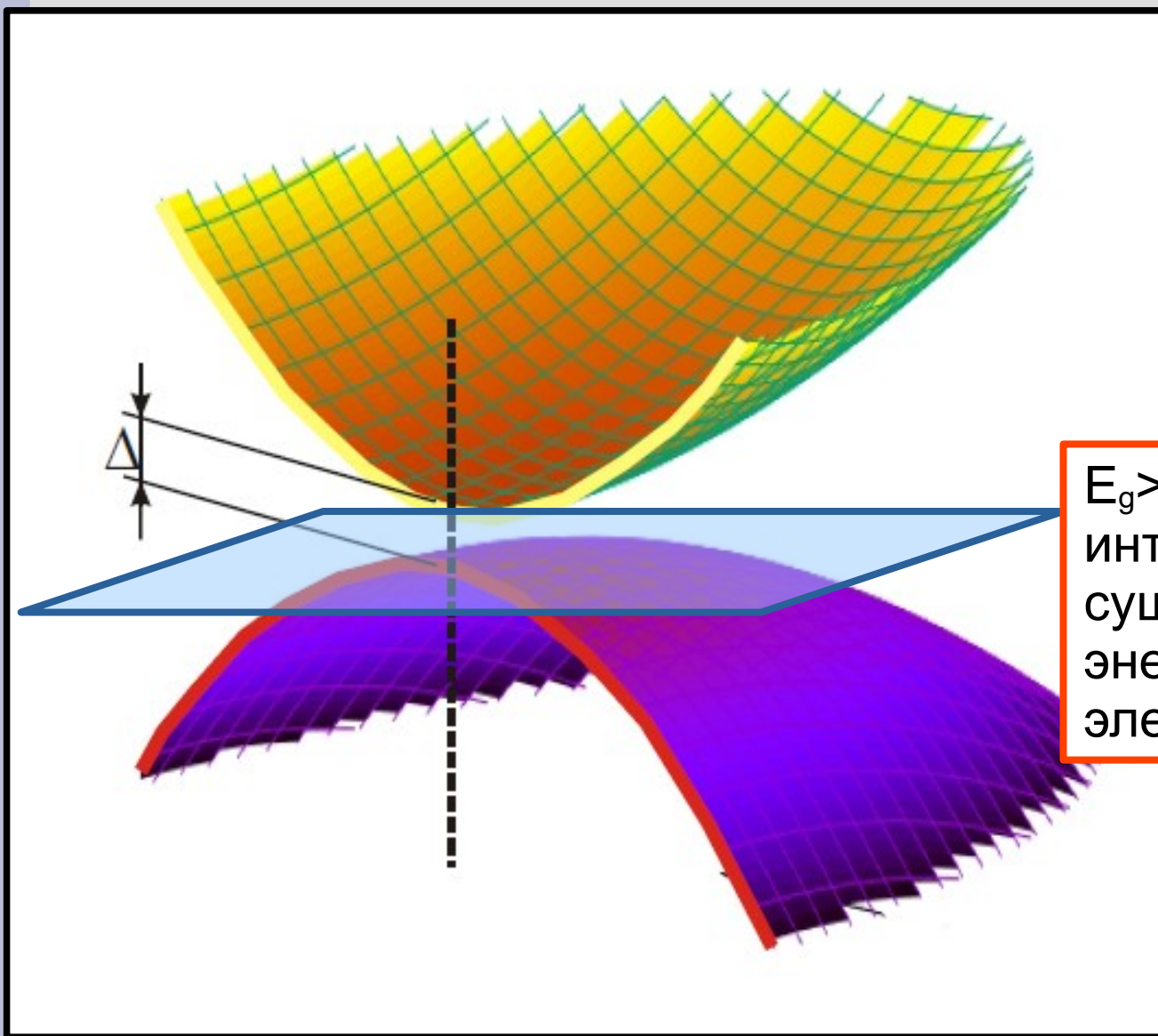
Варианты расположения донорного уровня



$$E_d < 0$$

при низких температурах
ничего качественно не
изменится

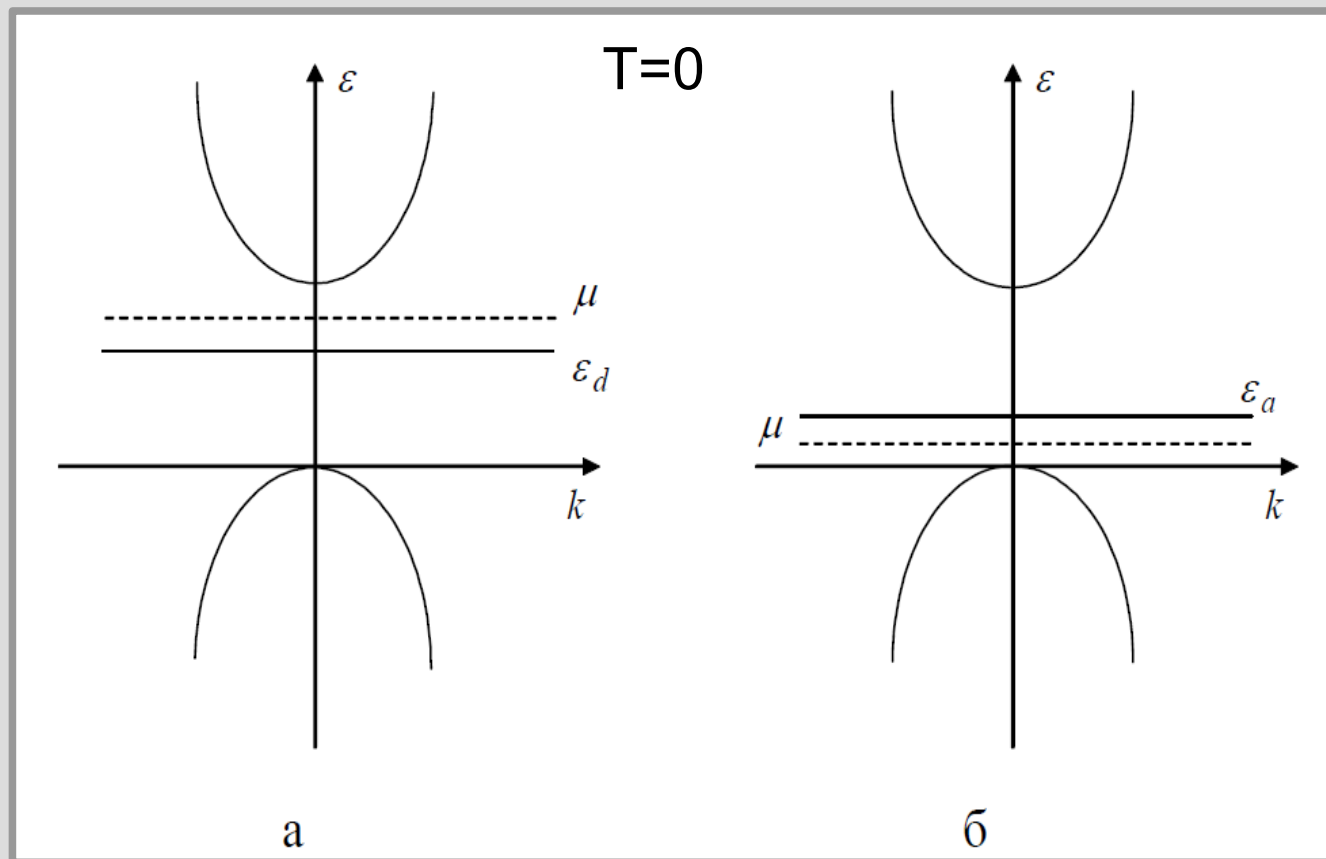
Варианты расположения донорного уровня



$$E_g > E_d > 0$$

интересный случай —
существенно меняется
энергия активации
электронов

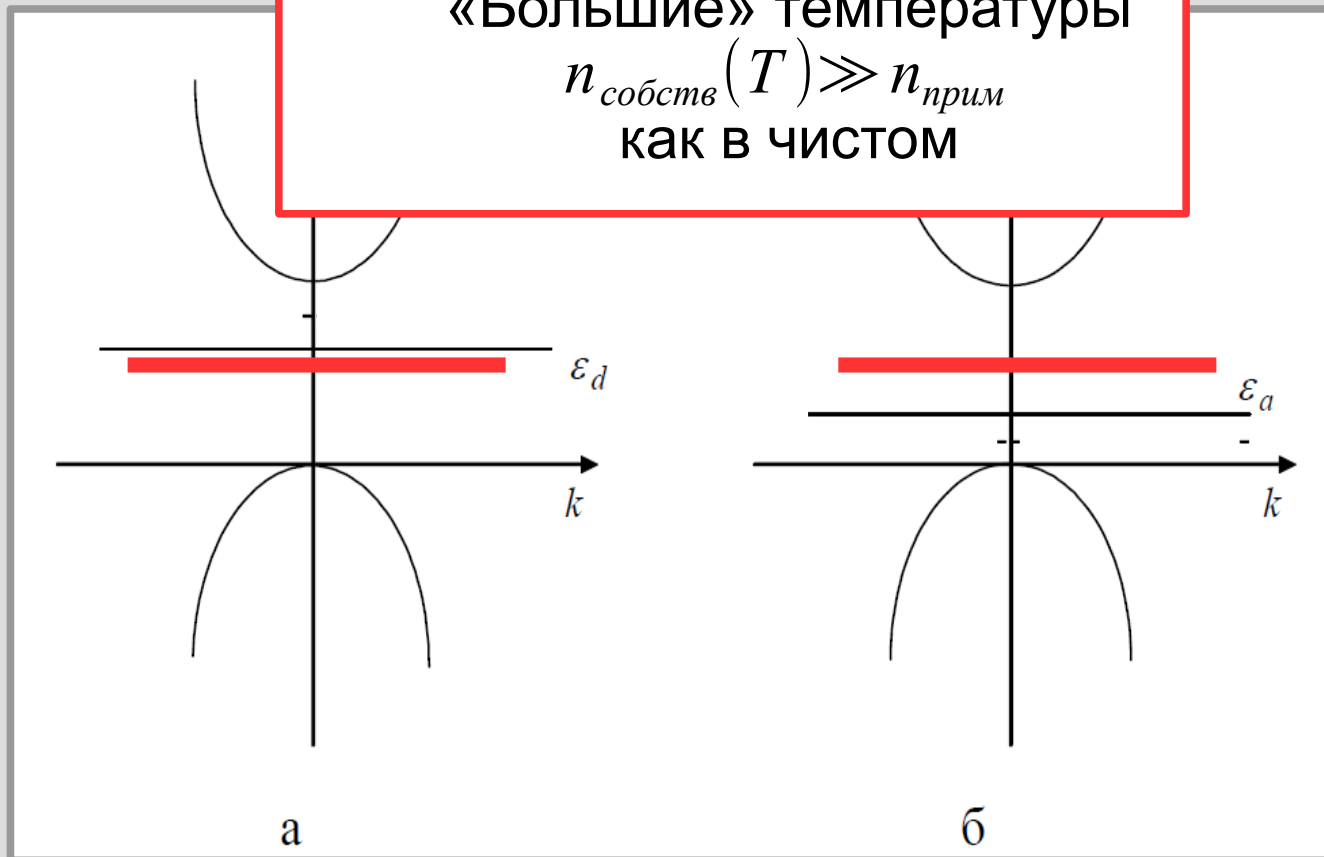
Химпотенциал слаболегированного полупроводника: качественные соображения.



Типичное положение примесного уровня в слаболегированном полупроводнике для донорной (а) и акцепторной (б) примеси

Химпотенциал слаболегированного полупроводника: качественные соображения.

«Большие» температуры
 $n_{\text{собств}}(T) \gg n_{\text{прим}}$
как в чистом



Типичное положение примесного уровня в слаболегированном полупроводнике для донорной (а) и акцепторной (б) примеси

Правило рычага в легированных полупроводниках

$$n_e \times n_h = Q_e Q_h e^{-E_g/T} = 4 (m_e m_h)^{3/2} \left(\frac{T}{2 \pi \hbar^2} \right)^3 e^{-E_g/T}$$

часть электронов примесного уровня уходит в зону проводимости, часть занимает вакантные места в валентной зоне.

*Во сколько раз больше
подвижных электронов, во
столько же раз меньше
подвижных дырок*

Концентрация носителей в легированных полупроводниках.

концентрация ионизованных
акцепторов (принявших
электрон)

концентрация
ионизованных доноров
(отдавших электрон)

$$n_e + N_a = n_h + N_d$$

концентрация подвижных
электронов в зоне
проводимости

концентрация
подвижных дырок в
валентной зоне

Концентрация носителей в легированных полупроводниках.

концентрация ионизованных
акцепторов (принявших
электрон)

концентрация
ионизованных доноров
(отдавших электрон)

$$n_e + N_a = n_h + N_d$$

концентрация подвижных
электронов в зоне
проводимости

концентрация
подвижных дырок в
валентной зоне

$$n_e \approx 2 \left(\frac{m_e T}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_e e^{-(E_g - \mu)/T}$$

$$n_h \approx 2 \left(\frac{m_h T}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T} = Q_h e^{-\mu/T}$$

$$N_a = N_a^{(0)} \frac{1}{e^{(\epsilon_a - \mu)/T} + 1}$$

$$N_d = N_d^{(0)} \left(1 - \frac{1}{e^{(\epsilon_d - \mu)/T} + 1} \right)$$

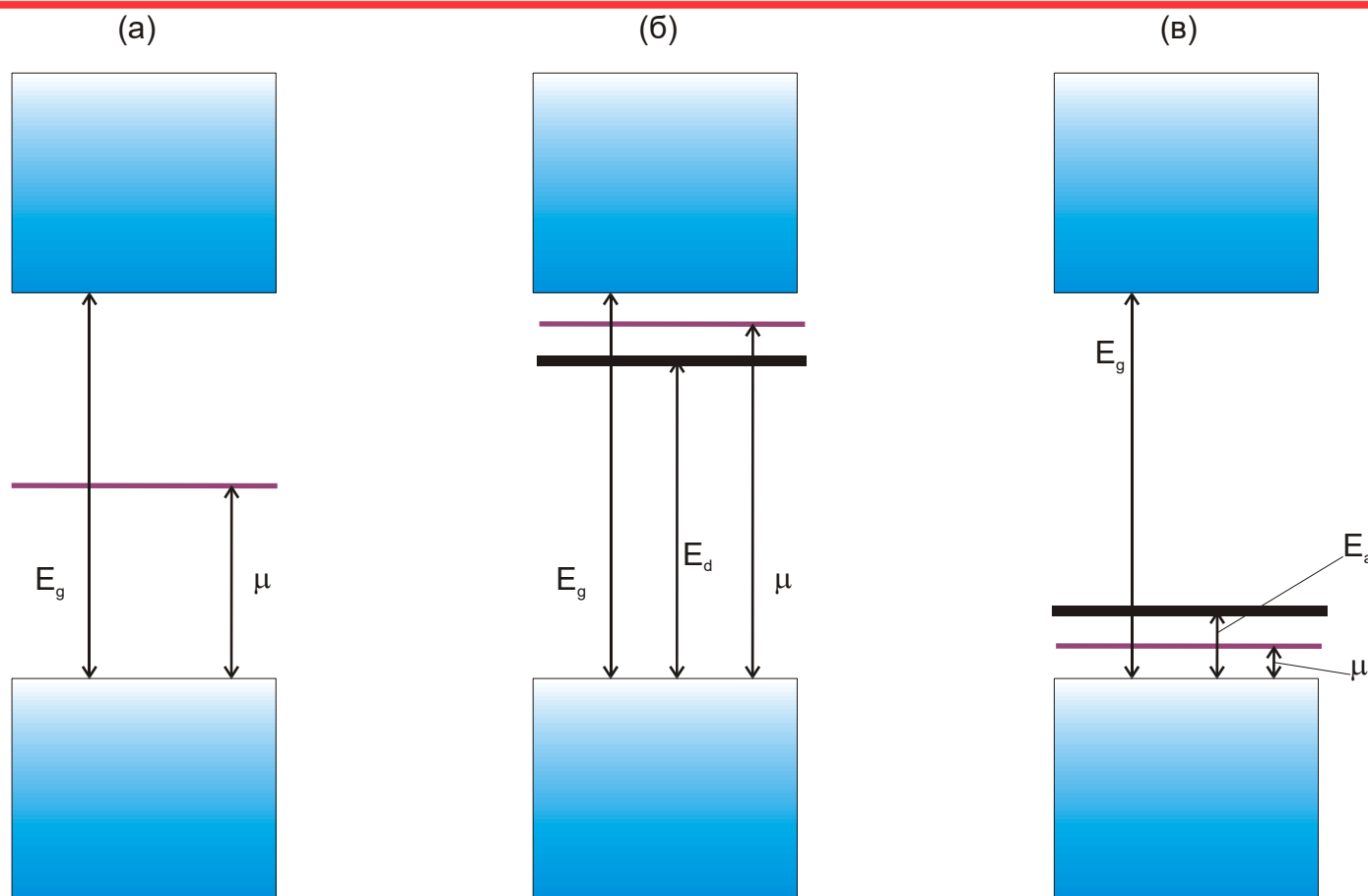
Концентрация носителей в легированных полупроводниках.

Модель: один «мелкий» донорный уровень, низкие температуры

$$Q_e e^{-(E_g - \mu)/T} = Q_h e^{-\mu/T} + N_d^{(0)} e^{-(\mu - E_d)/T} \approx N_d^{(0)} e^{-(\mu - E_d)/T}$$
$$\mu = \frac{E_g + E_d}{2} + \frac{T}{2} \ln \frac{N_d^{(0)}}{Q_e}$$

$$n_e = Q_e \exp \left(\frac{-E_g - E_d}{2T} + \frac{1}{2} \ln \frac{N_d^{(0)}}{Q_e} \right) = \sqrt{Q_e N_d^{(0)}} e^{-(E_g - E_d)/(2T)}$$
$$\frac{n_e}{n_h} = \frac{n_e^2}{n_e n_h} = \frac{Q_e N_d^{(0)} e^{-(E_g - E_d)/T}}{Q_e Q_h e^{-E_g/T}} = \frac{N_d^{(0)}}{Q_h} e^{E_d/T}$$

Упрощённые энергетические диаграммы полупроводника.



Упрощённое изображение зонной схемы полупроводника: (а) чистый полупроводник, (б) полупроводник с примесью донорного типа, (в) полупроводник с примесью акцепторного типа. — ширина запрещённой зоны, — уровень химпотенциала, — уровни донорной и акцепторной примеси. Положение химпотенциала показано для случая . Положение минимального уровня энергии электрона в вакууме не показано.

Часть 5. Электропроводность полупроводников

Электропроводность полупроводников

Модель Друде-Лоренца:

$$\sigma = \sum_i \frac{n_i e^2 \tau_i}{m_i}$$

концентрации носителей

времена релаксации носителей i -го типа

эффективная масса

сумма по типам носителей

The diagram shows the equation $\sigma = \sum_i \frac{n_i e^2 \tau_i}{m_i}$ centered on a white background. Four arrows point from text labels to parts of the equation: 'концентрации носителей' points to n_i , 'времена релаксации носителей i -го типа' points to τ_i , 'эффективная масса' points to m_i , and 'сумма по типам носителей' points to the summation symbol $\sum_i$.

Электропроводность полупроводников

Модель Друде-Лоренца:

концентрации
носителей

времена
релаксации
носителей i -го
типа

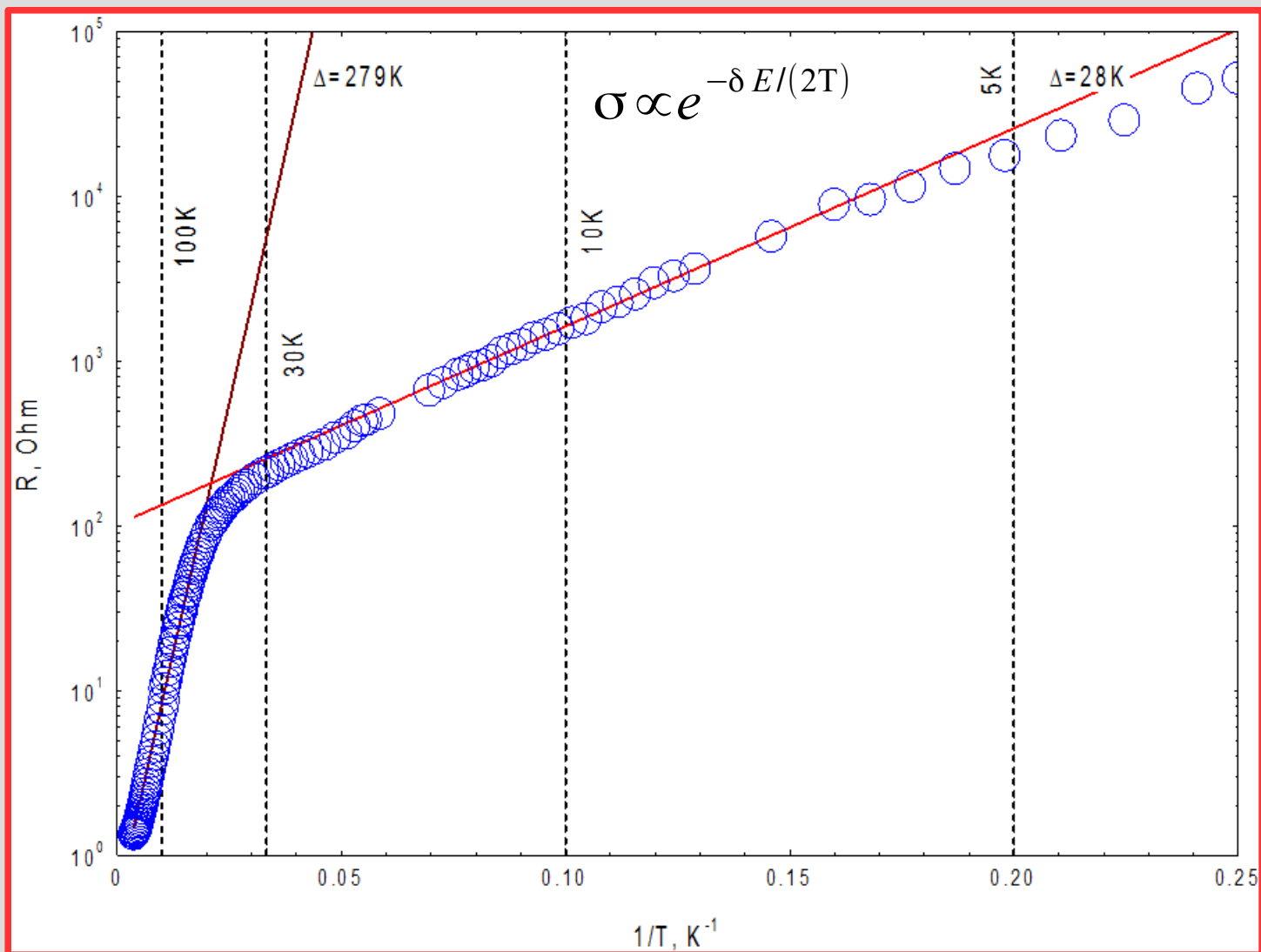
$$\sigma = \sum_i \frac{n_i e^2 \tau_i}{m_i}$$

сумма по типам
носителей

Для чистого полупроводника $\sigma \propto e^{-E_g/(2T)}$

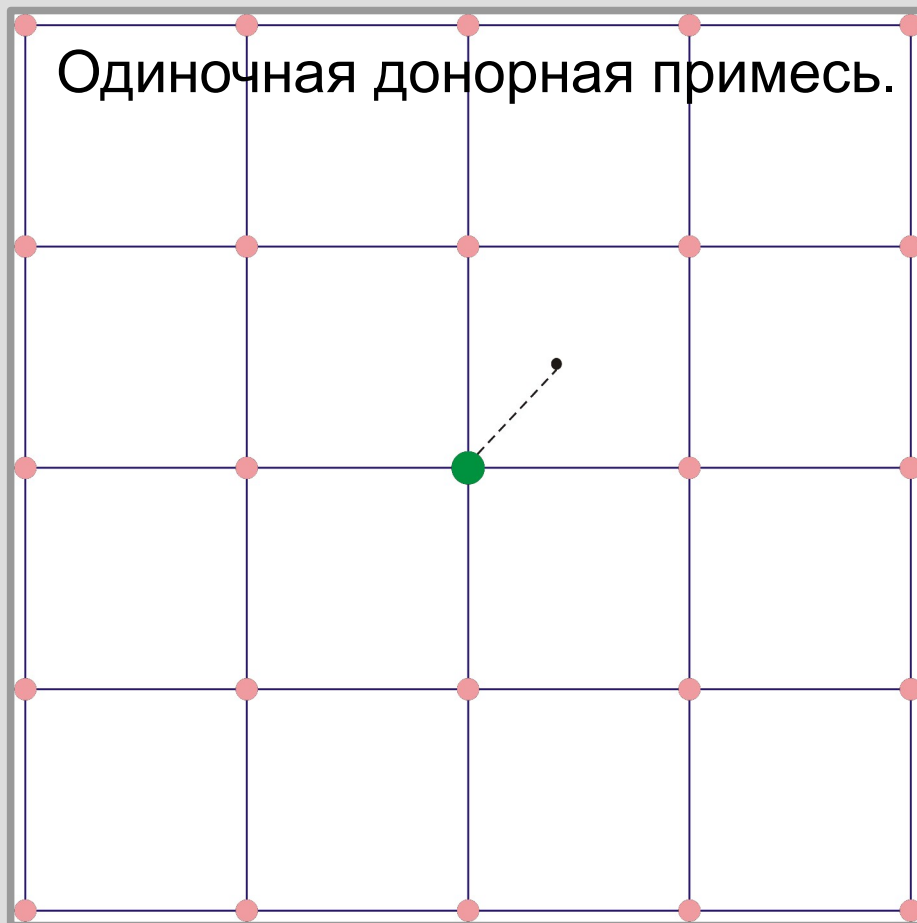
Для легированного при низких температурах $\sigma \propto e^{-\delta E/(2T)}$

Пример температурной зависимости полупроводника



Часть 6. Водородоподобные состояния в полупроводниках. Экситоны.

Водородоподобные состояния вблизи примеси.



Задача об атоме водорода, но с учётом диэлектрической проницаемости и эффективной массы.

$$E_n = -\frac{Z^2}{\epsilon^2} \frac{m^*}{m_0} Ry \frac{1}{n^2}$$

$$r_0 = \frac{\epsilon}{Z} \frac{m_0}{m^*} a_0$$

Водородоподобные состояния вблизи примеси.

Одиночная донорная примесь.

Задача об атоме водорода, но с учётом диэлектрической проницаемости и эффективной массы.

$$E_n = -\frac{Z^2}{\epsilon^2} \frac{m^*}{m_0} Ry \frac{1}{n^2}$$

$$r_0 = \frac{\epsilon}{Z} \frac{m_0}{m^*} a_0$$

$$\epsilon \simeq 10$$
$$m^* \simeq 0.1 m_0$$

$$E_{\text{ион}} \simeq 10 \text{ мЭВ}$$
$$r_0 \simeq 50 \text{ \AA}$$

Экситон: связанное состояние электрона и дырки.

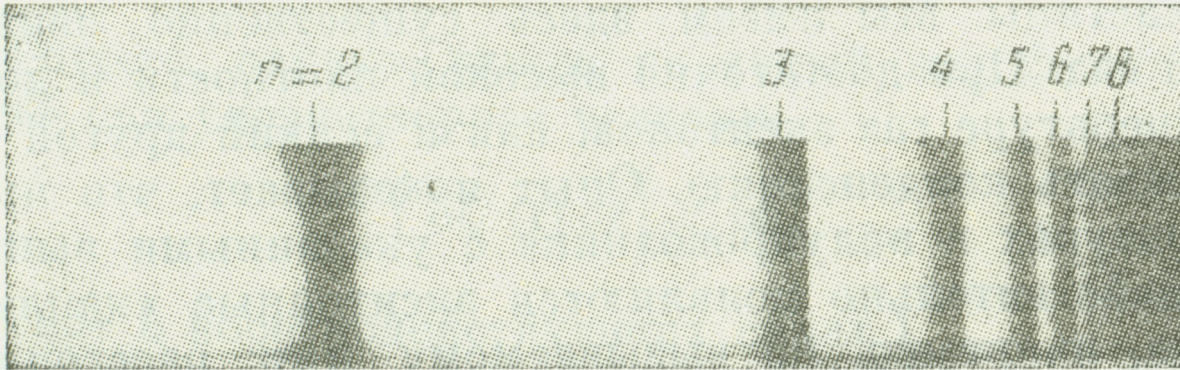
$$E = E_g - \frac{1}{\epsilon^2} \frac{m_e m_h}{m_0 (m_e + m_h)} Ry \frac{1}{n^2} + \frac{\hbar^2}{2 (m_e + m_h)} k^2$$

с учётом «цены»
создания электрона
и движения как
целого

Экситон: связанное состояние электрона и дырки.

$$E = E_g - \frac{1}{\epsilon^2} \frac{m_e m_h}{m_0(m_e + m_h)} Ry \frac{1}{n^2} + \frac{\hbar^2}{2(m_e + m_h)} k^2$$

с учётом «цены»
создания электрона
и движения как
целого

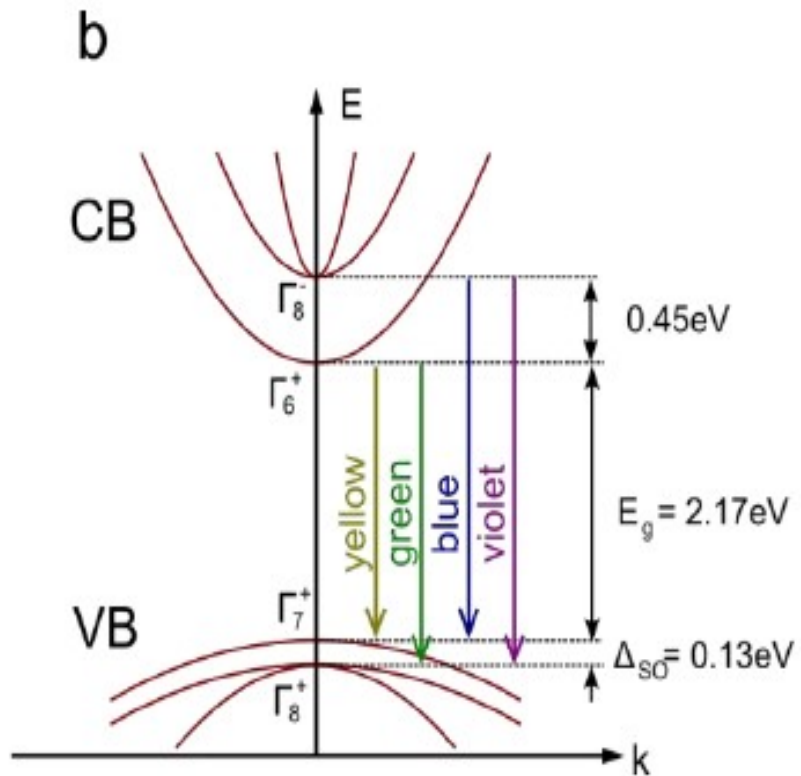
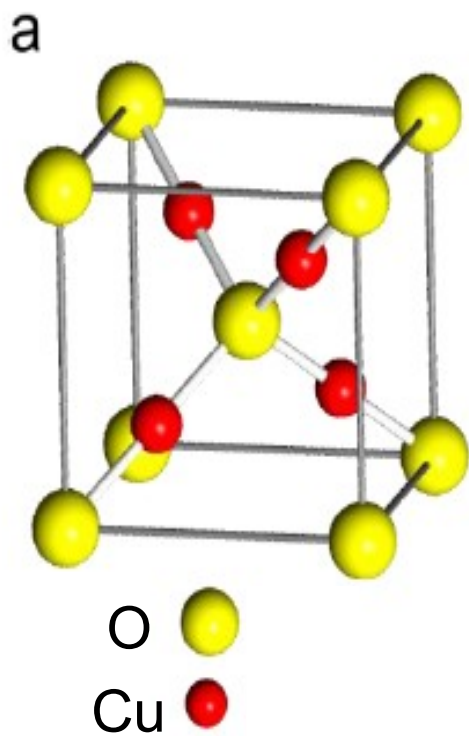


Спектр пропускания полупроводника Si_2O на границе жёлтого края поглощения. Температура 1.3 К.

В.Л.Бонч-Бруевич и С.Г.Калашников, Физика полупроводников, М.: Наука, 1990

$$\hbar \omega = E_g - \frac{1}{\epsilon^2} \frac{m_e m_h}{m_0(m_e + m_h)} Ry \frac{1}{n^2}$$

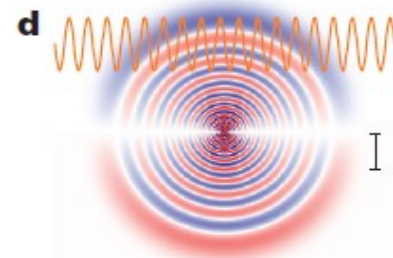
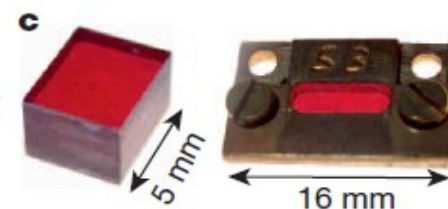
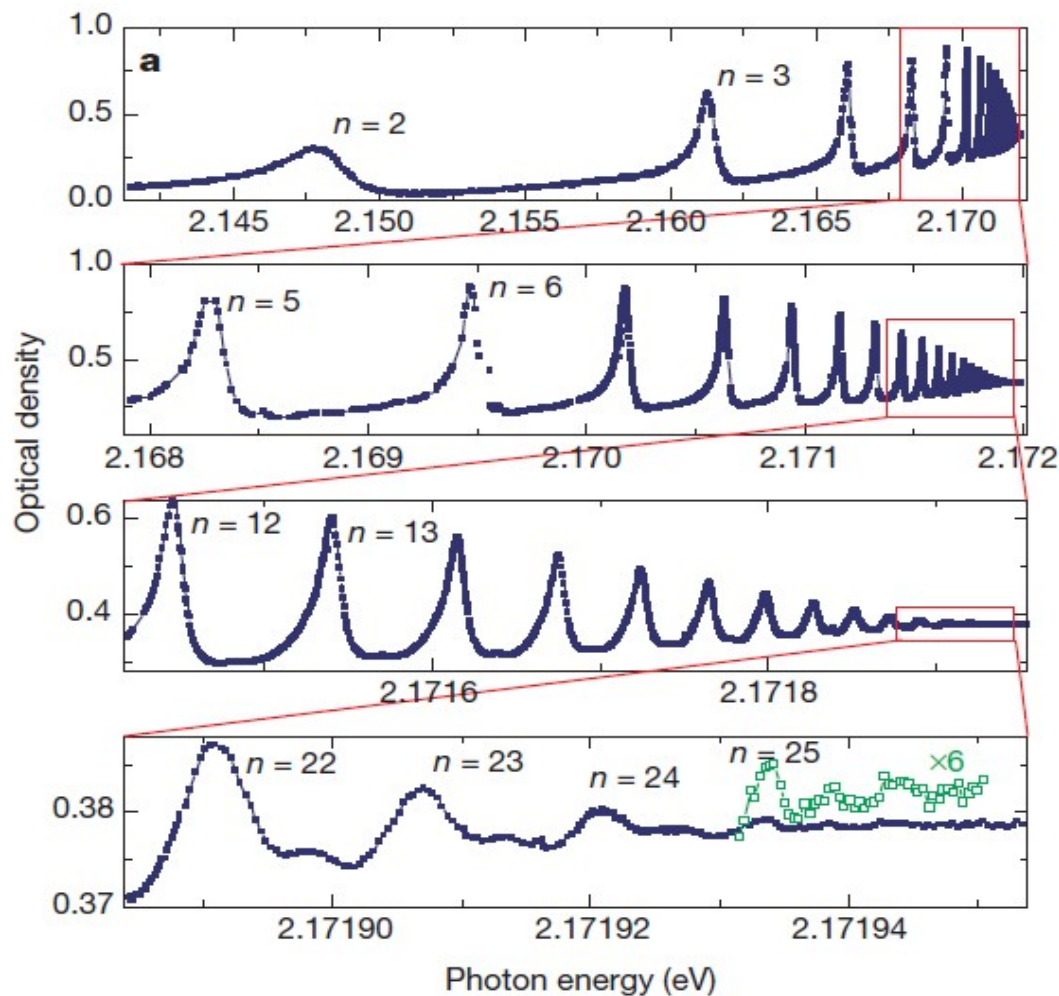
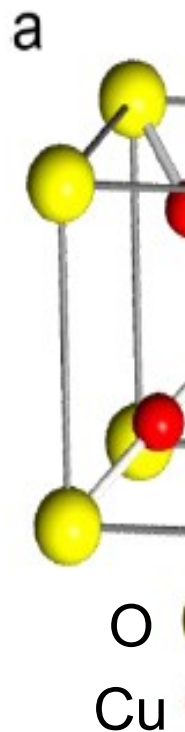
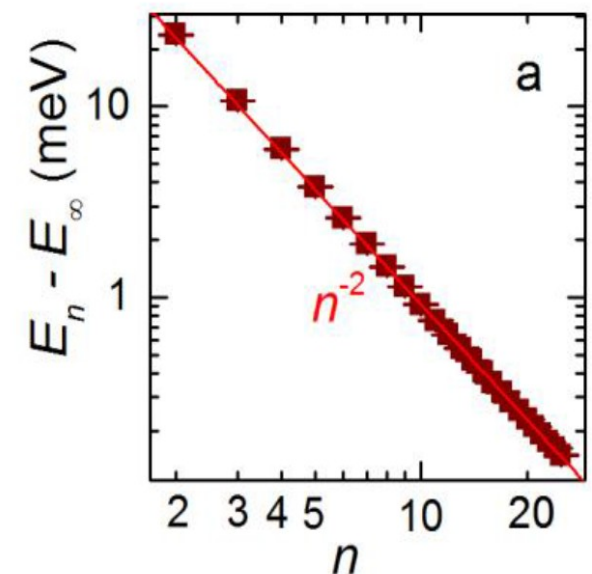
«State of the art» эксперимент по наблюдению экситонов.



Структура и зонная схема заиси меди Cu_2O .

T. Kazimierczuk, D. Fröhlich, S. Scheel, H. Stolz and M. Bayer, Giant Rydberg excitons in the copper oxide Cu₂O, *Nature*, 514, 343 (arxiv 1407.0691)(2014)

«State of the art» экспериментальное наблюдение экситонов

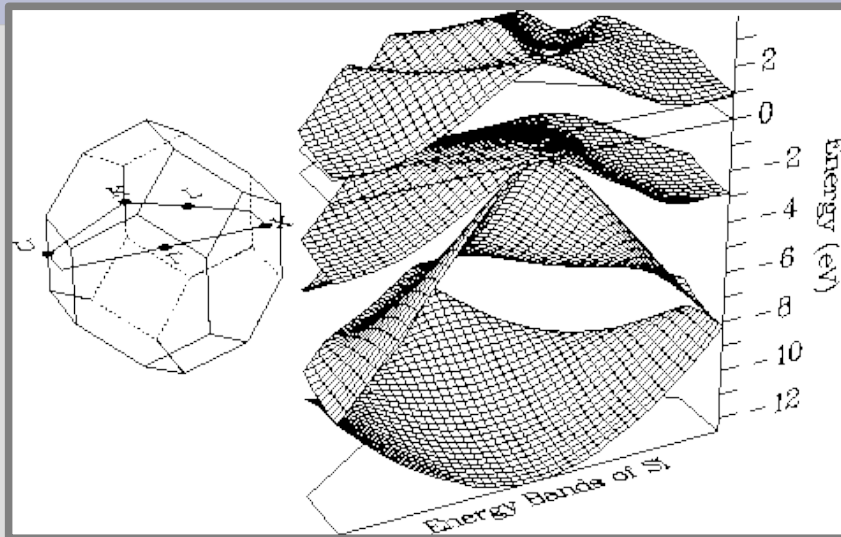


Структура и зонная схема окиси меди Cu_2O .

T. Kazimierzczuk, D. Fröhlich, S. Scheel, H. Stolz and M. Bay oxide Cu_2O , Nature, 514, 343 (arxiv 1407.0691)(2014)

(a) Поглощение (оптическая плотность) в Cu_2O как функция энергии фотона. Температура 1.2K. (b) Природный кристалл Cu_2O , из которого вырезались образцы для исследования. (c) смонтированные на приборные столики пластинки Cu_2O . Толщина образцов около 30 мкм. (d) Расчёт волновой функции экситона с $n=25$, для масштаба показана синусоида с длиной волны равной длине волны используемого для возбуждения света.

Основное на лекции



$$n_e \approx Q_e e^{-(E_g - \mu)/T}$$

- Зонная структура полупроводника
- Электроны и дырки в полупроводнике
- Положение химпотенциала в чистом и легированном полупроводнике
- Экситоны.

