

***Субмикронные джозефсоновские переходы в "квантовом пределе" и джозефсоновские переходы с ферромагнитным барьером. Применение к кубитам.***

**Валерий Владимирович Рязанов**

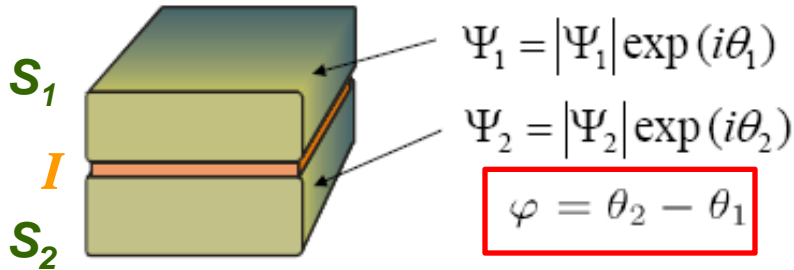
*Заведующий лабораторией сверхпроводимости  
Институт физики твердого тела РАН*

**Пн. 25 мая 2015, 11:30**

# Эффекты Джозефсона

*B.D. Josephson, 1962 г.*

Туннельный переход



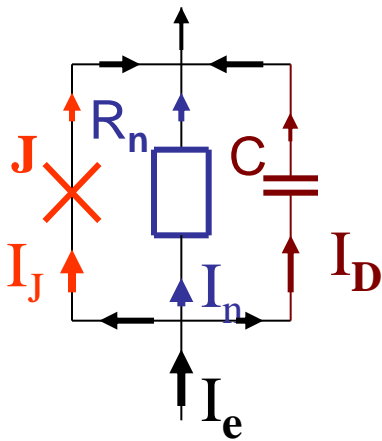
- разность фаз на переходе

$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi, \quad I_s < I_c \quad (I)$$

$$2eV = \hbar\omega = \hbar d\varphi/dt, \quad I_s < I_c \quad (II)$$

$$V = [\hbar / (2e)] d\varphi/dt = (2\pi/\Phi_0) d\varphi/dt$$

Резистивно-шунтированная (RCSJ)-модель туннельного джоз. перехода



$$I_J = I_c \sin \varphi - \text{сверхпроводящий канал}$$

$$I_n = V/R_n = [\Phi_0 / (2\pi R_n)] \dot{\varphi} - \text{резистивный канал};$$

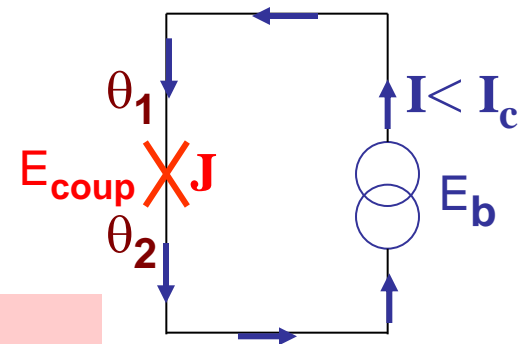
$$I_D = C dV/dt = [\Phi_0 C / (2\pi)] \ddot{\varphi} - \text{емкостной канал};$$

# Энергия джозефсоновского перехода

$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi$       Уравнение Джозефсона I

$2eV = \hbar\omega = \hbar d\varphi/dt$       Уравнение Джозефсона II

$$\varphi = \theta_2 - \theta_1; \quad V = [\hbar / (2e)] d\varphi/dt = (\Phi_0 / 2\pi) d\varphi/dt$$



$\varphi=0, E_{coupl} = \min$

$$E_{coupl} = \int_0^t I_s V dt = \frac{\hbar}{2e} \int_0^t I_c \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} dt = \frac{\hbar I_c}{2e} \int_0^\varphi \sin \varphi d\varphi = E_J (1 - \cos \varphi)$$

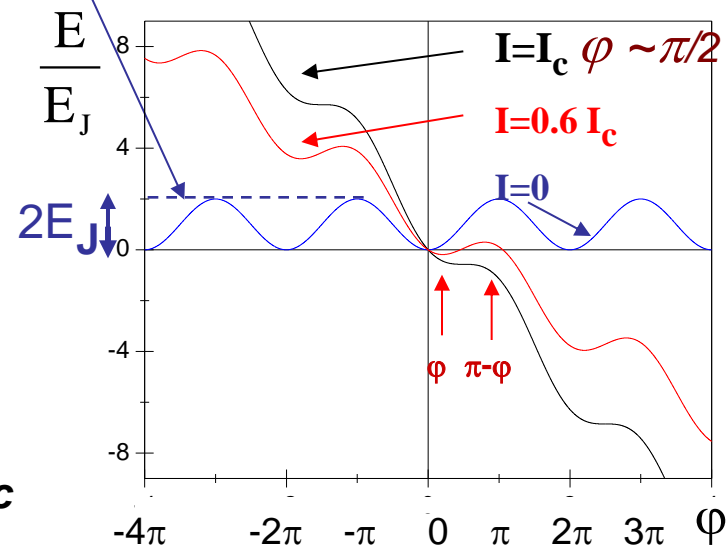
$$E_J = \frac{\hbar I_c}{2e} = \frac{\Phi_0 I_c}{2\pi}$$

где  $E_J$  - "джоз. энергия связи"

I-ток от источника тока

$$E_b = \int_0^t I V dt = \frac{\hbar}{2e} I \int_0^t \frac{d\varphi}{dt} dt = \frac{\Phi_0}{2\pi} I \varphi$$

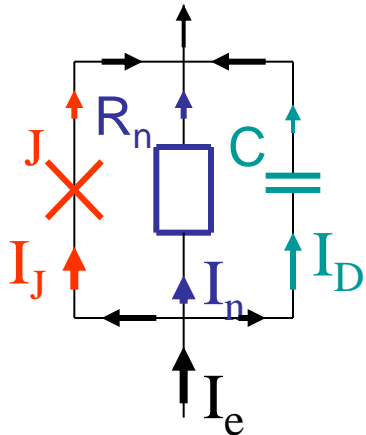
$$E = E_{coupl} - E_b = E_J \left[ (1 - \cos \varphi) - \frac{I}{I_c} \varphi \right]$$



Потенциал "наклонная стиральная доска" с минимумами при  $\varphi$  соответствующей уравнению

# Уравнение движения джозефсоновского перехода – ур. движения маятника

Резистивно-шунтированная (RCSJ)-модель туннельного джоз. перехода



$I_J = I_c \sin \varphi$  - джозефсоновский канал

$I_n = V/R_n = [\hbar / (2eR_n)] \dot{\varphi}_t$  - резистивный канал;  $V = [\Phi_0 / (2\pi)] \dot{\varphi}_t$

$I_D = C dV/dt = [\hbar C / (2e)] \ddot{\varphi}_t$  - емкостной канал;  $V = [\hbar / (2e)] \dot{\varphi}_t$

$$I_c \sin \varphi + [\hbar / (2eR_n)] \dot{\varphi}_t + [\hbar C / (2e)] \ddot{\varphi}_t = I_e$$

$$[\hbar / (2e)]^2 C \ddot{\varphi}_t + [\hbar / (2e)]^2 R^{-1} \dot{\varphi}_t + E_J \sin \varphi = E_J (I_e / I_c)$$

Фактически, это уравнение движения маятника

$$J \ddot{\varphi}_t + \eta \dot{\varphi}_t + m g l \sin \varphi = M$$

*Маятник*

*Джозефсоновский переход*

Фазовый угол  $\varphi$

Разность фаз  $\varphi$

Момент инерции  $J = m l^2$

$[\hbar / (2e)]^2 C$

Коэффициент вязкости  $\eta$

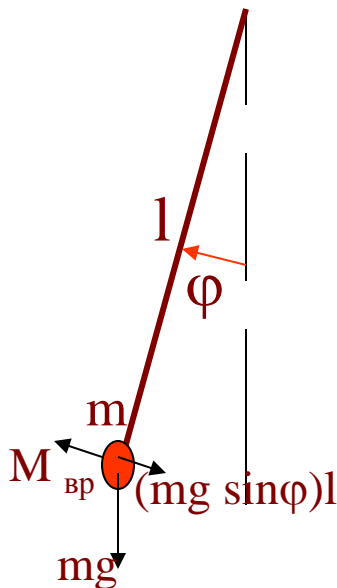
$[\hbar / (2e)]^2 R^{-1}$

Возвращающий момент  $(m g \sin \varphi) l$

$E_J \sin \varphi$

Приложенный вращающий момент  $M_{вр}$

$E_J (I_e / I_c)$



# Джозефсоновский туннельный переход в квантовом пределе

**“Квантовый джозефсоновский переход”** – субмикронный туннельный переход с малой емкостью  $C \rightarrow 0$  (с латеральными размерами  $\sim 0.1$  мкм). По аналогии с **“квантовым маятником”**: при  $t \rightarrow 0$  возникают **нулевые колебания**, поскольку  $\Delta\phi \Delta M \sim \hbar$ , где  $M = J \varphi_t$  – угловой момент.

Для джозефсоновского перехода **“угловой момент”** :

$$M = J \varphi_t = [\hbar / (2e)]^2 C \varphi_t = [\hbar / (2e)] C V = Q [\hbar / (2e)] \quad Q = C V$$

$$\Delta\phi \Delta Q \sim 2e \quad \text{или} \quad \Delta\phi \Delta n \sim 1$$

где  $Q$  – заряд перехода (конденсатора),  $n = Q / (2e)$  – избыток куперовских пар на одной из обкладок перехода, создающий заряд конденсатора.

В переходах с малой “массой”, т.е. с малой емкостью  $C$  в энергии появляется доминирующий кулоновский член:

$$E_C = (2e)^2 / (2C)$$

в полной энергии перехода  $E = (2e)^2 / (2C) + E_J (1 - \cos\phi) - [\Phi_0 / (2\pi)] I \varphi$

# Кулоновская блокада. Субмикронный туннельный переход в нормальном состоянии.

И в нормальном состоянии субмикронный туннельный переход NIN с малой емкостью  $C \rightarrow 0$  имеет высокую (одноэлектронную) кулоновскую энергию:

$$E_C = e^2 / (2C).$$

Через  $Q$  (заряд) энергия такого конденсатора есть:

$$E_C = Q^2 / (2C) = CV^2 / 2$$

Разряд такого конденсатора не выгоден для  $0 < Q < |e|/2$  :

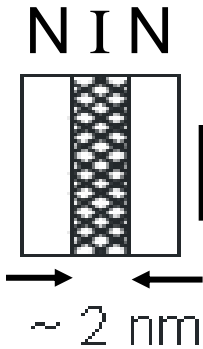
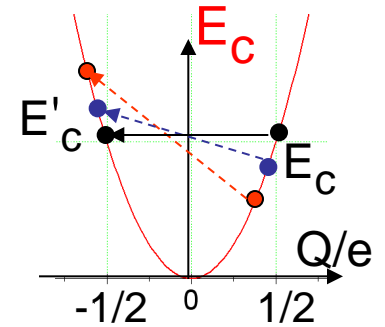
Энергия после тунnelирования одного электрона

$$E'_c = [Q - |e|]^2 / (2C) \text{ становится больше } 0 \text{ для } 0 < Q < |e|/2 !$$

Возникает "кулоновская блокада" тунnelирования для  $V$ :

$$0 < V < |e| / (2C) \quad (V = Q/C)$$

Следствие – увеличение дифференциального сопротивления вблизи нулевых смещений.



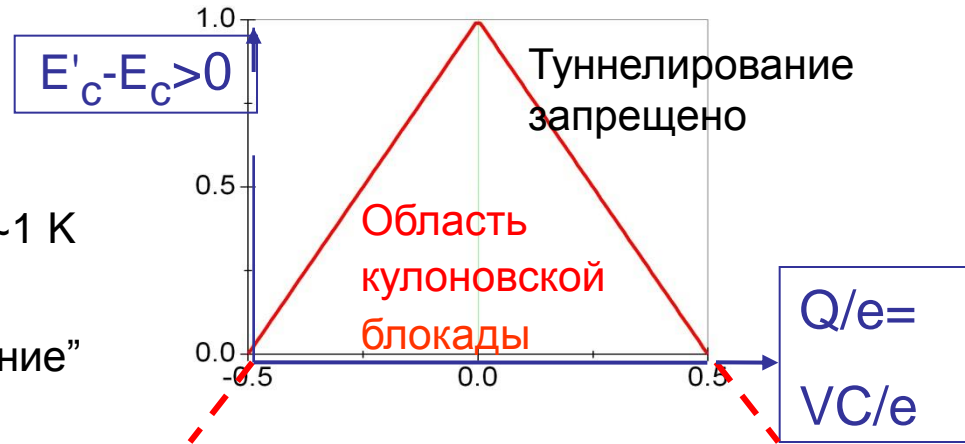
емкостной затвор  
создает заряд  $Q$

Ограничения на  $T$  и  $R$ :

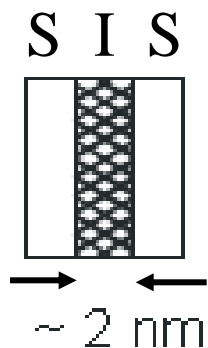
$E_C > kT$  (тепловые флуктуации),  $C < 10^{-15}$  F,  $T \sim 1$  K

$1/R_T + 1/R_e < 1/R_Q$  (квантовые флуктуации)

$R_Q = h / (4e^2) \sim 6$  k $\Omega$  - "квантовое сопротивление"

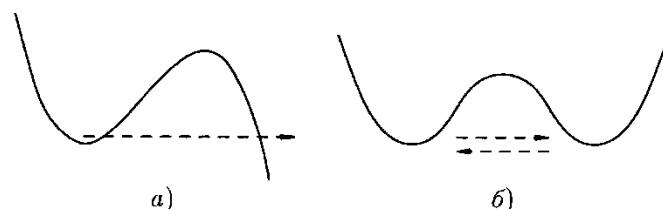
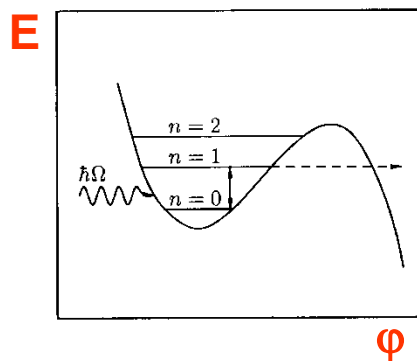
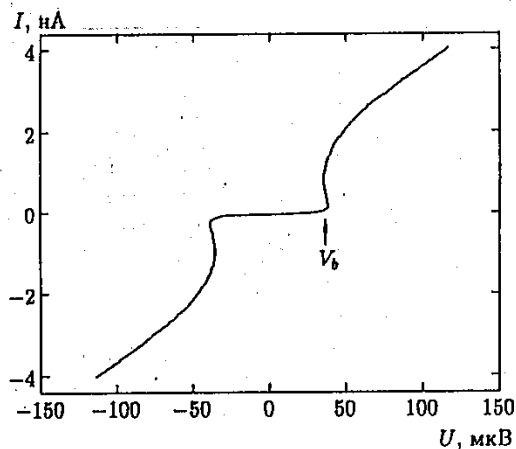


# Квантовые флуктуации и макроскопическая квантовая когерентность в сверхпроводящем туннельном переходе

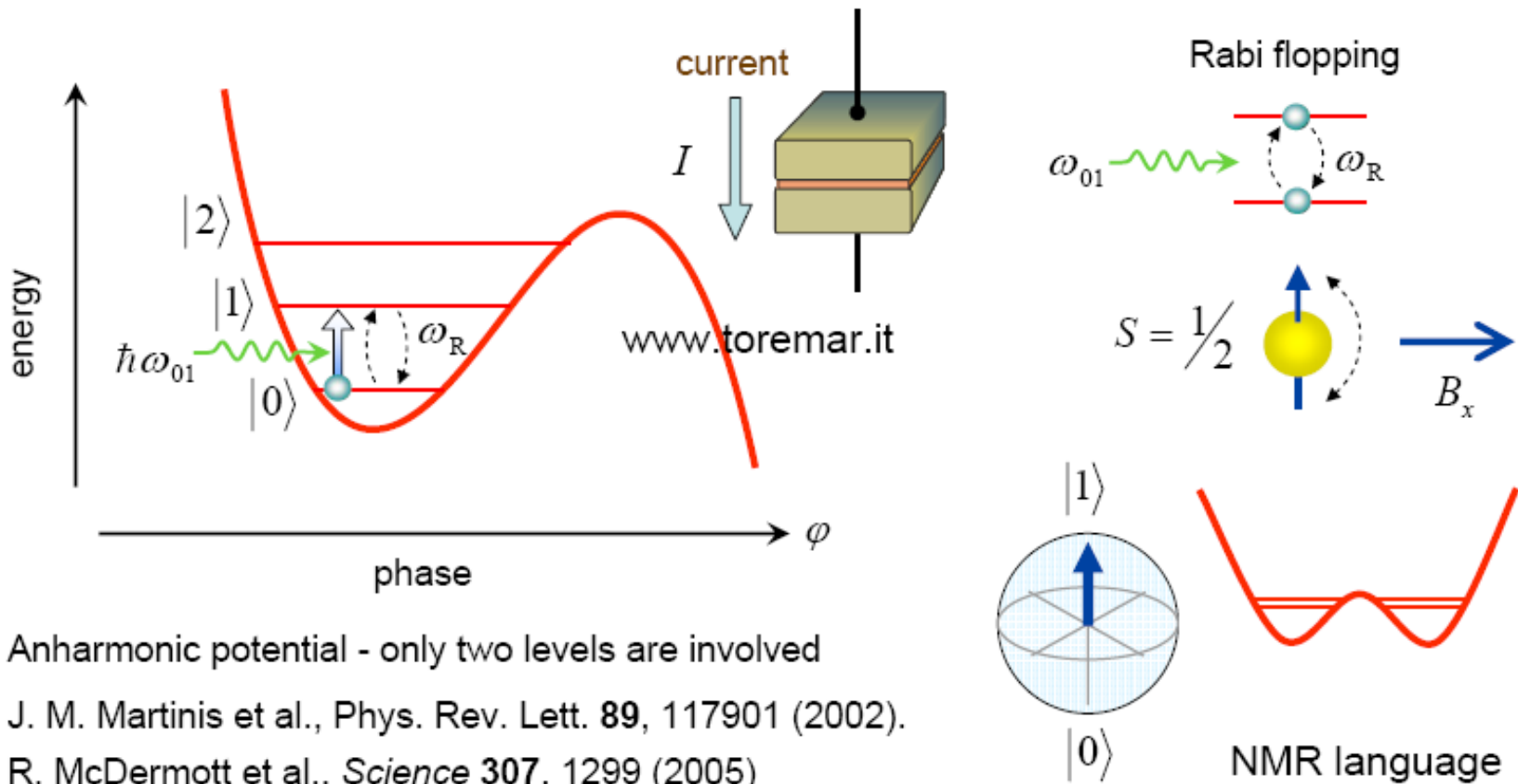


Кулоновская блокада фиксирует заряд, уменьшая  $\Delta Q$  в соотношении неопределенности  $\Delta\phi\Delta Q \sim 2e$

А значит неопределенность (размытие) фазы  $\Delta\phi$  увеличивается.



# Сверхпроводящий фазовый кубит: осцилляции Раби



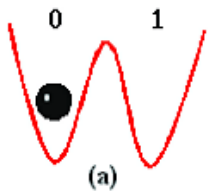
Anharmonic potential - only two levels are involved

J. M. Martinis et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 117901 (2002).

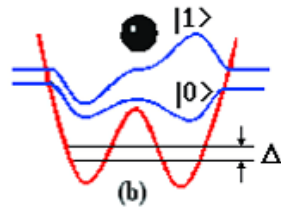
R. McDermott et al., Science **307**, 1299 (2005)



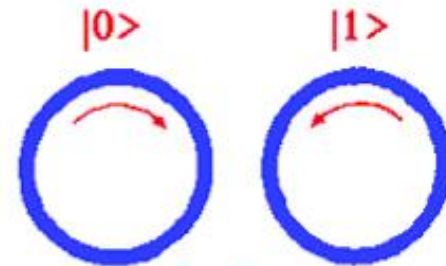
# Сверхпроводящий потоковый кубит



Digital bit

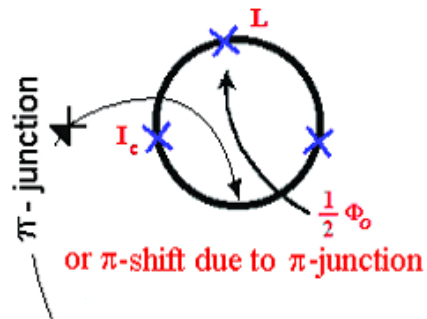


Quantum bit

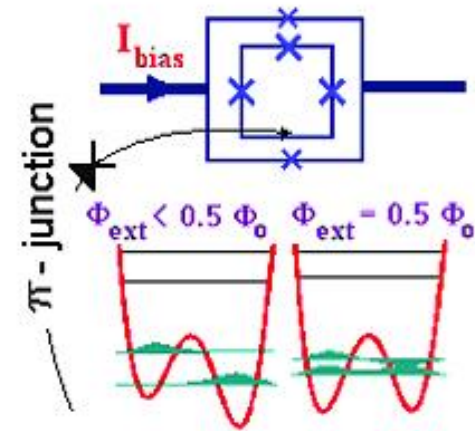
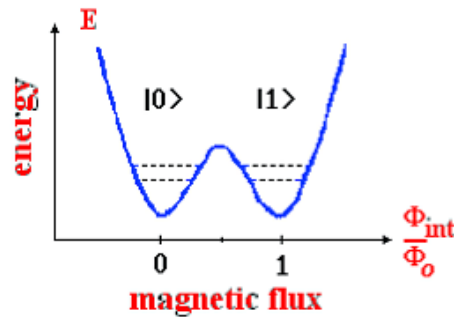


$$\Phi_{\text{ext}} = \Phi_0 / 2$$

or  $\pi$ -shift due to  $\pi$ -junction



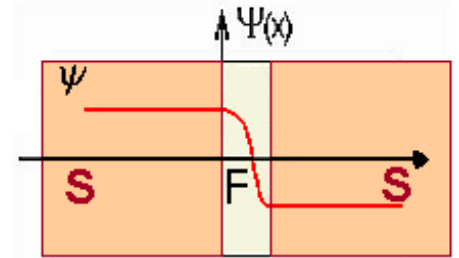
or  $\pi$ -shift due to  $\pi$ -junction



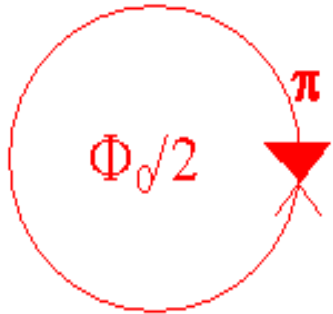
qubit operation

# π-КОНТАКТЫ

Булаевский, Кузий, Собянин, 1977



$$2\pi L I_c > \Phi_0$$

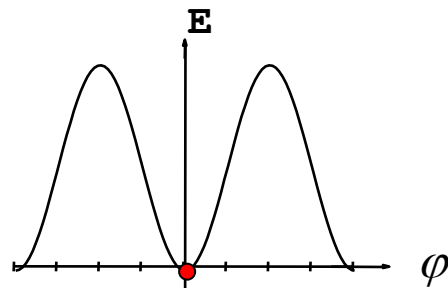
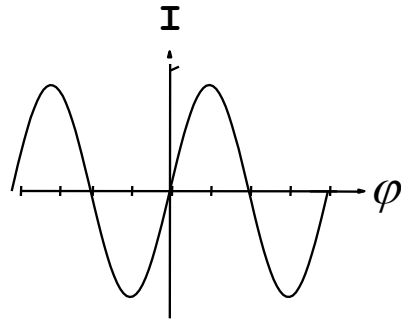


$$\varphi = (2\pi/\Phi_0) \int A dl = 2\pi \Phi/\Phi_0$$

**0-контакт**

минимум энергии при 0

$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi$$

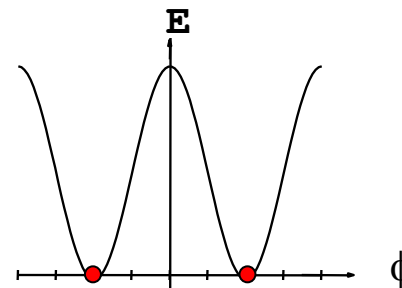
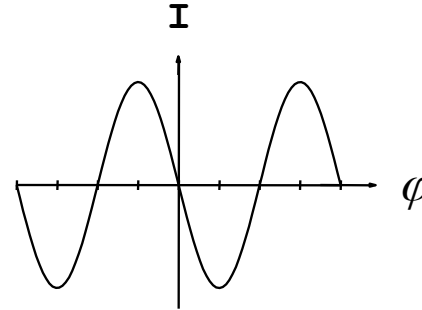


$$E = E_J [1 - \cos(\varphi)]$$

**π-контакт**

минимум энергии при π

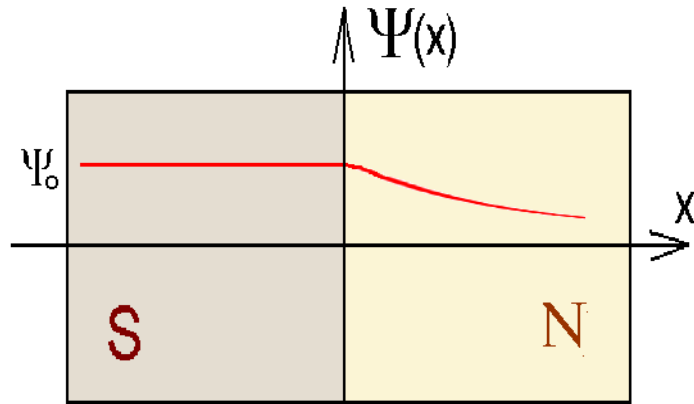
$$I_s(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \pi) = -I_c \sin \varphi$$



$$E = E_J [1 - \cos(\pi + \phi)] = E_J [1 + \cos \phi]$$

*В кольцах с π-контактами возникают двукратно-вырожденные состояния*

# Эффект близости в SF-структурах



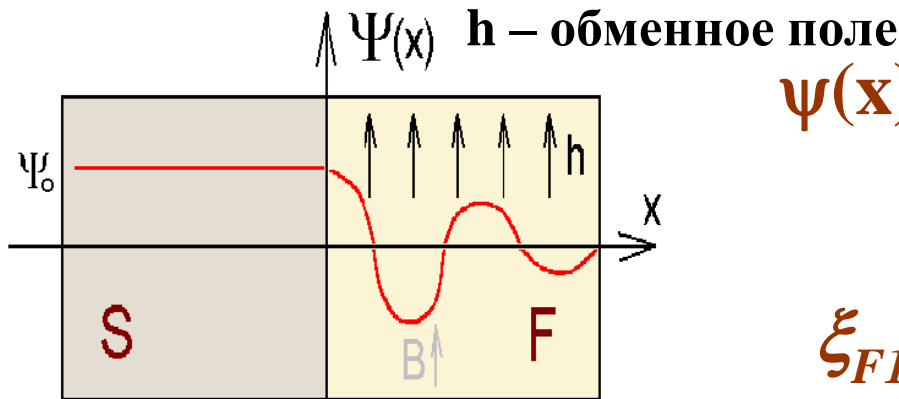
$$\psi(x) = \psi_0 \exp(-kx) = \psi_0 \exp(-x/\xi_N)$$

$$\tau E_{\text{расп}} \sim \hbar$$

$$\text{Время распаривания } \tau \sim \hbar/k_B T$$

$$\xi_N \sim (D\tau)^{1/2} \sim (\hbar D/k_B T)^{1/2}$$

$$D = l v_F / 3$$



$$\psi(x) = \psi_0 \exp(-x/\xi_{F1}) \cos(x/\xi_{F2})$$

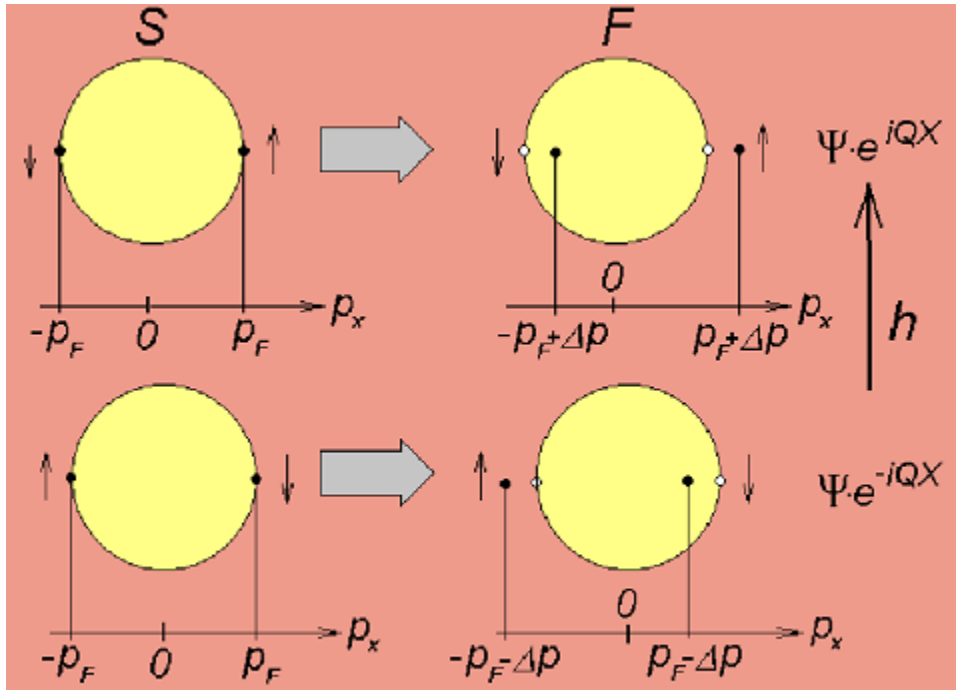
$$\tau \sim \hbar/E_{ex}, \quad (E_{ex} \gg$$

$$\xi_{F1} \sim (\hbar D/E_{ex})^{1/2}$$

Буздин, Булаевский, Панюков *Письма в ЖЭТФ* 35 147 (1982)

Буздин, Вуйчич, Куприянов *ЖЭТФ* 101 231 (1992)

# Спаривание с ненулевым импульсом вблизи SF-границы



Чистый предел

$Q \neq 0$  – импульс центра масс пар

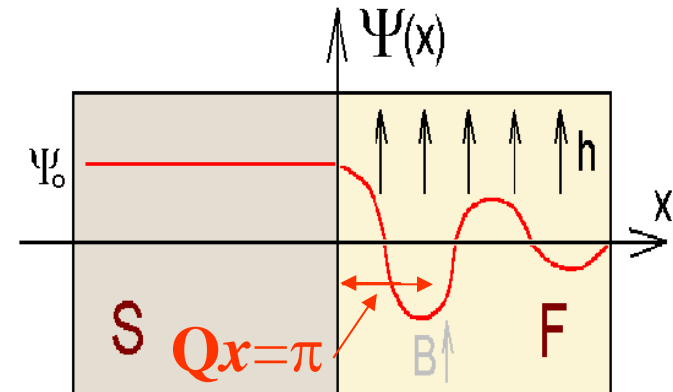
$$Q = p' - p$$

$$p'^2/2m - p^2/2m = p_F Q/m = E_{ex};$$

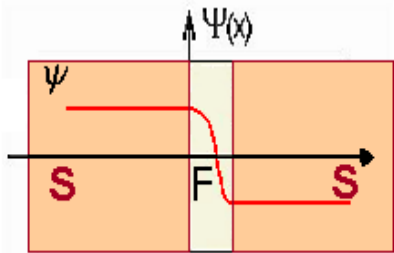
$$Q \sim E_{ex} / v_F$$

$$\Psi(x) = \Psi_0 (e^{i2Qx} + e^{-i2Qx})/2 = \Psi_0 \cos(2Qx)$$

$$\Psi(x) \sim \exp(-k_1 x) \cos(-k_2 x)$$



# Зависимость критического тока от толщины F-слоя



$$j_c = j_{c0} \exp(-d_F/\xi_{F1}) \left| \cos(d_F/\xi_{F2}) + (\xi_{F1}/\xi_{F2}) \sin(d_F/\xi_{F2}) \right|$$

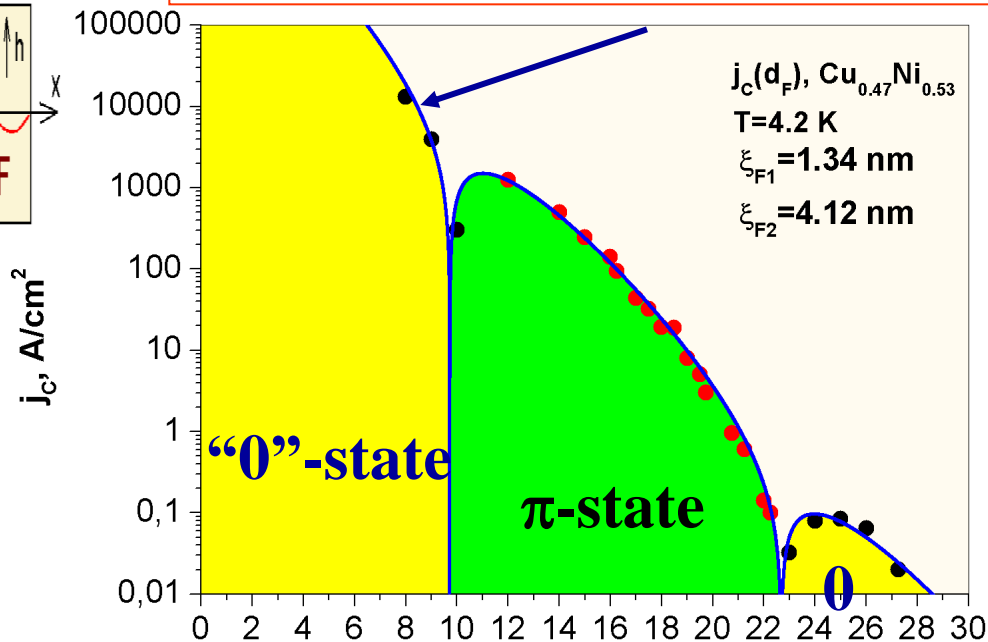
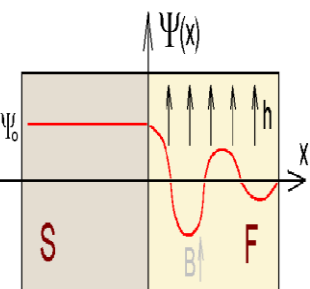
при

$$d_F \gg \xi_{F1}; \quad \xi_{F2} > \xi_{F1}$$

$$\lambda_{ex} = 2\pi\xi_{F2}$$

**Nb-Cu<sub>0.47</sub>Ni<sub>0.53</sub>-Nb**

Oboznov et al,  
PRL 96, 197003 (2006)



$j_c(d_F)$ , Cu<sub>0.47</sub>Ni<sub>0.53</sub>  
 T=4.2 K  
 $\xi_{F1}=1.34$  nm  
 $\xi_{F2}=4.12$  nm

“0”-state  
 $I=I_c \sin\varphi$

$\pi$ -state

“0”-state  
 $I=I_c \sin\varphi$

$I=I_c \sin(\varphi + \pi) = -I_c \sin(\varphi)$

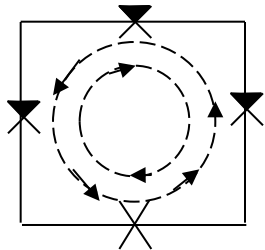
# Прямое наблюдение спонтанного магнитного потока в джозефсоновских сетках с $\pi$ -контактами

совместно с С.Фроловым и Д.Ван Харлингеном (Урбана, США)

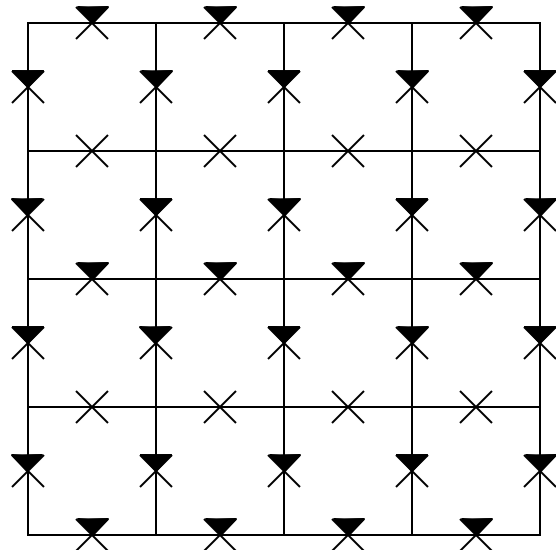
$$\varphi = (2\pi/\Phi_0) \int A dl = 2\pi \Phi/\Phi_0$$

$$\Phi_0/2 \rightarrow \pi$$

$$3\pi \pm \Phi_0/2$$



$\pm$  - фрустрация

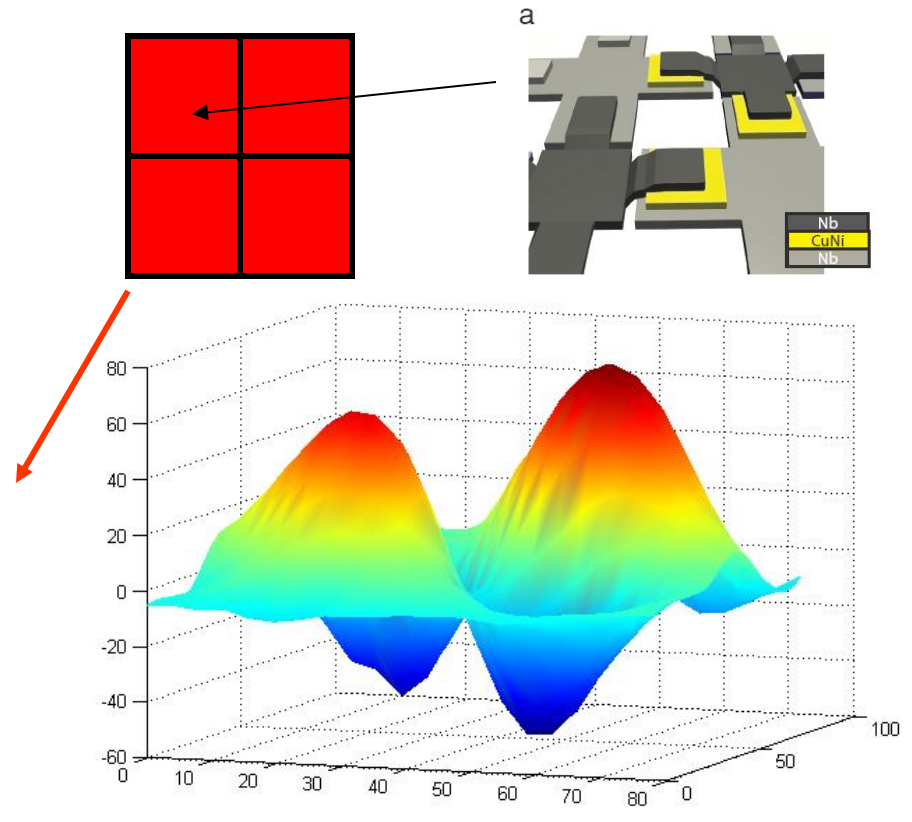
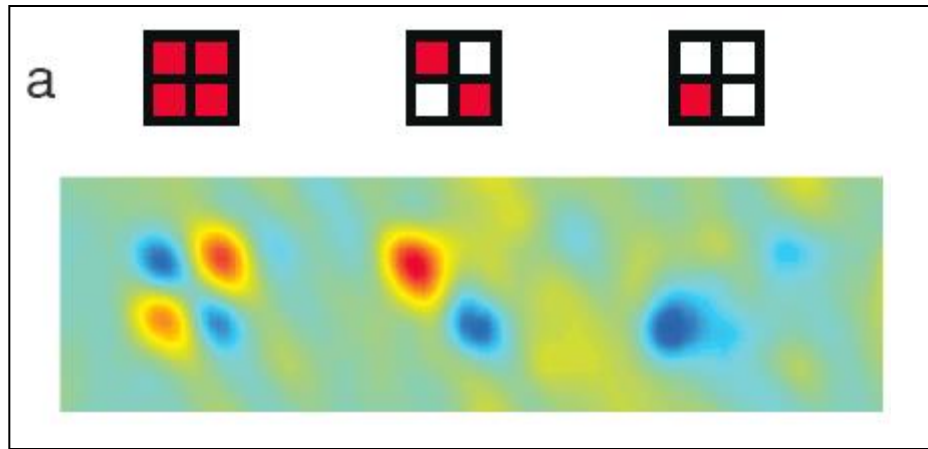


- $\times$  обычный джозефсоновский контакт
- $\nabla$   $\pi$ -контакт

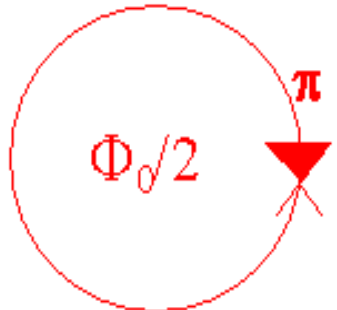
Полностью фрустрированная джозефсоновская сетка

# Визуализация спонтанного потока в сетках $\pi$ -контактов

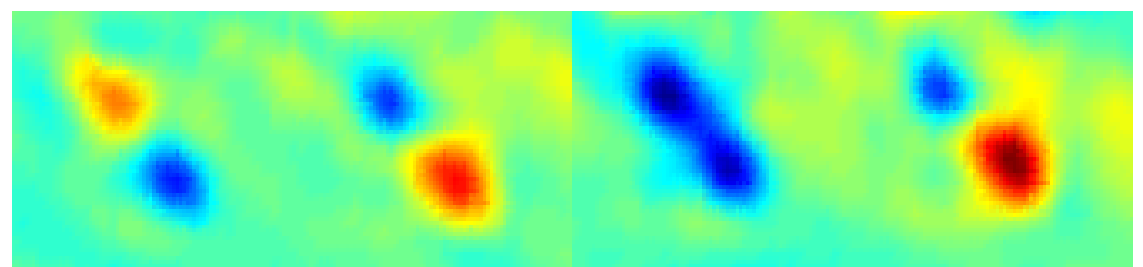
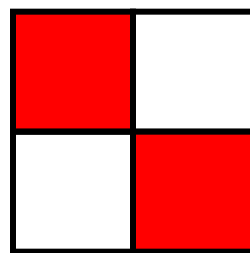
Frolov, Stoutimore, Crane, Van Harlingen, Oboznov, V.R. et al, Nature Physics (2008)



$$2\pi L I_c > \Phi_0$$



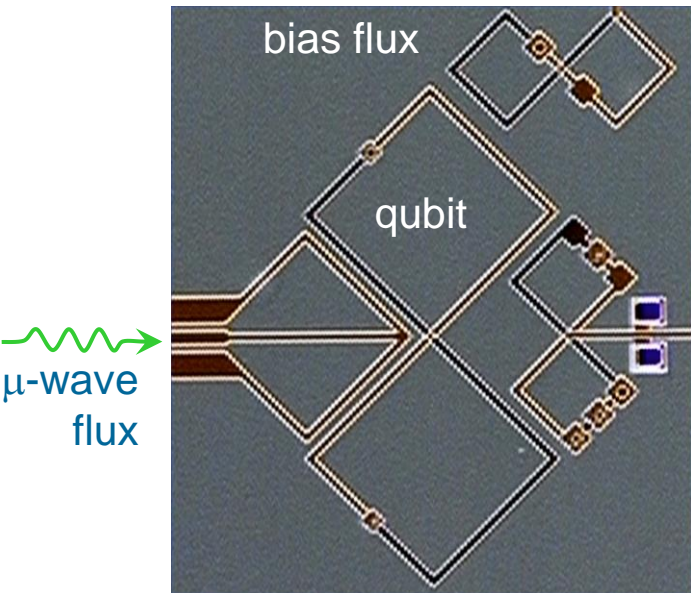
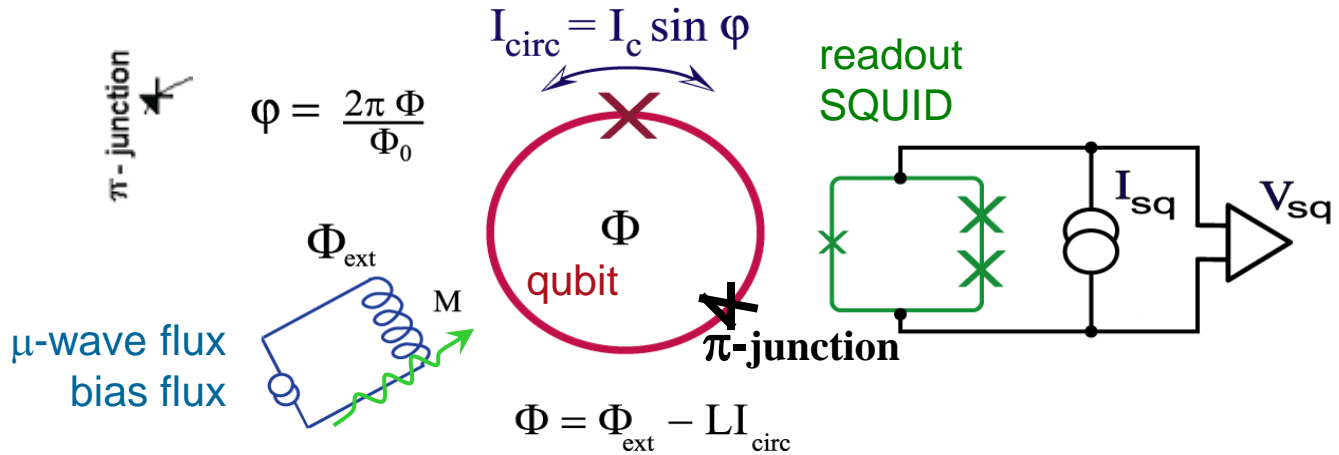
$$\varphi = (2\pi/\Phi_0) \int A dl = 2\pi \Phi/\Phi_0$$



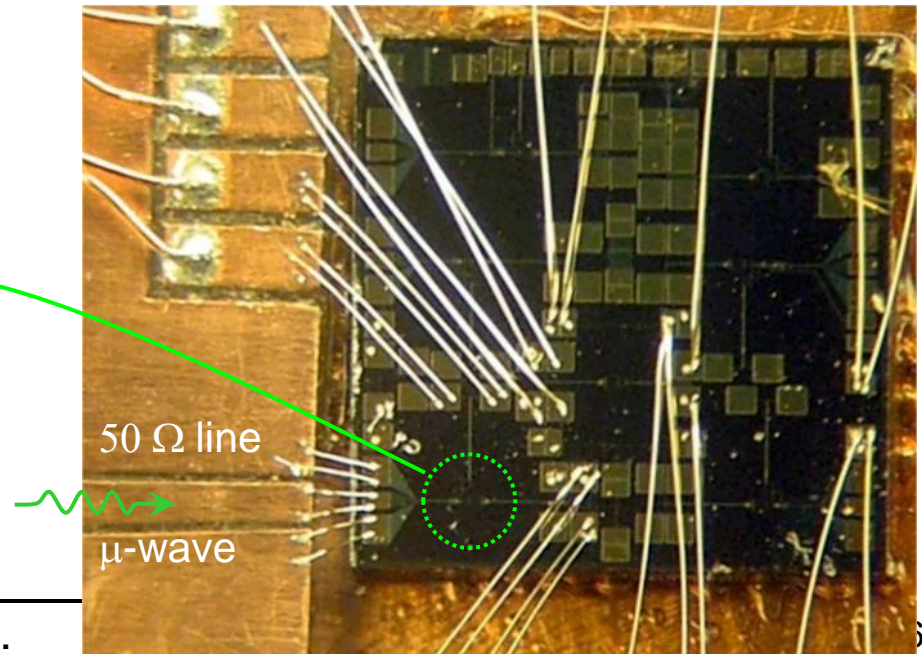


# Эксперименты с фазовым кубитом:

совместно с группой Алексея Устинова (Германия)



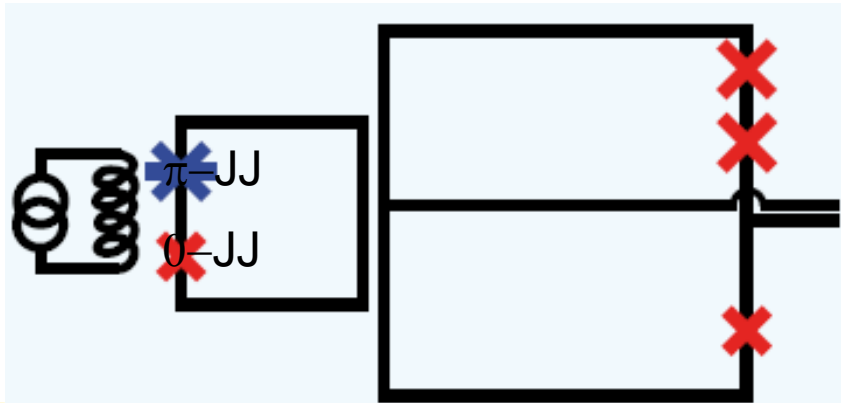
readout SQUID



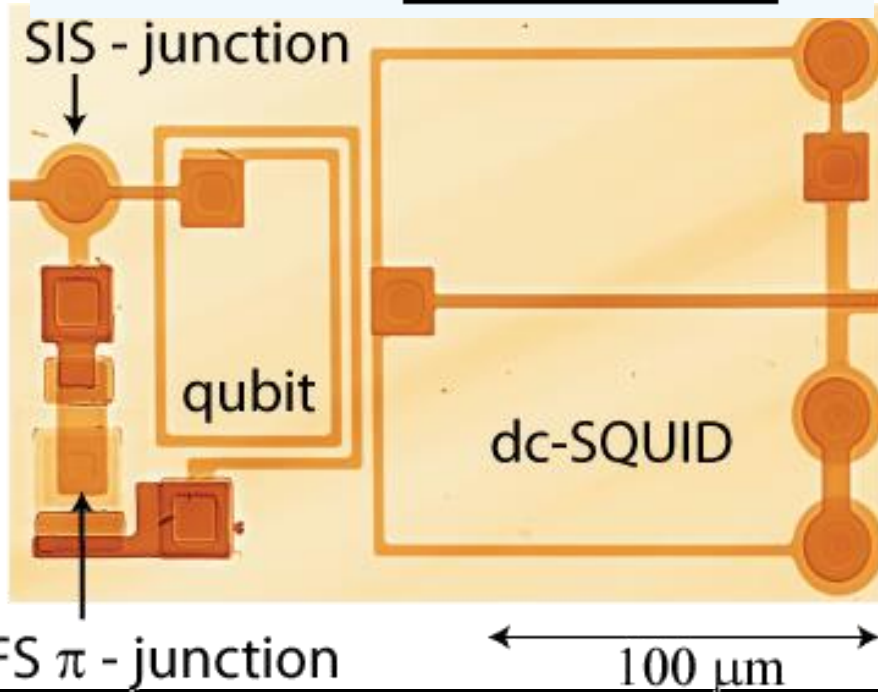


# Фазовый кубит с интегрированным SFS $\pi$ -контактом

*in collaboration with Alexey Ustinov's group, Karlsruhe, Germany*



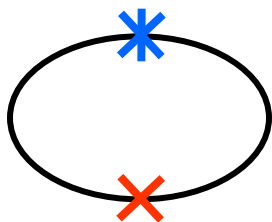
Here the  $\pi$ -junction always remains at the zero-voltage state.



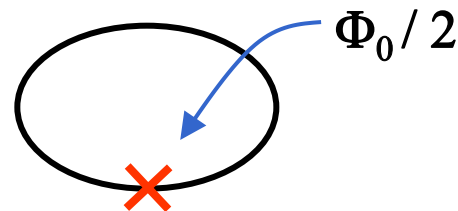
SIS – junction and readout dc-SQUID fabricated by VTT, Finland

$\pi$  – junction integrated afterwards in Chernogolovka

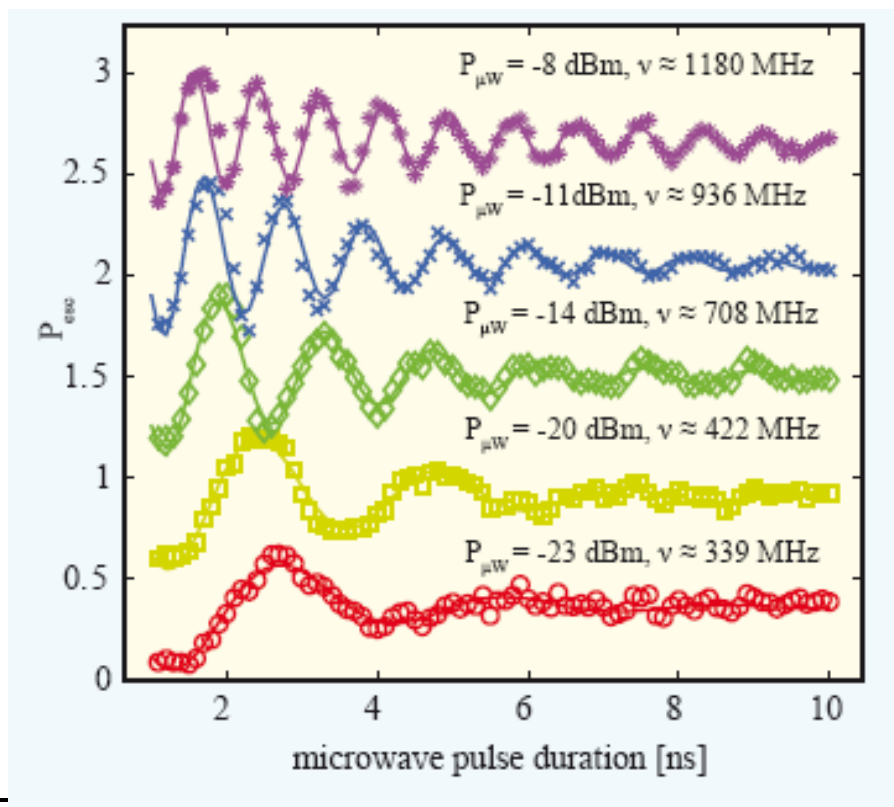
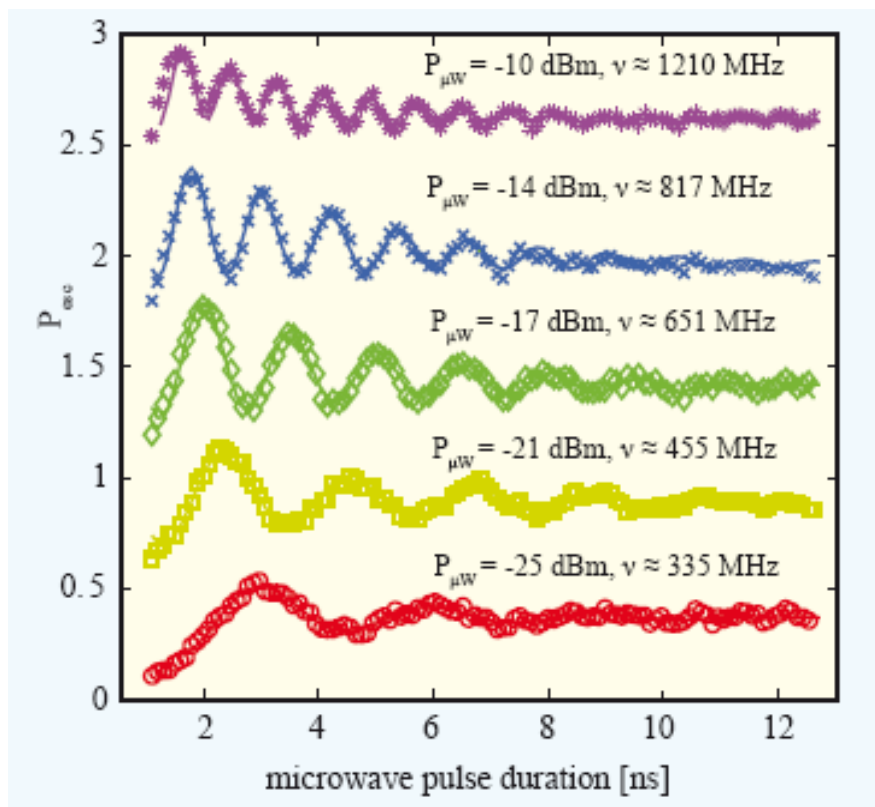
# Экспериментальные данные: осцилляции Раби



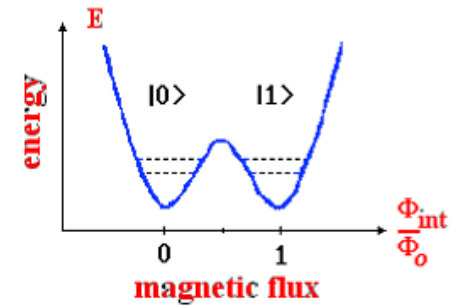
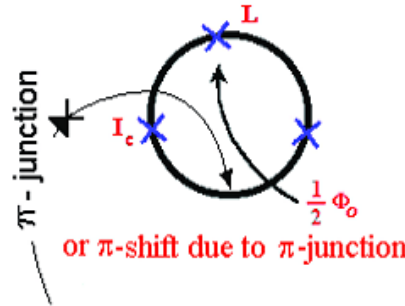
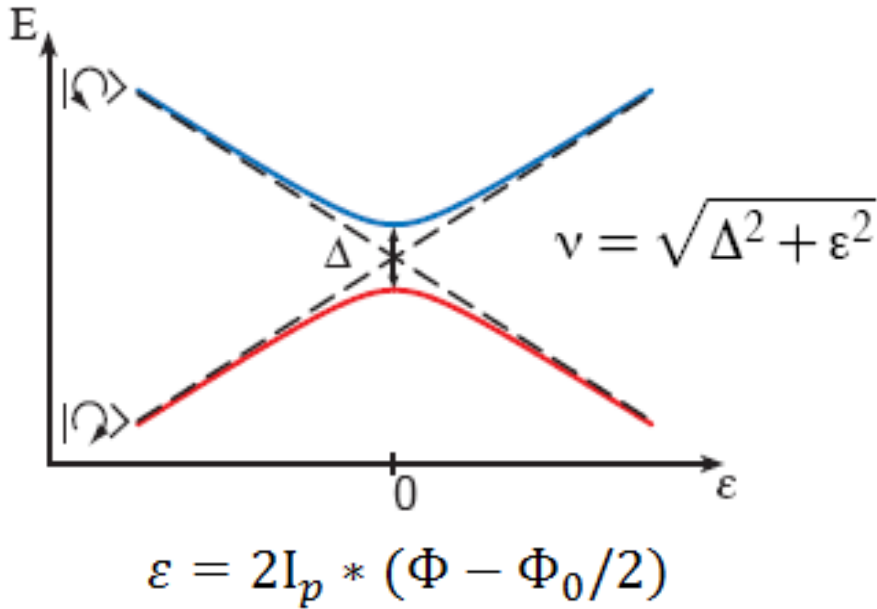
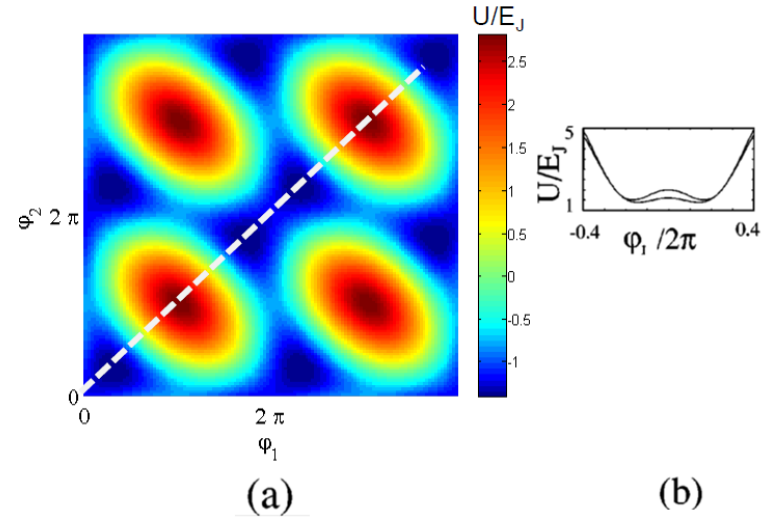
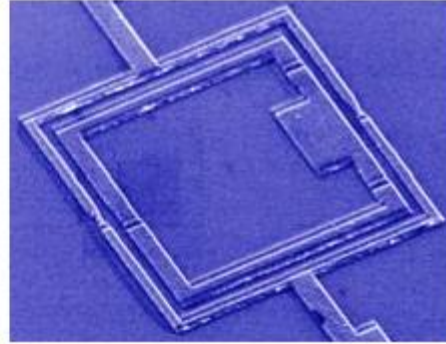
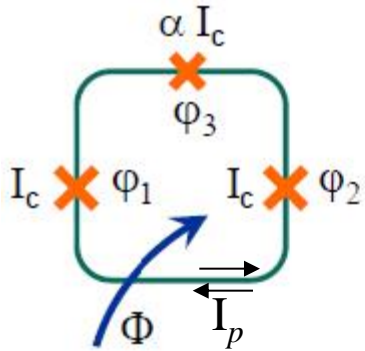
Фазовый кубит с  $\pi$ -контактом



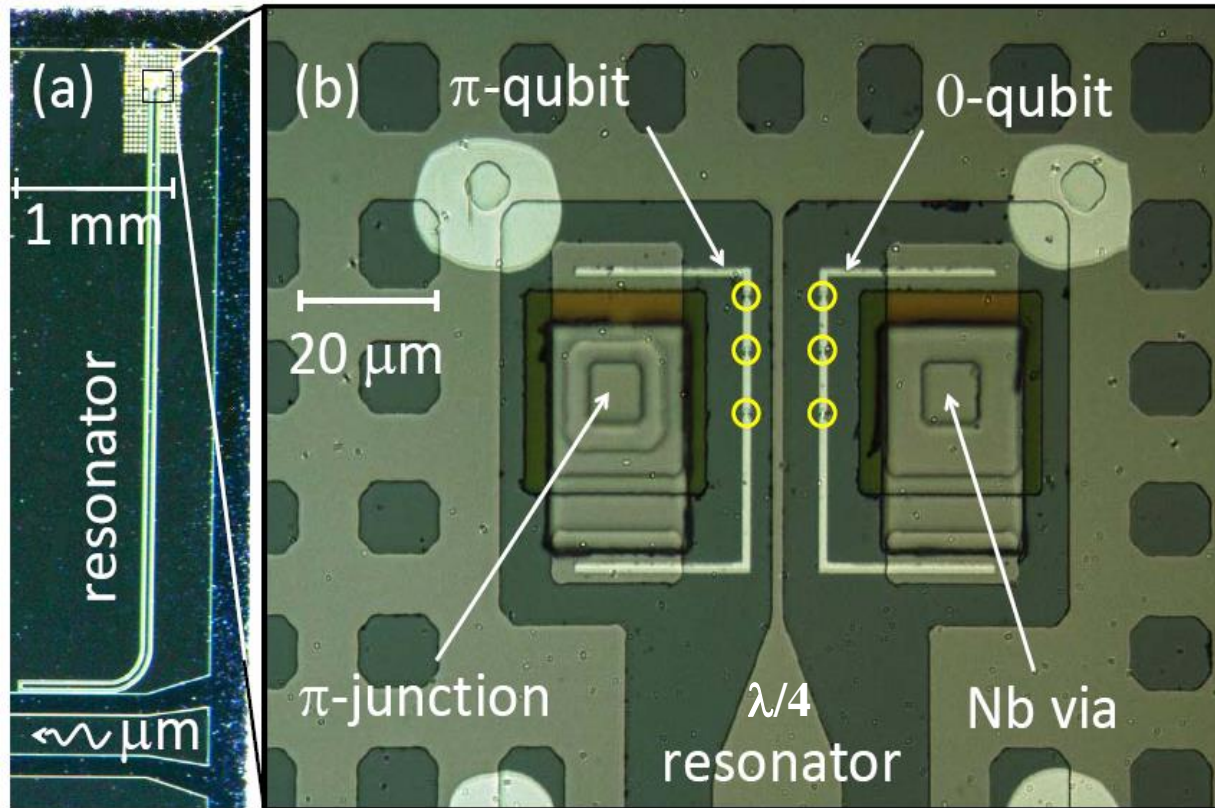
Обычный фазовый кубит



# ПОТОКОВЫЙ КУБИТ



# Потоковый кубит с фазовым смещением $\pi$ -КОНТАКТОМ



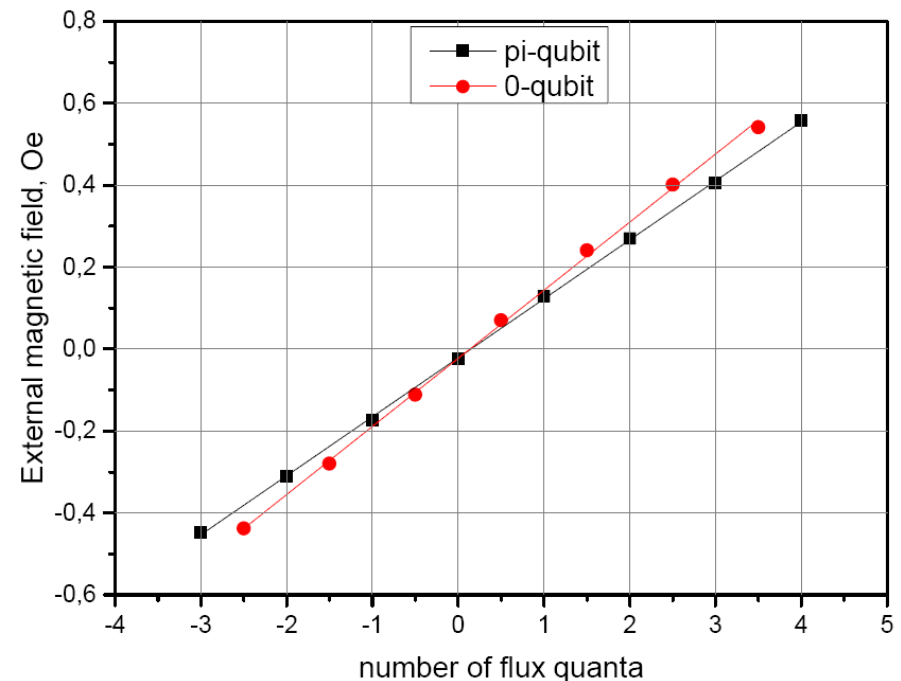
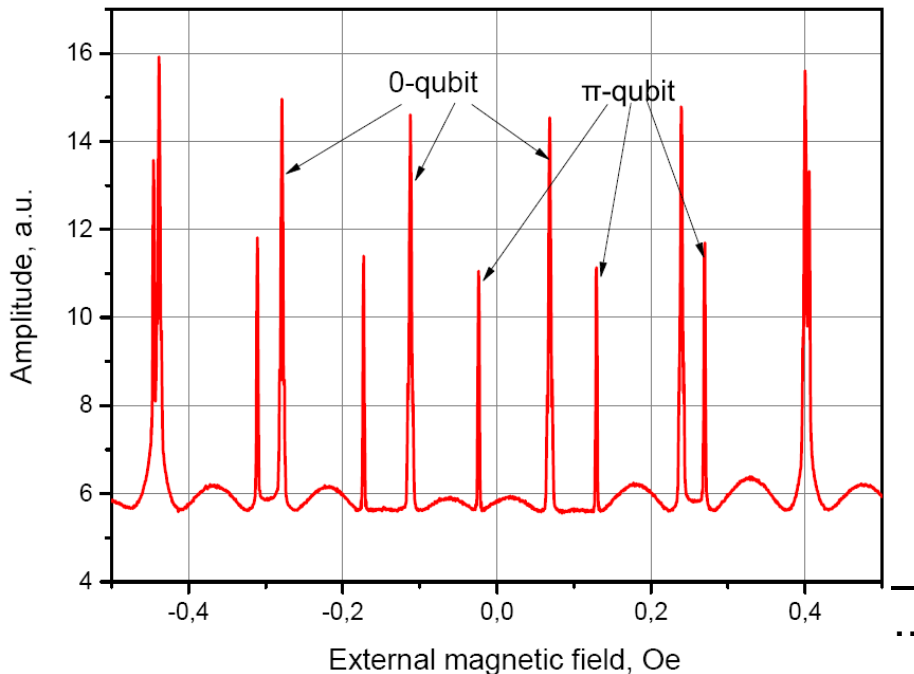
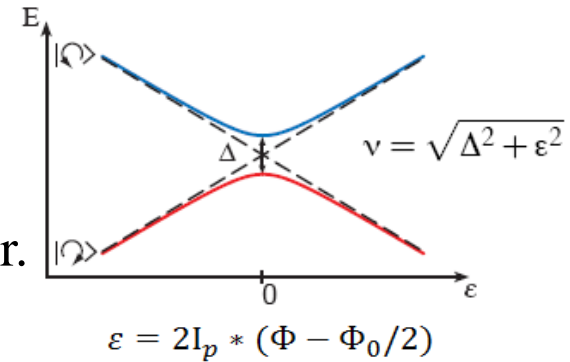
# Эксперимент с дисперсионным смещением кубитом

$$\Delta\omega_r = \pm \frac{\tilde{g}}{\omega_q - \omega_r} - \textit{the resonator dispersive shift due to coupling to a qubit}$$

$\tilde{g}$  is an effective coupling of the resonator to a qubit;

$\omega_q = \nu/\hbar$  is the transition frequency;

$\omega_r$  is the resonant frequency of the unperturbed resonator.





# Первый российский кубит

изготовление: МФТИ+ИФТТ РАН+РКЦ

измерение: РКЦ+ИФТТ РАН

