АФМР в легкоосном антиферромагнетике.

В.Н.Глазков

16 октября 2016 г.

Аннотация

Рассмотрены вопросы применения гидродинамического подхода Андреева-Марченко [1] к получению частотно-полевых зависимостей однородной спиновой прецессии (частот магнитного резонанса) в коллинеарном антиферромагнетике типа “лёгкая ось”.

Содержание

1 Основы гидродинамического подхода

Гидродинамический подход позволяет безмодельно описывать низкоэнергетическую динамику магнетиков. Для магнитно-упорядоченных (коллинеарных и неколлинеарных) и спин-стекольных структур он был развит в работе [1]. Напомним основы этого подхода.

Для упорядоченной структуры принципиальной является обменная жёсткость параметра порядка. Для коллинеарного антиферромагнетика это означает, что его структура описывается одним векторным параметром. Для двухподрешёточного антиферромагнетика этот вектор аналогичен разности намагниченности подрешёток $\vec{L} = \vec{M}_1 - \vec{M}_2$. При низких температурах этот вектор можно считать имеющим единичную длину.

Выписывается лагранжиан (точнее, плотность лагранжиана, но для однородных колебаний это не принципиально) этой системы как функция антиферромагнитного вектора $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\vec{l}, \dot{\vec{l}})$. Лагранжиан учитывает кинетическую энергию, связанную с поворотом спиновой структуры, и потенциальную энергию, связанную с её ориентацией в магнитном поле и возможные релятивистские анизотропные вклады.

Уравнения динамики ищутся стандартным образом: варьированием действия

$$S = \int \mathcal{L}(\vec{l}, \dot{\vec{l}})dt \tag{1}$$

Ключевой является возможность сгруппировать кинетическую энергию и члены, связанные с ориентацией магнитных векторов относительно поля, в компактном виде

$$\mathcal{K}_H = \frac{I}{2}\left(\dot{\vec{l}} + \gamma\left[\vec{l} \times \vec{H}\right]\right)^2 \tag{2}$$

С учётом равенства $\dot{\vec{l}} = \left[\Omega \times \vec{l}\right]$, эта форма записи в явном виде отражает теорему Лармора: приложение магнитного поля эквивалентно вращению с угловой скоростью $\vec{\Omega} = \gamma\vec{H}$.

Коэффициенты при кинетической энергии связаны с восприимчивостью. Эта связь очевидна для статического случая, так как при $\mathcal{K} = 0$ энергия $E = U = -\sum \chi_{\alpha\beta}\frac{H_\alpha H_\beta}{2}$.В частности, для коллинеарного случая $\chi_{||} = 0$ и

$\chi_\perp = I\gamma^2$.

2 АФМР в коллинеарном антиферромагнетике

2.1 Вывод уравнений динамики

В качестве элементарного примера рассмотрим коллинеарный антиферромагнетик типа лёгкая ось. Потенциальная энергия может быть выписана в виде

$$U = -\frac{b}{2} l_z^2 \tag{3}$$

где $b > 0$.

Получим и решим уравнения динамики.

Лагранжиан задачи

$$\mathcal{L} = \frac{\chi_\perp}{2\gamma^2}\left(\dot{\vec{l}} + \gamma\left[\vec{l}\times\vec{H}\right]\right)^2 + \frac{b}{2} l_z^2 \tag{4}$$

Варьируем лагранжиан

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\chi_\perp}{2\gamma^2}\left(2\dot{\vec{l}}\delta\dot{\vec{l}} + 2\gamma\delta\dot{\vec{l}}\left[\vec{l}\times\vec{H}\right] + 2\gamma\dot{\vec{l}}\left[\delta\vec{l}\times\vec{H}\right] - 2\gamma^2\left(\vec{l}\vec{H}\right)\delta\vec{l}\vec{H}\right) + b\begin{pmatrix}0\\0\\l_z\end{pmatrix}\delta\vec{l} \tag{5}$$

здесь использовалось тождество $\left[\vec{l}\times\vec{H}\right]^2 = H^2 - \left(\vec{l}\vec{H}\right)^2$.

Далее необходимо иметь в виду, что минимизируется действие, которое получается интегрированием лагранжиана по времени. Отсюда следует, что все получающиеся при варьировании полные производные по времени можно отбрасывать. Это позволяет использовать тождество $\frac{d}{dt}(a\delta b) = \dot{a}\delta b + a\delta\dot{b}$ для упрощения полученного выражения. В частности, $\delta\left(\dot{\vec{l}}\right)^2 = 2\dot{\vec{l}}\delta\dot{\vec{l}} = 2\frac{d}{dt}(\dot{\vec{l}}\delta\vec{l}) - 2\ddot{\vec{l}}\delta\vec{l}$ и $2\gamma\delta\dot{\vec{l}}\left[\vec{l}\times\vec{H}\right] = 2\gamma\frac{d}{dt}\left(\delta\vec{l}\left[\vec{l}\times\vec{H}\right]\right) - 2\gamma\delta\vec{l}\left[\dot{\vec{l}}\times\vec{H}\right]$.

Отбрасывая полные производные и производя циклические перестановки в смешанных произведениях , получаем для вариации лагранжиана

$$\left\{\frac{\chi_\perp}{2\gamma^2}\left(-2\ddot{\vec{l}}-4\gamma\left[\dot{\vec{l}}\times\vec{H}\right]-2\gamma^2\left(\vec{l}\vec{H}\right)\vec{H}\right)+b\begin{pmatrix}0\\0\\l_z\end{pmatrix}\right\}\delta\vec{l} \tag{6}$$

Наконец, необходимо учесть, что $\vec{l}$ не меняется по длине. Это можно сделать либо явной параметризацией через полярные углы, либо в векторной форме, полагая $\delta\vec{l}=\left[\delta\vec{\phi}\times\vec{l}\right]$, где вектор $\delta\vec{\phi}$ имеет произвольно соотносящиеся компоненты (и малую длину). Тогда необходимо ещё раз перегруппировать слагаемые, чтобы вынести за скобку вектор $\delta\vec{\phi}$. Преобразования прямолинейно используют свойства смешанного произведения: $\ddot{\vec{l}}\delta\vec{l}=\ddot{\vec{l}}\left[\delta\vec{\phi}\times\vec{l}\right]=-\delta\vec{\phi}\left[\ddot{\vec{l}}\times\vec{l}\right]$; $\delta\vec{l}\left[\dot{\vec{l}}\times\vec{H}\right]=-\vec{H}\left[\dot{\vec{l}}\times\delta\vec{l}\right]=-\vec{H}\left[\dot{\vec{l}}\times\left[\delta\vec{\phi}\times\vec{l}\right]\right]=-\left(\vec{H}\delta\vec{\phi}\right)\left(\dot{\vec{l}}\vec{l}\right)+\left(\vec{H}\vec{l}\right)\left(\dot{\vec{l}}\delta\vec{\phi}\right)=\left(\vec{H}\vec{l}\right)\left(\dot{\vec{l}}\delta\vec{\phi}\right)$ (пользуемся ортогональностью $\vec{l}$ и $\dot{\vec{l}}$); $\vec{H}\delta\vec{l}=\delta\vec{\phi}\left[\vec{l}\times\vec{H}\right]$ и $\begin{pmatrix}0\\0\\l_z\end{pmatrix}\delta\vec{l}=-\delta\vec{\phi}\left[\begin{pmatrix}0\\0\\l_z\end{pmatrix}\times\vec{l}\right]$.

Теперь малый поворот $\delta\vec{\phi}$ произволен и уравнение динамики получается занулением вариационной производной лагранжиана:

$$\left[\ddot{\vec{l}}\times\vec{l}\right]+2\gamma\left(\vec{H}\vec{l}\right)\dot{\vec{l}}-\gamma^2\left(\vec{l}\vec{H}\right)\left[\vec{l}\times\vec{H}\right]-\frac{b\gamma^2}{\chi_\perp}\left[\begin{pmatrix}0\\0\\l_z\end{pmatrix}\times\vec{l}\right]=0 \tag{7}$$

2.2 Частоты АФМР легкоосного антиферромагнетика для $\vec{H}\perp Z$

Поиск частот АФМР далее выполняется линеаризацией этих уравнений вблизи от положения равновесия.

Для $\vec{H} \perp Z$ (для удобства считаем $\vec{H}||X$) равновесное значение антиферромагнитного вектора $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, малые отклонения $\begin{pmatrix} l_x \\ l_y \\ 0 \end{pmatrix}$. Тогда для уравнений динамики получаем

$$\begin{pmatrix} \ddot{l}_y \\ -\ddot{l}_x \\ 0 \end{pmatrix} - \gamma^2 l_x H \begin{pmatrix} 0 \\ H \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{b\gamma^2}{\chi_\perp} \begin{pmatrix} -l_y \\ l_x \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \tag{8}$$

Подставляя как обычно $l_{x,y} = e^{\imath\omega t} l_{x,y}^{(0)}$, получаем матрицу векового уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & -\omega^2 + \frac{b\gamma^2}{\chi_\perp} \\ \omega^2 - \gamma^2 H^2 - \frac{b\gamma^2}{\chi_\perp} & 0 \end{pmatrix} \tag{9}$$

Откуда частоты резонанса $\omega_1^2 = \frac{b\gamma^2}{\chi_\perp} = \gamma^2 H_c^2$ и $\omega_2^2 = \gamma^2 H^2 + \frac{b\gamma^2}{\chi_\perp} = \gamma^2 \left(H^2 + H_c^2\right)$, где $H_c = \sqrt{b/\chi_\perp}$.

2.3 Частоты АФМР легкоосного антиферромагнетика для $\vec{H}||Z$, случай $H < H_c$

Для $\vec{H}||Z$ в малых полях $H < H_c = \sqrt{b/\chi_\perp}$ равновесное значение антиферромагнитного вектора $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, малые отклонения $\begin{pmatrix} l_x \\ l_y \\ 0 \end{pmatrix}$. В уравнениях динамики в отличие от предыдущего случая не зануляется член с первой производной и при линеаризации квадратичного по полю члена малая поправка возникает из векторного произведения:

$$\begin{pmatrix} \ddot{l}_y \\ -\ddot{l}_x \\ 0 \end{pmatrix} + 2\gamma H \begin{pmatrix} \dot{l}_x \\ \dot{l}_y \\ 0 \end{pmatrix} - \gamma^2 H^2 \begin{pmatrix} l_y \\ -l_x \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{b\gamma^2}{\chi_\perp} \begin{pmatrix} -l_y \\ l_x \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \tag{10}$$

Откуда для матрицы векового уравнения

$$
\begin{pmatrix} 2\imath\gamma H\omega & -\omega^2-\gamma^2H^2+\frac{b\gamma^2}{\chi_\perp} \\ \omega^2+\gamma^2H^2-\frac{b\gamma^2}{\chi_\perp} & 2\imath\gamma H\omega \end{pmatrix} \tag{11}
$$

и для частот

$$
4\gamma^2H^2\omega^2=\left(\omega^2+\gamma^2H^2-\frac{b\gamma^2}{\chi_\perp}\right)^2 \tag{12}
$$

$$
\omega=\gamma\sqrt{\frac{b}{\chi_\perp}}\pm\gamma H=\gamma\left(H_c\pm H\right) \tag{13}
$$

2.4 Частоты АФМР легкоосного антиферромагнетика для $\vec{H}||Z$, случай $H > H_c$

В поле $H = H_c = \sqrt{\frac{b}{\chi_\perp}}$ происходит переориентационный спин-флоп переход: магнитный вектор опрокидывается в плоскость, перпендикулярную полю. При этом проигрыш в энергии анизотропии компенсируется выигрышем в энергии взаимодействия с магнитным полем. Зануление одной из мод АФМР в точке перехода соответствует тому, что в этот момент возможен поворот магнитного вектора (антиферромагнитного параметра порядка) на большой угол без затрат энергии. Положим для простоты, что после перехода $\vec{l}||X$.

Тогда равновесное значение антиферромагнитного вектора $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, малые отклонения $\begin{pmatrix}0\\l_y\\l_z\end{pmatrix}$.

Линеаризованное уравнение динамики:

$$
\begin{pmatrix}0\\ \ddot{l}_z\\ -\ddot{l}_y\end{pmatrix}+\gamma^2l_zH^2\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}-\frac{b\gamma^2}{\chi_\perp}\begin{pmatrix}0\\l_z\\0\end{pmatrix}=0 \tag{14}
$$

Откуда матрица векового уравнения

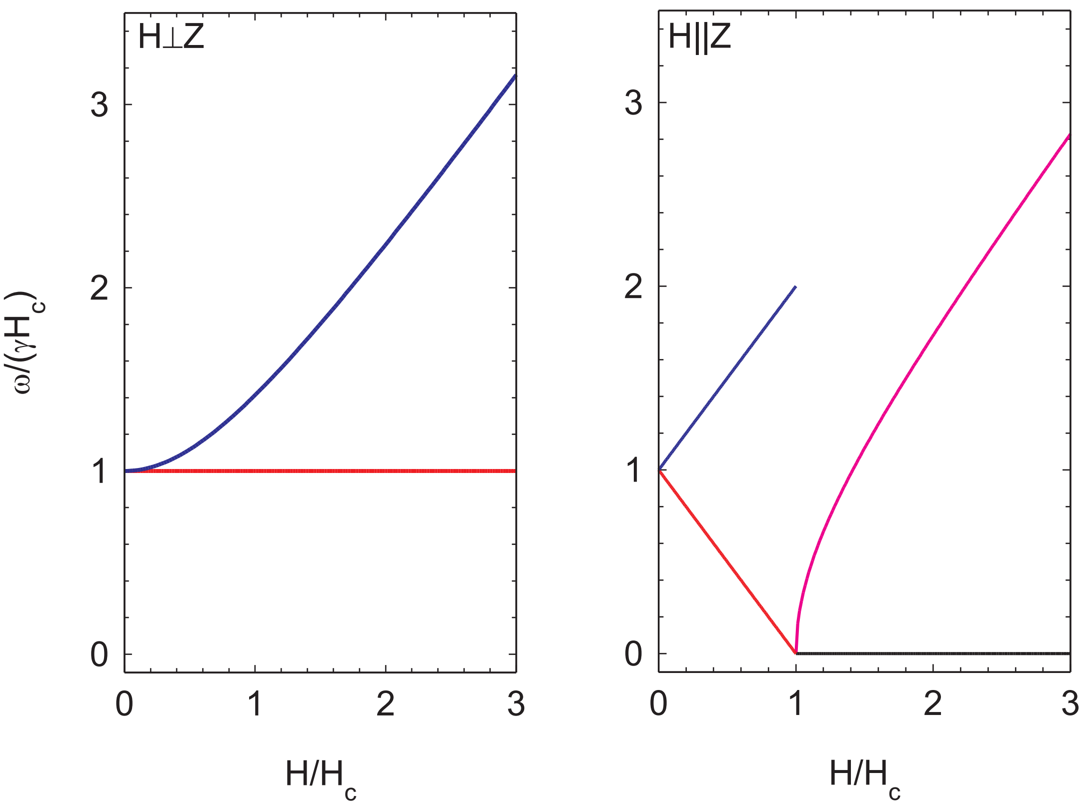

Рис. 1: Графики $f(H)$ для АФМР в легкоосном антиферромагнетике для $H||z$ и $H \perp z$.

$$\begin{pmatrix} 0 & -\omega^2 + \gamma^2 H^2 - \frac{b\gamma^2}{\chi_\perp} \\ \omega^2 & 0 \end{pmatrix} \tag{15}$$

Частоты АФМР ω_1=0 и $\omega_2^2 = \gamma^2(H^2 - H_c^2)$.

2.5 Графики f(H) для легкоосного антиферромагнетика

Графики $f(H)$ по полученным уравнениям построены на рисунке 1. В поле спин-флопа одна из мод смягчается. В нулевом поле для обеих мод АФМР имеется отличная от нуля частота.

Список литературы

[1] Ф.Ф.Андреев, В.И.Марченко, Успехи физических наук **130**, 39 (1980)