## Об антиферромагнитном переходе в $CuCrO_2$ .

## В.И. Марченко

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы, РАН 119334, Москва, Россия

Установлено, что все необычные свойства антиферромагнитного состояния  $CuCrO_2$  находят естественное объяснение в теории магнитных фазовых переходов Дзялошинского-Ландау.

В  $CuCrO_2$  при температуре ниже  $T_N \simeq 24\,K$ наблюдается спиральная, близкая к 120-ти градусной, планарная спиновая структура [1, 2, 3] (см. рис. 1). При этом в образцах сосуществуют три домена, отличающихся ориентацией волнового вектора несоизмеримости. Одновременно упорядочением здесь магнитным возникает электрическая поляризация [4, 5]. Для выяснения природы этих особенностей антиферромагнитной фазы  $CuCrO_2$ полезно, весьма было продемонстрировано Дзялошинским [6], рассмотреть магнитный фазовый переход в рамках общей теории фазовых переходов второго рода Ландау.

Наблюдаемая спиновая структура 120-ти градусной, поэтому рассмотрим K возможность перехода эту соизмеримую структуру, предполагая, что несоизмеримость возникает благодаря наличию малого инварианта Лифшица.

В элементарной ячейке парамагнитной фазы  $CuCrO_2$  имеется одна формульная единица, и, соответственно, лишь один магнитный атом Cr. Решетку  $CuCrO_2$  удобно представить следующим образом. Поместим атомы хрома в узлы простой кубической решётки, а атомы меди - в центр элементарной ячейки. Добавим атомы кислорода в двух симметричных точках на одной из диагоналей куба. В соответствии с потерей кубической симметрии решетка растянется вдоль выделенной диагонали. Группа симметрии такого кристалла  $D^5_{3d}$  состоит из трансляций  ${f a}_1,{f a}_2,{f a}_3,$  оси  $C_3: x+iy o (x+iy)e^{-i{2\pi\over 3}}$  (по часовой стрелке), которая делает циклическую перестановку индексов векторов  $\mathbf{a}_n$ ; инверсии I:  $\mathbf{a}_n \to -\mathbf{a}_n$ ; и трех плоскостей симметрии  $\sigma_{vn}$ , например, действие  $\sigma_{v1}: x \to -x$  не меняет  $\mathbf{a}_1$  и переставляет  $\mathbf{a}_2 \leftrightarrows \mathbf{a}_3$ .

Следуя Дзялошинскому [6], выделим по три подрешётки в трех соседних гексагональных плоскостях (см. рис. 1). Кристаллографические преобразования осуществляют перестановки подрешёток

$$C_{3}:1 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 3,$$

$$4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 4, 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 7;$$

$$\sigma_{v}:1 \rightarrow 1, 2 \rightleftharpoons 3, 4 \rightarrow 4,$$

$$5 \rightleftharpoons 6, 7 \rightarrow 7, 8 \rightleftharpoons 9;$$

$$I:1 \rightarrow 1, 2 \rightleftharpoons 3, 4 \rightleftharpoons 7, 5 \rightleftharpoons 9, 6 \rightleftharpoons 8;$$

$$\mathbf{a_{1}}:1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 2,$$

$$3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 3.$$

$$(1)$$

Введем три комплексных антиферромагнитных вектора

$$\eta = \mathbf{s}_{1} - \frac{1}{2}(\mathbf{s}_{2} + \mathbf{s}_{3}) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(\mathbf{s}_{2} - \mathbf{s}_{3}),$$

$$\mu = \mathbf{s}_{4} - \frac{1}{2}(\mathbf{s}_{5} + \mathbf{s}_{6}) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(\mathbf{s}_{5} - \mathbf{s}_{6}),$$

$$\nu = \mathbf{s}_{7} - \frac{1}{2}(\mathbf{s}_{8} + \mathbf{s}_{9}) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(\mathbf{s}_{8} - \mathbf{s}_{9}).$$
(2)

Согласно таблице перестановок (1), эти векторы изменяются следующим образом

$$C_{3}: \boldsymbol{\eta} \to \boldsymbol{\eta}, \ \boldsymbol{\mu} \to e^{i\frac{4\pi}{3}}\boldsymbol{\mu}, \ \boldsymbol{\nu} \to e^{-i\frac{4\pi}{3}}\boldsymbol{\nu};$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{v}: \boldsymbol{\eta} \to \boldsymbol{\eta}^{*}, \ \boldsymbol{\mu} \to \boldsymbol{\mu}^{*}, \ \boldsymbol{\nu} \to \boldsymbol{\nu}^{*};$$

$$I: \boldsymbol{\eta} \to \boldsymbol{\eta}^{*}, \ \boldsymbol{\mu} \to \boldsymbol{\nu}^{*} \to \boldsymbol{\mu};$$

$$\mathbf{a}_{1}: \boldsymbol{\eta} \to \boldsymbol{\mu} \to \boldsymbol{\nu} \to \boldsymbol{\eta}.$$

$$(3)$$

Обменное приближение. температура перехода  $T_N$  значительно превосходит характерную энергию диполь-дипольного взаимодействия  $\sim 1 K$ , онжом сначала TOрассмотреть фазовый переход В обменном приближении. Для дальнейшего существенно, что, согласно данным по неупругому рассеянию

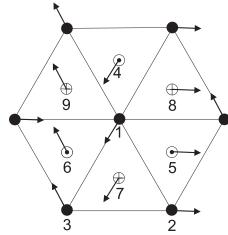


Рис. 1. Соизмеримая антиферромагнитная структура  $CuCrO_2$ , соответствующая обменному приближению.

нейтронов на магнонах [7], обменное взаимодействие между гексагональными кристаллическими плоскостями существенно меньше обмена плоскостей. Поэтому основными внутри этих Дзялошинского-Ландау членами разложения по компонентам параметра порядка (2) будут следующие

$$F = \tau \{ (\eta \eta^*) + (\mu \mu^*) + (\nu \nu^*) \} +$$

$$+ B_1 \{ (\eta \eta^*)^2 + (\mu \mu^*)^2 + (\nu \nu^*)^2 \} +$$

$$+ B_2 \{ \eta^2 \eta^{*2} + \mu^2 \mu^{*2} + \nu^2 \nu^{*2} \}.$$
(4)

Если  $B_2 > 0$ , то  $\eta^2 = \mu^2 = \nu^2 = 0$ , что соответствует 120-ти градусной спиновой структуре

$$\eta = \eta \frac{\tilde{\mathbf{x}} + i\tilde{\mathbf{y}}}{\sqrt{2}}, \, \mu = \eta \frac{\mathbf{k} + i\mathbf{l}}{\sqrt{2}}, \, \nu = \eta \frac{\mathbf{m} + i\mathbf{p}}{\sqrt{2}}.$$
 (5)

Взаимная ориентация комплексных векторов (5) определяется при учете малого межплоскостного обмена. Зависящие от этой взаимной ориентации члены четвертого порядка по амплитуде  $\eta$  имеют вил

$$F_4 = B_3\{(\eta \mu)(\eta \mu)^* + (\mu \nu)(\mu \nu)^* + (\nu \eta)(\nu \eta)^*\} + B_4\{(\eta \mu^*)(\eta^* \mu) + (\mu \nu^*)(\mu^* \nu) + (\nu \eta^*)(\nu^* \eta)\}.$$
(6)

Заметим, что

$$(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu})^* - (\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu}^*)(\boldsymbol{\eta}^*\boldsymbol{\mu}) = ([\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^*][\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}^*]) = (\mathbf{\tilde{z}n}),$$

где  $\tilde{\mathbf{z}} = [\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{y}}], \quad \mathbf{n} = [\mathbf{kl}]$  (общий множитель  $\eta^4$  опускаем). Кроме того,

$$(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu})^* + (\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu}^*)(\boldsymbol{\eta}^*\boldsymbol{\mu}) =$$

$$\frac{(k_{\tilde{x}} - l_{\tilde{y}})^2}{2} + \frac{(k_{\tilde{y}} + l_{\tilde{x}})^2}{2} + \frac{(k_{\tilde{x}} + l_{\tilde{y}})^2}{2} + \frac{(k_{\tilde{y}} - l_{\tilde{x}})^2}{2} =$$

$$= k_{\tilde{x}}^2 + k_{\tilde{y}}^2 + l_{\tilde{x}}^2 + l_{\tilde{y}}^2 = 2 - k_{\tilde{z}}^2 - l_{\tilde{z}}^2 = 1 - n_{\tilde{z}}^2.$$

Проведя аналогичные преобразования с остальными членами в (6) убеждаемся, что, если  $B_4 < B_3 < -B_4$ , то выгодна компланарная ориентация всех спиновых плоскостей:  $\boldsymbol{\eta} = e^{i\chi}\boldsymbol{\mu}$ ,  $\boldsymbol{\nu} = e^{i\phi}\boldsymbol{\mu}$ .

Углы  $\chi, \phi$  находятся лишь при учете следующих двух инвариантов шестого порядка

$$(\eta \mu^*)^3 + (\mu \nu^*)^3 + (\nu \eta^*)^3 + (\eta^* \mu)^3 + (\mu^* \nu)^3 + (\nu^* \eta)^3,$$

$$(\eta \mu^*)(\eta^* \nu)^2 + (\eta^* \mu)(\eta \nu^*)^2 + (\eta^* \nu)(\eta \mu^*)^2 +$$

$$+(\eta \nu^*)(\eta^* \mu)^2 + (\mu \nu^*)(\mu^* \eta)^2 + (\mu^* \nu)(\mu \eta^*)^2 +$$

$$+(\mu^* \eta)(\mu \nu^*)^2 + (\mu \eta^*)(\mu^* \nu)^2 + (\nu \eta^*)(\mu \nu^*)^2 +$$

$$+(\nu^* \eta)(\mu^* \nu)^2 + (\nu^* \mu)(\nu \eta^*)^2 + (\nu \mu^*)(\nu^* \eta)^2.$$

Откуда, для интересующих нас поправок 6-го порядка к свободной энергии имеем

$$F_6 = B_5 \{\cos 3\chi + \cos 3\phi + \cos 3(\chi - \phi)\} + B_6 \{\cos(2\phi - \chi) + \cos(2\chi - \phi) + \cos(\phi + \chi)\}$$
 (7)

(неактуальный общий множитель  $\eta^6$  опущен).

Наблюдаемой в  $CuCrO_2$  антиферромагнитной структуре соответствует случай  $B_5, B_6 < 0$ . Имеются три возможных состояния (домена)  $1) \chi = \phi = 0, \ 2) \chi = -\phi = 2\pi/3, \ 3) \chi = -\phi = -2\pi/3,$  переходящие друг в друга при перестановке подрешеток под действием поворота  $C_3$ .

Обратим внимание на то, что ориентация спиновых плоскостей определяется членами в свободной энергии, соответствующими биквадратичному обмену между соседними кристаллическими плоскостями (6), а также обмену, описываемому шестью спиновыми операторами в двух или трех соседних плоскостях (7). То есть, здесь, так же как и в случае антиферромагнитной фазы твердого  ${}^{3}He$  [9], простой гамильтониан квадратичным по спиновым операторам обменным взаимодействием не является адекватной микроскопической моделью.

После определения взаимной ориентации в спиновом пространстве фиксируется волновой вектор структуры. Возможны три домена, каждый из которых задается парой волновых векторов

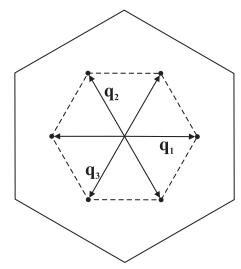


Рис. 2. Сечение  $q_z=0$  обратной ячейки  $CuCrO_2$ . Пунктиром указана обратная ячейка для двумерной решетки гексагональной плоскости (отметим, что её площадь равна трети площади сечения трехмерной обратной ячейки).

 $(\mathbf{q}_1, -\mathbf{q}_1), \quad (\mathbf{q}_2, -\mathbf{q}_2) \quad \text{и} \quad (\mathbf{q}_3, -\mathbf{q}_3) \quad \text{(см. рис. 2)}.$ Эти шесть векторов представляют волнового вектора шестимерного представления пространственной группы симметрии по которому происходит рассматриваемый переход. С точки зрения симметрии двумерной гексагональной кристаллической решетки эти вектора лежат на границе обратной ячейки в углах, и лишь два из них, например  $\mathbf{q}_1$  и  $-\mathbf{q}_1$ , не являются эквивалентными. С точки зрения симметрии трехмерной решетки  $CuCrO_2$  среди шести векторов нет эквивалентных и они занимают общее положение на осях (оси симметрии  $U_2$ ), лежащих в плоскости  $q_z = 0$ . В таких случаях, согласно общему результату Лифшица [10], возникают несоизмеримые структуры. В рассматриваемом переходе инвариант Лифшица имеет вид

$$egin{aligned} oldsymbol{\eta} 
abla_oldsymbol{\perp} oldsymbol{\mu}^* + oldsymbol{\mu} 
abla_oldsymbol{\perp} oldsymbol{
u}^* + oldsymbol{
u} 
abla_oldsymbol{
u}^* + oldsymbol{
u} 
abla_oldsymbol{
u}^* 
abla_oldsymbol{
u}^* + oldsymbol{
u}^* 
abla_oldsymbol{
u}^* + oldsymbol{
u}^* 
abla_oldsymbol{
u}^* + oldsymbol{
u}^* 
abla_oldsymbol{
u}^* 
abla_oldsymbol{
u}^* 
abla_oldsymbol{
u}^* + oldsymbol{
u}^* 
abla_oldsymbol{
u}^*$$

где  $\nabla_{\perp} = \partial_y + i\partial_x$ . Так, для случая  $\chi = \phi = 0$  получаем  $\mathbf{k}\partial_x\mathbf{l} - \mathbf{l}\partial_x\mathbf{k}$ . Обратим внимание на то, что этот инвариант возникает только при учете межплоскостного обмена, и его малость по отношению к внутриплоскостному обмену

обеспечивает близость наблюдаемой спиральной структуры к соизмеримой.

В работе [8] была обнаружена слабая деформация  $u_{yy}-u_{xx}\sim 10^{-4}$  в антиферромагнитной фазе  $CuCrO_2$ . Этот эффект имеет обменную природу и связан с наличием следующего инварианта

$$(u_{xx} - u_{yy} + 2iu_{xy})(\eta^* \mu + \mu^* \nu + \nu^* \eta) +$$
$$+(u_{xx} - u_{yy} - i2u_{xy})(\eta \mu^* + \mu \nu^* + \nu \eta^*).$$

**Релятивистские эффекты.** Основной вклад в анизотропию должен вносить инвариант  $\eta_z\eta_z^* + \mu_z\mu_z^* + \nu_z\nu_z^*$ , возникающий при учете одноионной анизотропии и диполь-дипольного взаимодействия внутри гексагональной плоскости. Взаимодействие между плоскостями приводит ещё к двум инвариантам

$$(\eta_{x}+i\eta_{y})\mu_{z}^{*}+(\mu_{x}+i\mu_{y})\nu_{z}^{*}+(\nu_{x}+i\nu_{y})\eta_{z}^{*}+\\+(\eta_{x}^{*}+i\eta_{y}^{*})\nu_{z}+(\nu_{x}^{*}+i\nu_{y}^{*})\mu_{z}+(\mu_{x}^{*}+i\mu_{y}^{*})\eta_{z}+\\+(\eta_{x}^{*}-i\eta_{y}^{*})\mu_{z}+(\mu_{x}^{*}-i\mu_{y}^{*})\nu_{z}+(\nu_{x}^{*}-i\nu_{y}^{*})\eta_{z}+\\+(\eta_{x}-i\eta_{y})\nu_{z}^{*}+(\nu_{x}-i\nu_{y})\mu_{z}^{*}+(\mu_{y}-i\mu_{y})\eta_{z}^{*});\\\eta_{x}^{*}\mu_{x}+\mu_{x}^{*}\nu_{x}+\nu_{x}^{*}\eta_{x}+\eta_{x}\mu_{x}^{*}+\mu_{x}\nu_{x}^{*}+\nu_{x}\eta_{x}^{*}-\\-\eta_{y}^{*}\mu_{y}-\mu_{y}^{*}\nu_{y}-\nu_{y}^{*}\eta_{y}-\eta_{y}\mu_{y}^{*}-\mu_{y}\nu_{y}^{*}-\nu_{y}\eta_{y}^{*}+\\+i(\eta_{x}^{*}\mu_{y}+\mu_{x}^{*}\nu_{y}+\nu_{x}^{*}\eta_{y}-\eta_{x}\mu_{y}^{*}-\mu_{x}\nu_{y}^{*}-\nu_{x}\eta_{y}^{*})+\\+i(\eta_{y}^{*}\mu_{x}+\mu_{y}^{*}\nu_{x}+\nu_{y}^{*}\eta_{x}-\eta_{y}\mu_{x}^{*}-\mu_{y}\nu_{x}^{*}-\nu_{y}\eta_{x}^{*}).$$

При  $\chi=\phi=0$  эти инварианты сводятся к:  $n_z^2$ ,  $k_xk_z+l_xl_z$  и  $k_x^2+l_x^2-k_y^2-l_y^2+l_xk_y-k_xl_y$ . В геликоидальной структуре второй и третий инварианты зависят от координаты x. Для нахождения их вклада в макроскопическую плотность энергии введем эйлеровы углы для задания ориентации тройки спиновых векторов  $\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{n}$ , относительно пространственных осей

$$\mathbf{k} = (\cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \cos \theta \sin \varphi)\mathbf{x} + \\
+ (\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \theta \cos \varphi)\mathbf{y} + \sin \psi \sin \theta \mathbf{z}, \\
\mathbf{l} = -(\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \cos \theta \sin \varphi)\mathbf{x} + \\
+ (\cos \psi \cos \theta \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi)\mathbf{y} + \cos \psi \sin \theta \mathbf{z}, \\
\mathbf{n} = \sin \theta \sin \varphi \mathbf{x} - \sin \theta \cos \varphi \mathbf{y} + \cos \theta \mathbf{z}.$$
(8)

Проведя усреднение по углу  $\psi$ , который в обменном приближении меняется линейно по

координате x, имеем  $<\cos^2\psi>=<\sin^2\psi>=1/2$ ,  $<\sin2\psi>=0$ , и для энергии анизотропии получим

$$F_{an} = \frac{\beta_1}{2}n_z^2 + \frac{\beta_2}{2}n_x^2 + \beta_3 n_z n_x. \tag{9}$$

Такое усреднение вклада анизотропии по шагу спирали верно лишь в пределе сильных обменных эффектов. Поскольку здесь речь идет о конкуренции слабых межплоскостных обменных эффектов и слабых эффектов анизотропии, то картина может значительно усложниться.

Наблюдаемая в  $CuCrO_2$  ориентация спиновой структуры в основном состоянии соответствует сигнатуре констант анизотропии  $\beta_1>0,\ \beta_2<0.$  Информации же об отклонении спиновой плоскости от вертикали нет, что связано, скорее всего, с малостью эффекта  $\sim \beta_3/\beta_1$ . Заметим, что, согласно результатам измерения спектра AФMP [11] в  $CuCrO_2$ , отношение  $\beta_2/\beta_1\sim 10^{-2}$ .

Величина  $[\eta\eta^*] + [\mu\mu^*] + [\nu\nu^*] \propto n$  преобразуется как полярный вектор при кристаллических преобразованиях (перестановках подрешеток с одновременным поворотом спинового пространства). Поэтому, при наличии внешнего электрического поля к энергии антиферромагнетика следует учесть вклад

$$F_p = -\lambda_{\parallel} n_z E_z - \lambda_{\perp} (n_x E_x + n_y E_y), \qquad (10)$$

описывающий возникновение электрической поляризации в антиферромагнитном  $p_x = \lambda_{\perp} n_x, \quad p_y = \lambda_{\perp} n_y, \quad p_z = \lambda_{\parallel} n_z$  $\lambda$ связаны, очевидно, (константы спинорбитальными эффектами). Такой механизм возникновения несобственного сегнетоэлектричества при фазовых переходах второго рода был указан Инденбомом (см. [12]).

Наличие спонтанной электрической поляризации, отслеживающей ориентацию спинового пространства, приводит к возможности возбуждения антиферромагнитного резонанса переменным электрическим полем. Кроме того, приложение постоянного электрического поля должно приводить к изменению спектра АФМР. Воспользовавшись уравнениями низкочастотной спиновой динамики [13] нетрудно определить, что, например, в случае направления поля вдоль оси у

частота колебаний азимутального угла  $\varphi$  задаётся формулой

$$\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 = \frac{|\beta_2|}{\chi_\perp} - \frac{\lambda_\perp^2 E^2}{\chi_\perp |\beta_2|}.$$

При этом  $\cos\varphi = -\lambda_{\perp}E/|\beta_2|$ . В полях  $E>|\beta_2/\lambda_{\perp}|$ , спиновая плоскость ориентируется перпендикулярно к полю, и

$$\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 = \frac{|\lambda_{\perp} E| - |\beta_2|}{\chi_{\perp}}.$$

Благодарю Л.Е. Свистова за помощь и полезное обсуждение.

- H. Radowaki, H. Kikuchi, Y. Ajiro. J. Phys.: Condens. Matter 2, 4485 (1990)
- M. Poienar, F. Damay, C. Martin, et al. Phys. Rev. B79, 014412 (2009)
- 3. M. Frontzek, G. Ehlers, A. Podlesnyak, et al. J. Phys.: Condens. Matter 24, 016004 (2012)
- S. Seki, Y. Onose, Y. Tokura. Phys. Rev. Lett. 101, 067204 (2008)
- K. Kimura, H. Nakamura, S. Kimura, et al. Phys. Rev. Lett. 103, 107201 (2009)
- 6. И.Е. Дзялошинский, ЖЭТФ 32, 1547 (1957)
- 7. M. Poienar, F. Damay, C. Martin, et al. Phys. Rev. B81, 104411 (2010)
- K. Kimura, T. Otani, H. Nakamura, et al. J. Phys. Soc. Jap.78, 113710 (2009)
- 9. M. Roger, J.H. Hetherington, J.M. Delrieu, Rev. Mod. Phys. 55, 1 (1983)
- 10. Е.М. Лифшиц. ЖЭТФ 11, 255 (1941)
- A.M. Vasiliev, L.A. Prozorova, L.E. Svistov, et. al. Phys. Rev. B88, 144403 (2013)
- 12. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Москва, Наука (1982)
- 13. А.Ф. Андреев, В.И. Марченко, УФН **130**, 39 (1980)