

В.Н.Глазков  
«Физика низкоразмерных систем»  
слайды к лекции 6

Двумерные электронные системы

## Получение двумерного электронного газа.

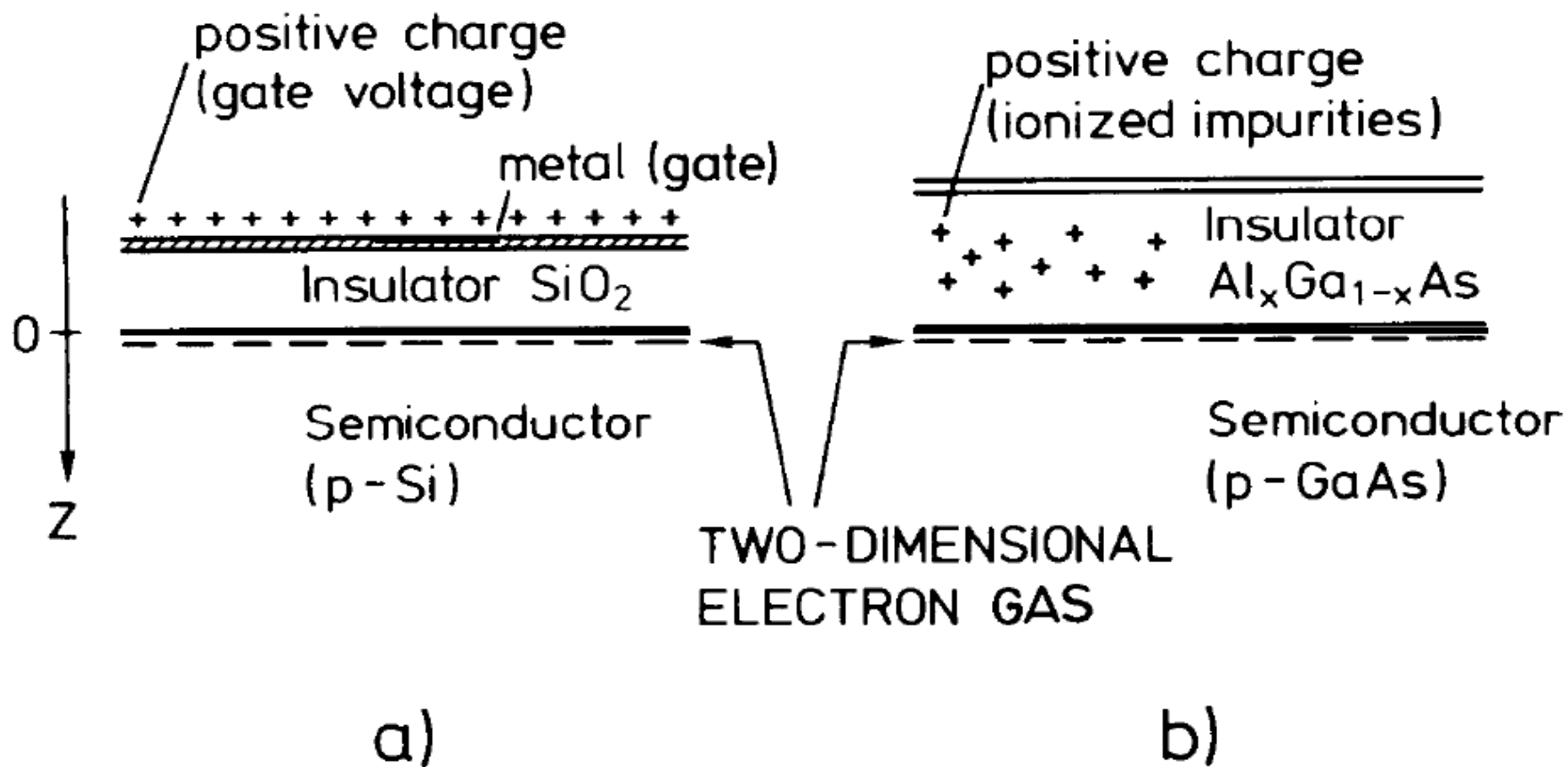
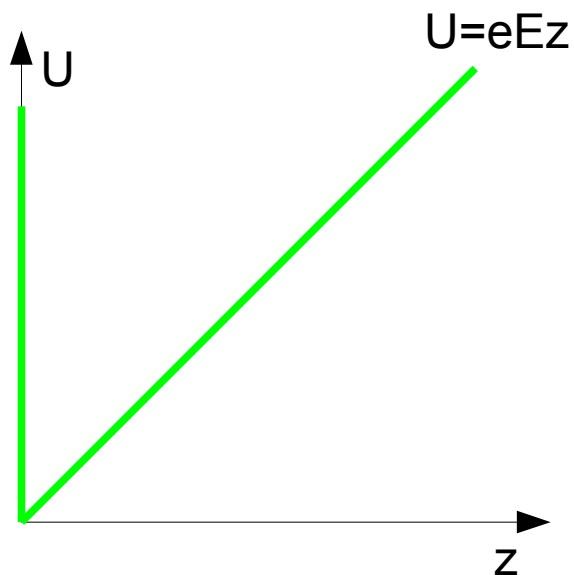


Fig. 1. A two-dimensional electron gas (2DEG) can be formed at the semiconductor surface if the electrons are fixed close to the surface by an external electric field. Silicon MOSFETs (a) and GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  heterostructures (b) are typical structures used for the realization of a 2DEG.

Одночастичная задача.



$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + eEz = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} \right) + U$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + (W - U) \Psi = 0$$

$$\Psi(x, y, z) = \sigma(x, y) \xi(z)$$

$$W_{x,y} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) \quad \frac{d^2 \xi(z)}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (W_z - eEz) \xi(z) = 0$$

$$a = \left( -z + \frac{W_z}{eE} \right) \left( \frac{2meE}{\hbar^2} \right)^{1/3}$$

уравнение Эйри  $\frac{d^2 \xi(a)}{da^2} + a \xi(a) = 0$

$$\xi(a) = \text{const} \Phi(-a)$$

$$\Phi(a) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \cos\left(\frac{u^2}{3} + au\right) du$$

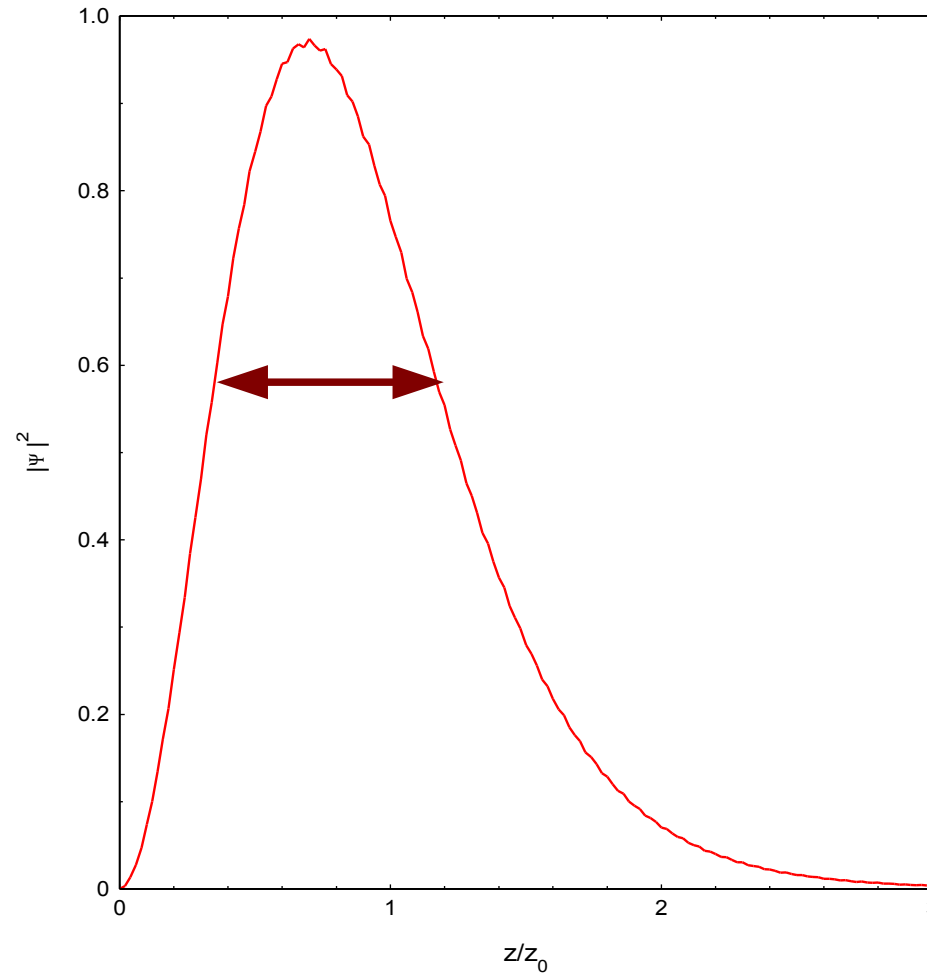
$$\xi\left(a = \frac{W_z}{eE} \left( \frac{2meE}{\hbar^2} \right)^{1/3}\right) = 0$$

первые нули функции Эйри  
-1.76, -2.71, -3.39, -3.96.

$$\Delta W \sim \left( \frac{\hbar^2}{2m} \right)^{1/3} (eE)^{2/3}$$

для E=1 В/мкм расстояние между  
уровнями размерного квантования ~40К

# Волновая функция основного состояния в треугольной яме.

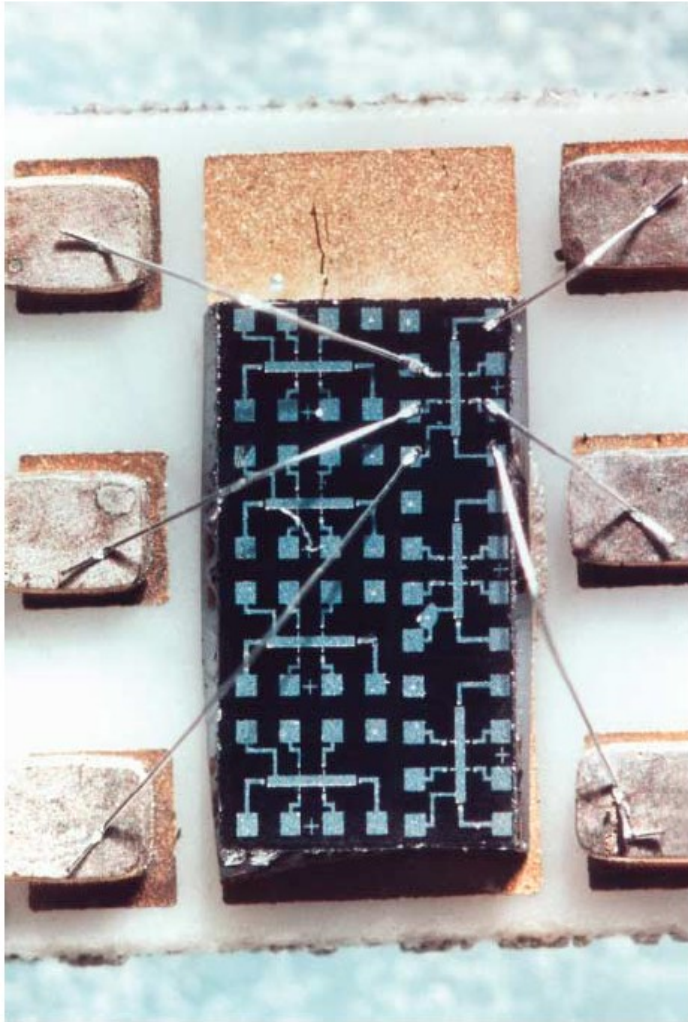


Распределение электрона по Z-координате (решение уравнения Шредингера для основного состояния электрона в треугольной потенциальной яме)

$$z_0 = \left( \frac{\hbar^2}{2meE} \right)^{1/3}$$

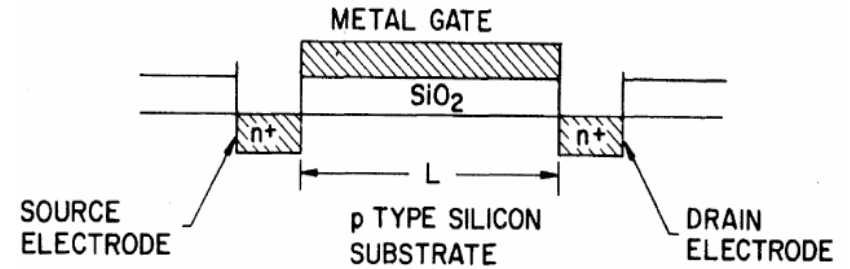
для  $E=1$  В/мкм  $z_0 \sim 11$  нм

# МОП-транзистор.



Чип с кремниевыми МОП транзисторами, используемый в опытах по квантовому эффекту Холла.

Klaus von Klitzing , Developments in the quantum Hall effect, Philosophical Transaction of the Royal Society A, 363, 2203 (2005)

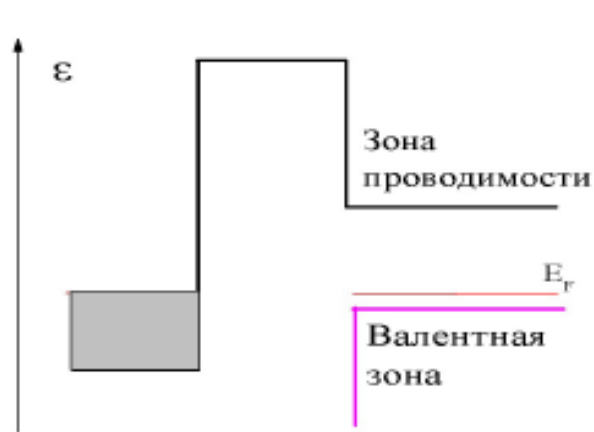


МОП-транзистор, используемый для получения двумерного электронного газа.

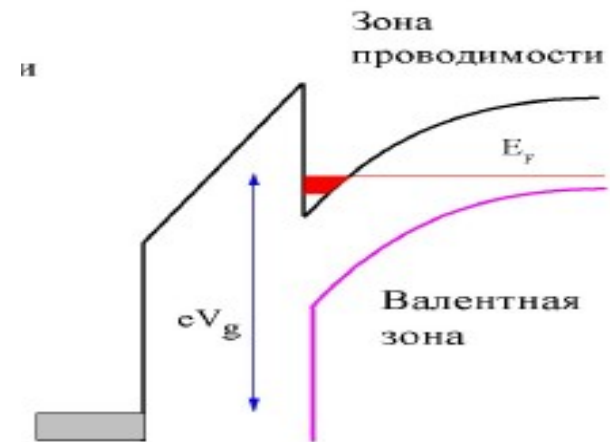
В.Т.Долгополов, Основы физики полупроводниковых структур пониженной размерности, , [http://ftn-mipt.itp.ac.ru/attachments/123\\_Dolgoplov.pdf](http://ftn-mipt.itp.ac.ru/attachments/123_Dolgoplov.pdf)

## Зонная структура в МОП-транзисторе.

$$\mu(x) + e\phi(x) = const$$



Границы зон в различных областях МОП-транзистора в отсутствие напряжения на затворе. Слева металл затвора, справа — полупроводниковый слой подложки.



Границы зон в различных областях МОП-транзистора при приложении напряжения на затворе. Слева металл затвора, справа — полупроводниковый слой подложки.

# Гетероструктуры. Зонная схема.

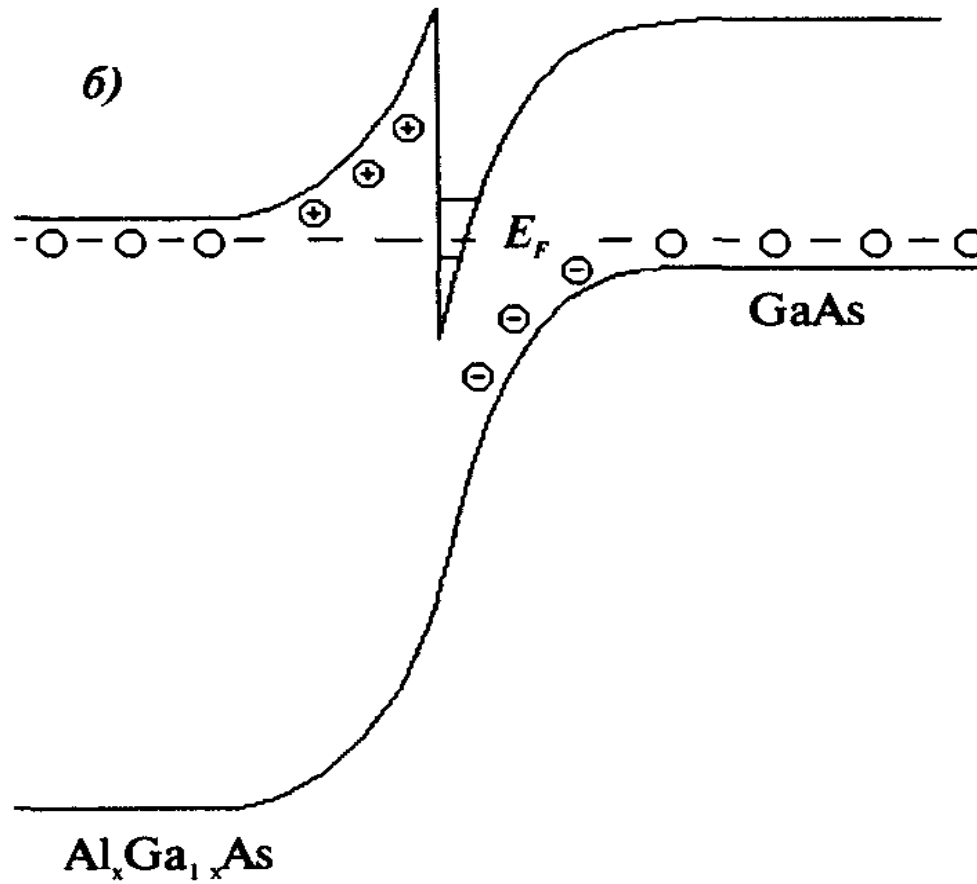
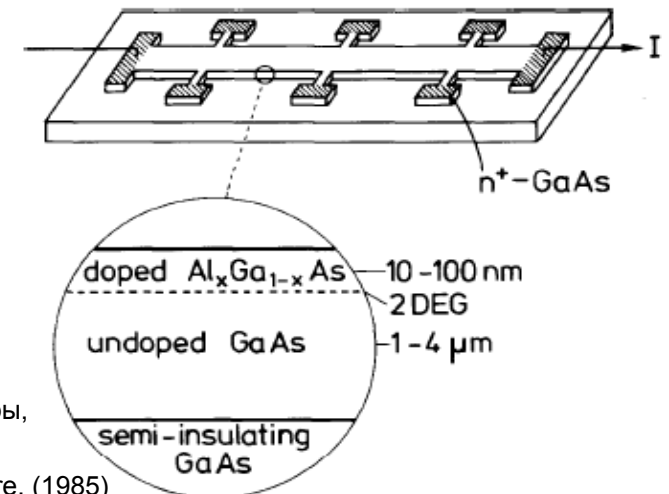


Схема зон на гетеропереходе при электронном допировании слоя AlGaAs.

В.Я.Демиховский, Г.А.Вугальтер, Физика квантовых низкоразмерных структур, 2000



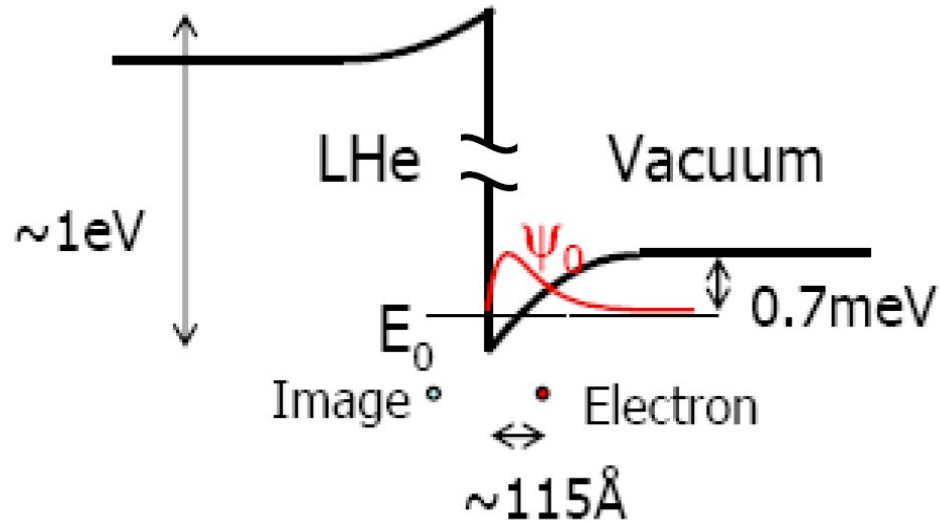
Форма и характерные размеры GaAs-AlGaAs гетероструктуры, используемой в опытах по квантовому эффекту Холла.

Klaus von Klitzing, The Quantized hall effect, Nobel Prize Lecture, (1985)

# Электроны над поверхностью криогенных жидкостей.

Схематическое изображение потенциала, действующего на электрон над поверхностью гелия.

Electrons on Liquid Helium, ,  
<http://courses.washington.edu/bbbteach/576/EoH.pdf>



$$\epsilon = 1.057$$

$$\phi(z) = -\frac{e^2(\epsilon - 1)}{4(\epsilon + 1)z}$$

$$z \sim \frac{\hbar^2}{me^2} \frac{(\epsilon + 1)}{(\epsilon - 1)}$$

характерное удаление от поверхности

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \xi}{dz^2} + \phi(z) \xi = E \xi$$

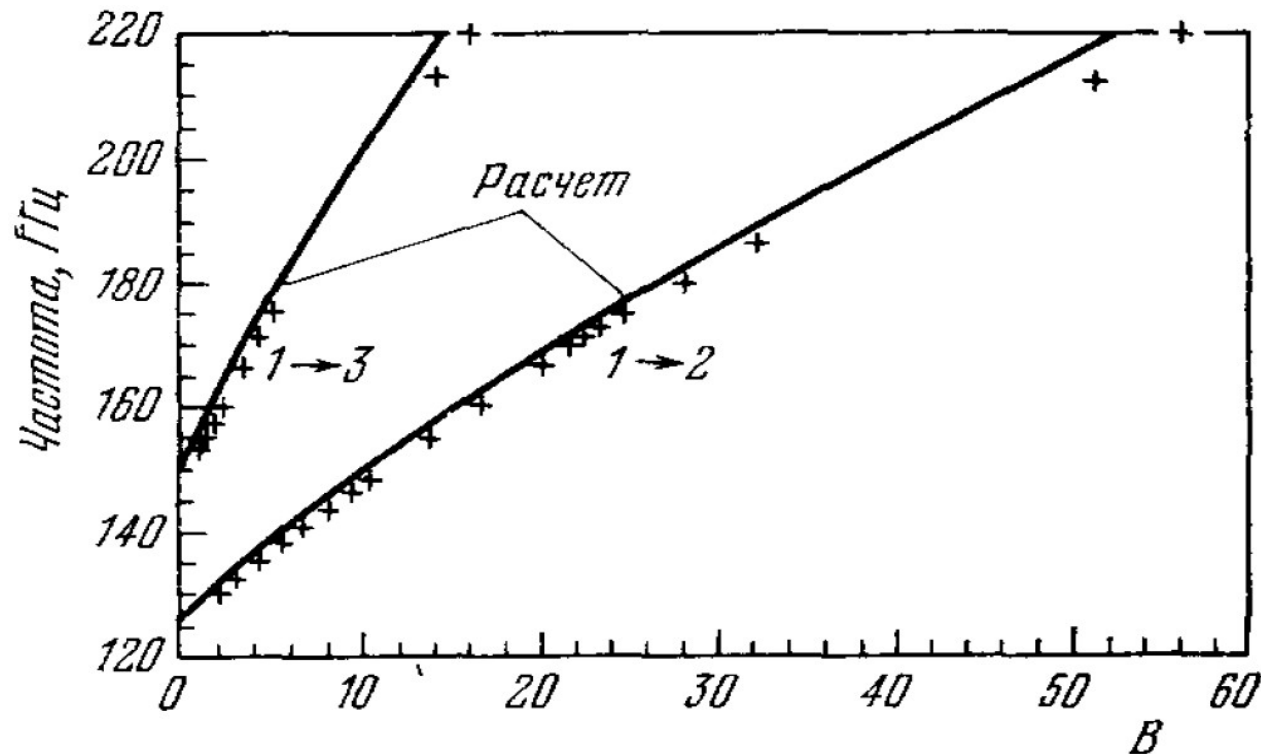
= «атом водорода»!



## Переходы между уровнями.

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m}{2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\left(\frac{(\epsilon-1)}{4(\epsilon+1)}\right)^2 \frac{13.6 \text{ эВ}}{n^2} \quad \begin{array}{l} -0.653, -0.163 \text{ и } -0.073 \text{ мэВ} \\ \text{для } n=1, 2, 3 \end{array}$$

$$\langle z \rangle_n = \langle z \rangle_1 n^2 = \frac{3}{2} \frac{1}{Z} \frac{\hbar^2}{m e^2} n^2 = \frac{3}{2} \frac{4(\epsilon+1)}{(\epsilon-1)} R_B n^2 \quad 114 \text{ \AA}, 456 \text{ \AA} \text{ и } 1026 \text{ \AA}$$



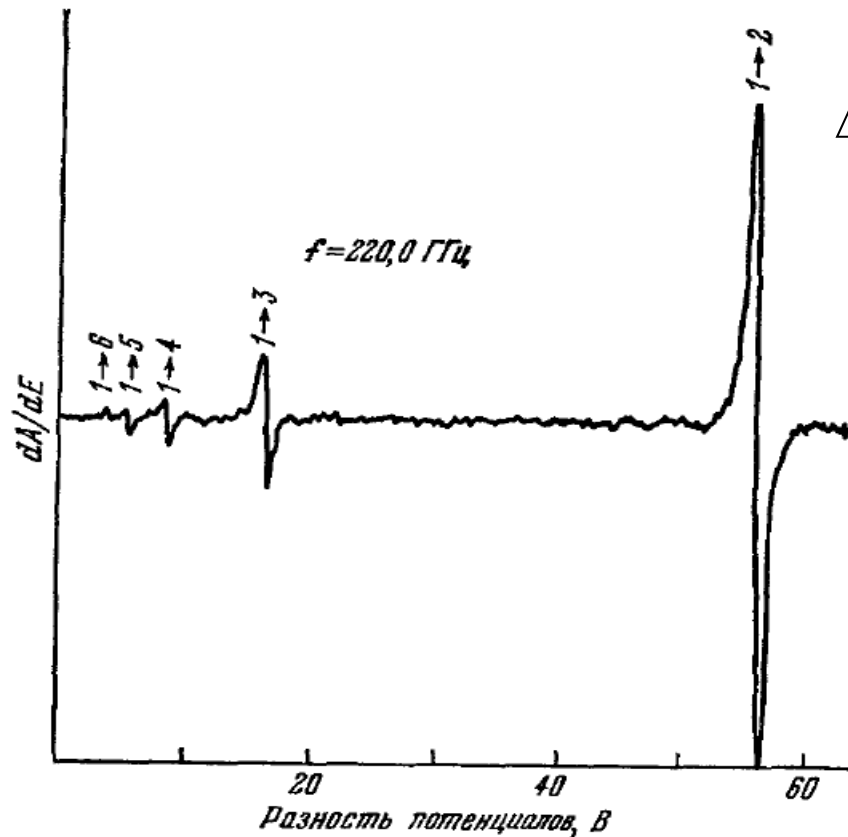
Зависимость от потенциала на электродах частоты переходов между уровнями 1 и 2 и уровнями 1 и 3.

В.С.Эдельман, Левитирующие электроны, УФН, 130, 675 (1980)

# Влияние электрического поля на электроны над криожидкостью.

$$\Delta E^{(1)} = -\langle i | zeE | i \rangle = -eE \langle z \rangle_i$$

Поправка к энергии n-го уровня линейна по E и квадратична по n!  
Приложение электрического поля подстраивает частоты переходов.

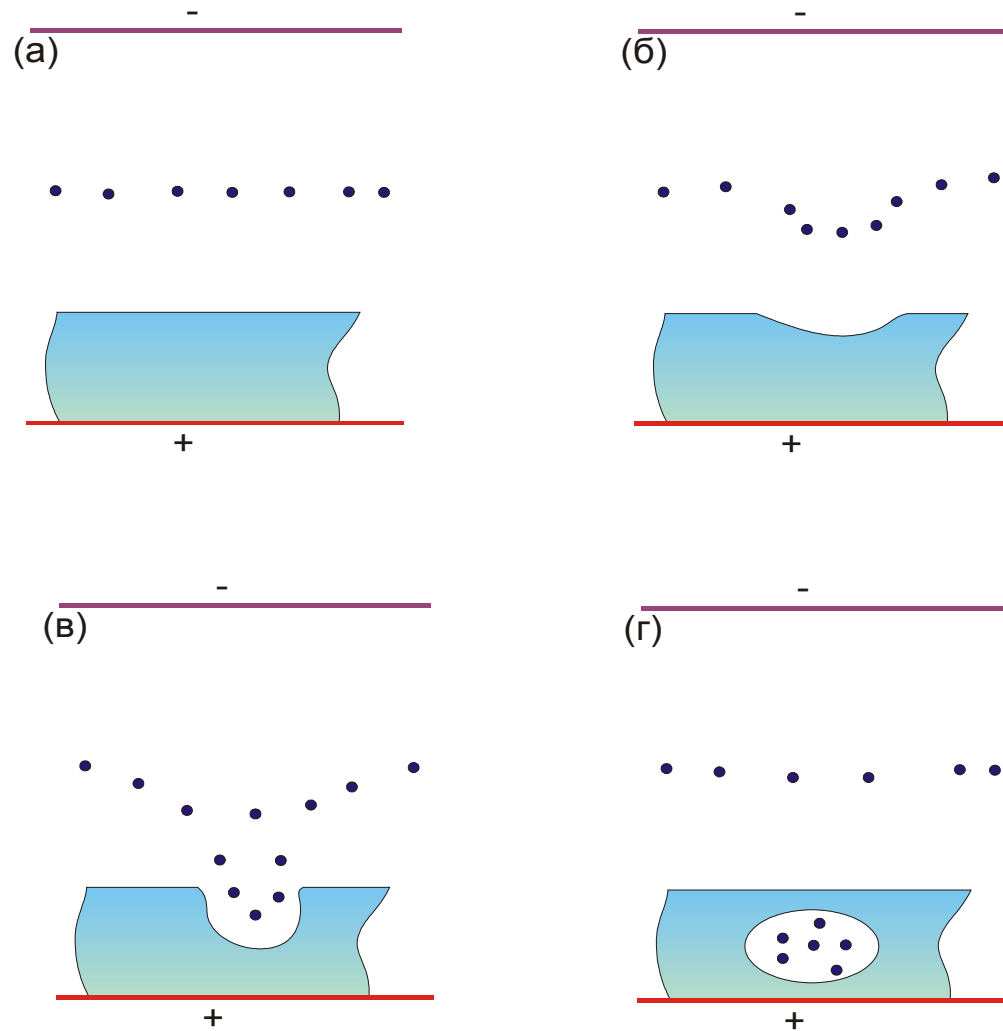


$$\Delta \omega_{mn} = \frac{1}{\hbar} (\Delta E_m - \Delta E_n) = -\frac{eE \langle z \rangle_1}{\hbar} (m^2 - n^2)$$

Зависимость производной поглощения (дополнительно приложено модулирующее поле слабой амплитуды) электронами над поверхностью гелия сигнала частоты 220ГГц от разности потенциалов между пластинами конденсатора. Уровень гелия расположен в середине зазора конденсатора 3.18 мм, температура T=1.2К.

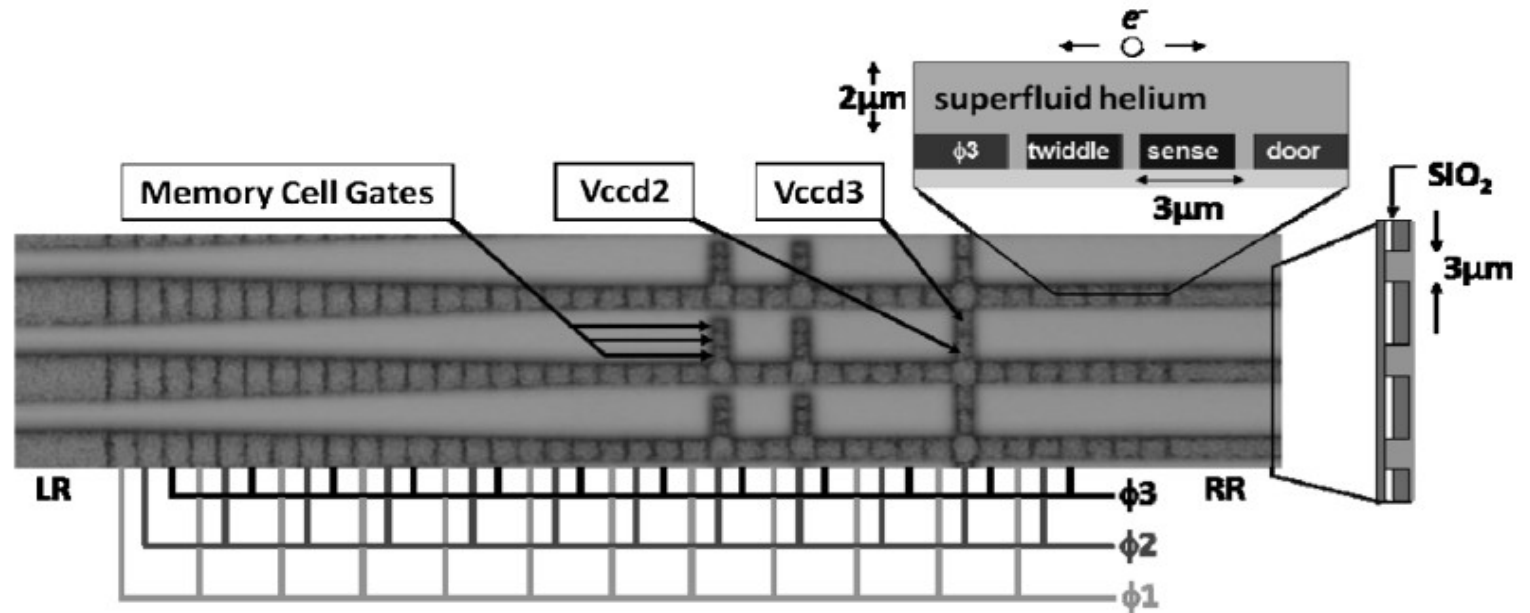
В.С.Эдельман, Левитирующие электроны, УФН, 130, 675 (1980)

# Неустойчивость электронов над гелием при больших плотностях.



Возникновение неустойчивости в электронном газе над поверхностью гелия, схематический рисунок. Для облегчения рассуждений дополнительно прикладывается прижимающий электрический потенциал. (а) невозмущённая поверхность, (б) возникновение возмущения на поверхности, (в) электроны собираются в углублении и ещё больше его развивают, (г) происходит прорыв пузырька с электронами внутрь гелия.

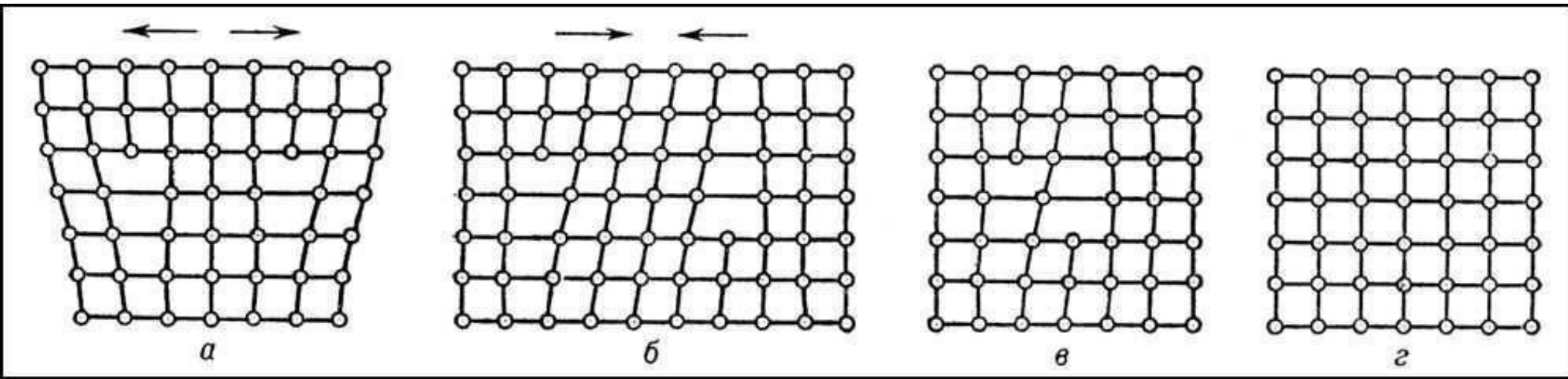
# Электронный газ над поверхностью криожидкости: возможность практического применения.



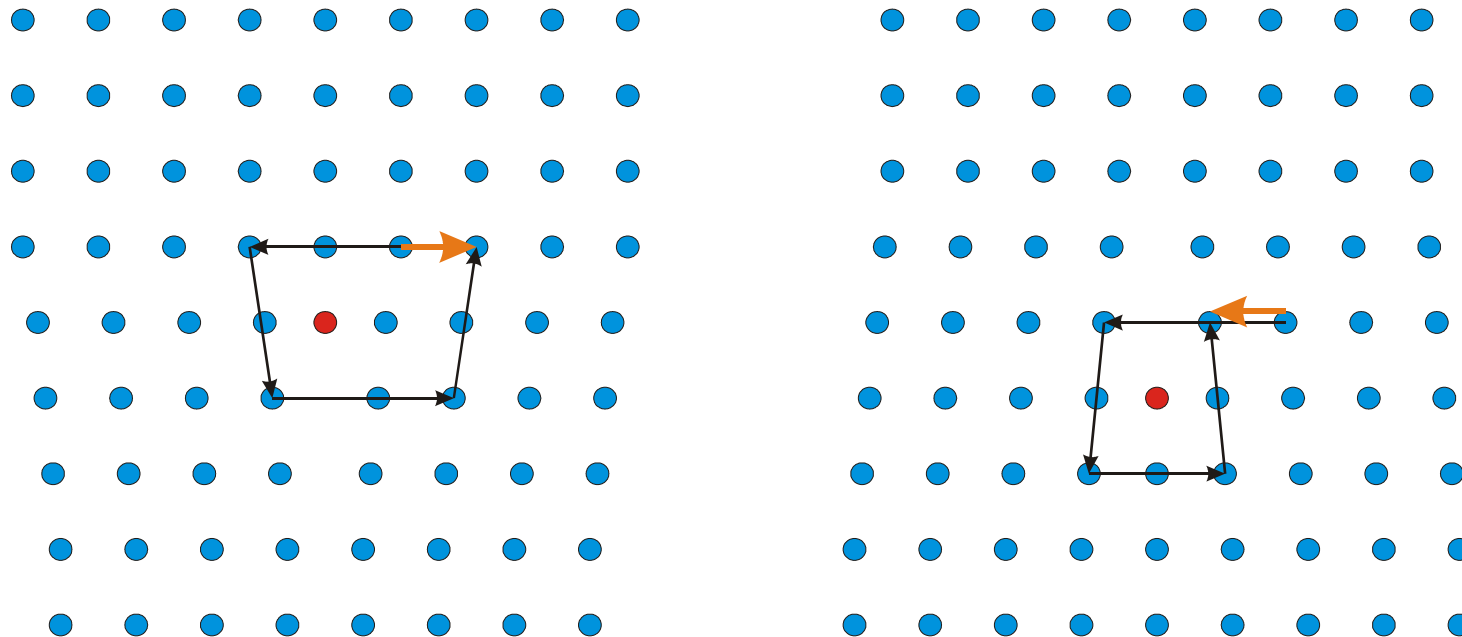
Фрагмент чипа, использованного для переноса электронов над поверхностью гелия.

F. R. Bradbury, Maika Takita, T. M. Gurrieri, K. J. Wilkel, Kevin Eng, M. S. Carroll, and S. A. Lyon, Efficient Clocked Electron Transfer on Superfluid Helium, Physical Review Letters, 107, 266803 (2011)

# Вигнеровский кристалл. Дислокации.



Пример отталкивающихся (а) и притягивающихся (б-г) дислокаций. С сайта <http://slovari.yandex.ru/~книги/БСЭ/Дислокации> (в кристаллах)



К определению вектора Бюргера для дислокаций разного типа.

Вигнеровский кристалл.

$$\frac{\Pi}{K} = \Gamma \quad (\sim 100-150)$$

высокотемпературный предел  $K \sim T$

$$\frac{e^2 \sqrt{n}}{T_c} \simeq \Gamma$$

низкотемпературный предел

$$\langle K \rangle = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{2m} \frac{1}{2} \hbar^2 n \propto n$$

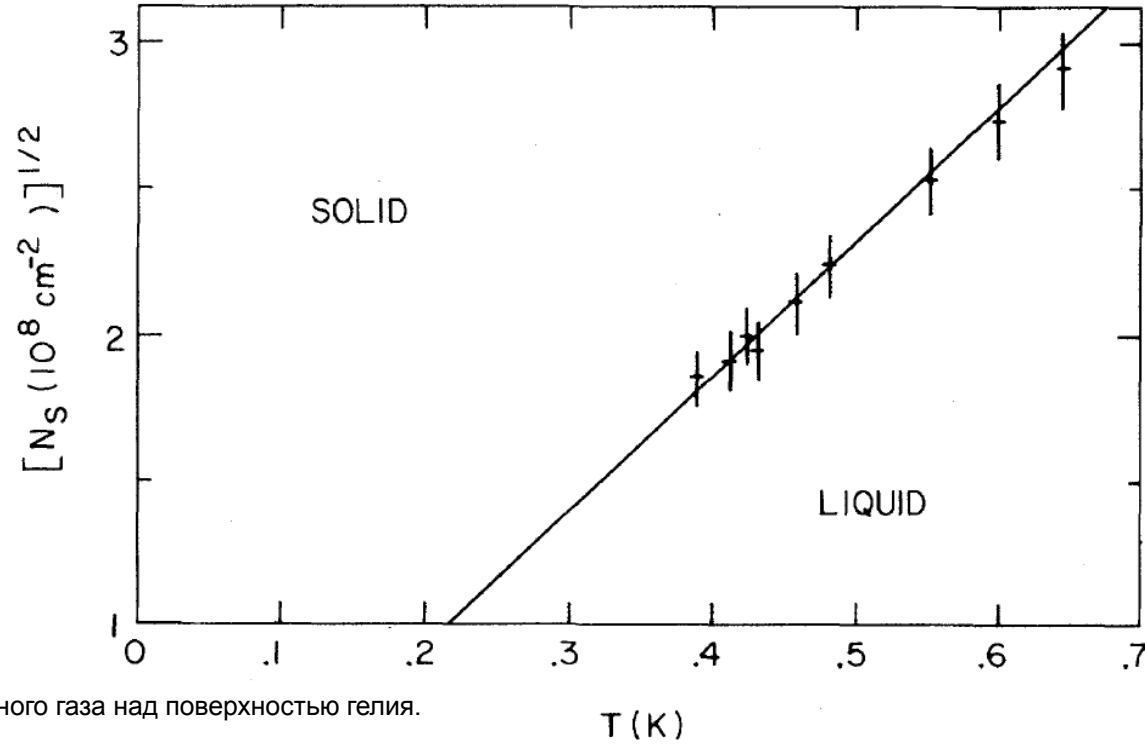
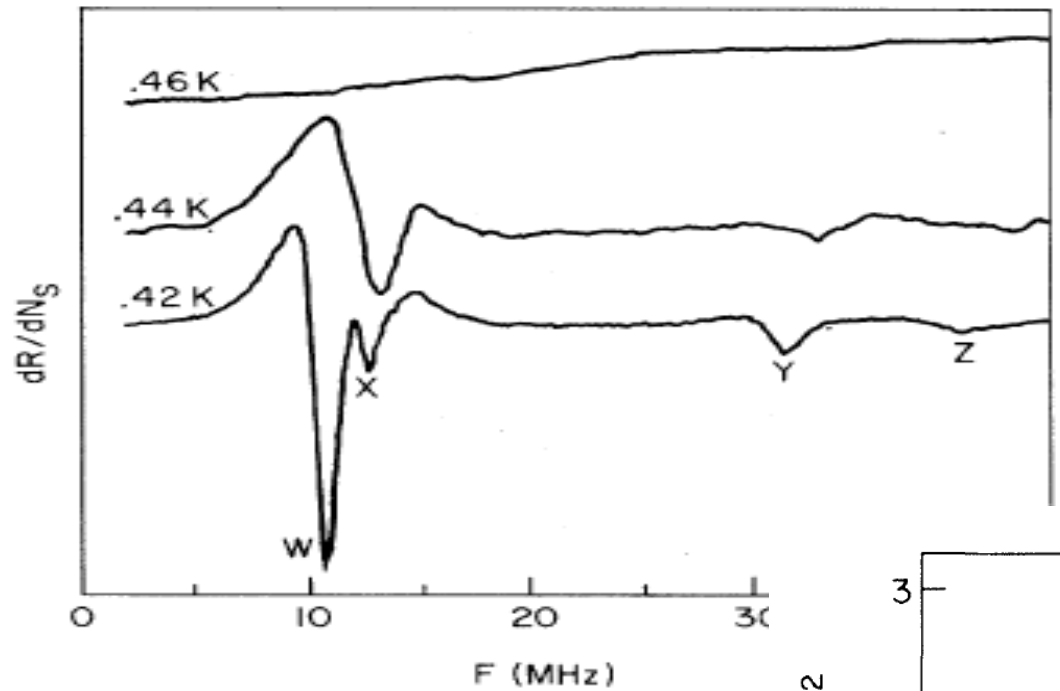
$$\frac{\text{const}}{\sqrt{n_c^3}} = \Gamma$$

«холодное плавление» с ростом концентрации!

# Вигнеровский кристалл: экспериментальное наблюдение.

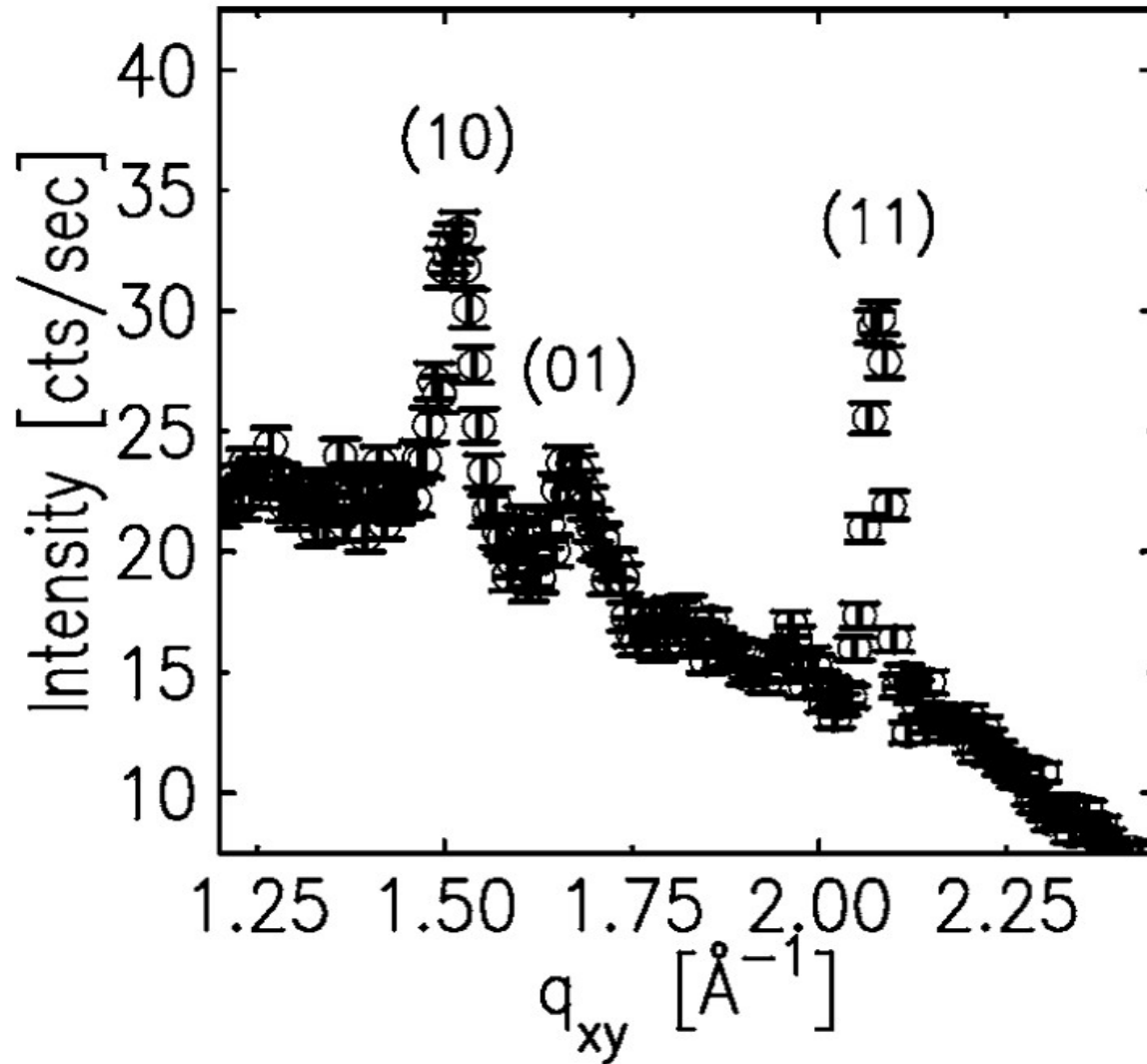
Экспериментальные записи линии, демонстрирующие возникновение плазмон-риплонных резонансов.

C.C.Grimes and G.Adams, Evidence for a Liquid-to-Crystal Phase Transition in a Classical Two-Dimensional Sheet of Electrons, Physical Review Letters, 42, 795 (1979)



Фазовая диаграмма для двумерного электронного газа над поверхностью гелия.

## Вигнеровский кристалл в классической физике.



На границе раздела между кремниевым гидрозолем и воздухом формируется слой, в котором компактно (на толщине порядка 2 нм) располагаются ионы  $\text{Na}^+$  (входящие в состав  $\text{NaOH}$ , используемого для стабилизации золя) с поверхностной концентрацией  $10^{15}$  1/см<sup>2</sup>.

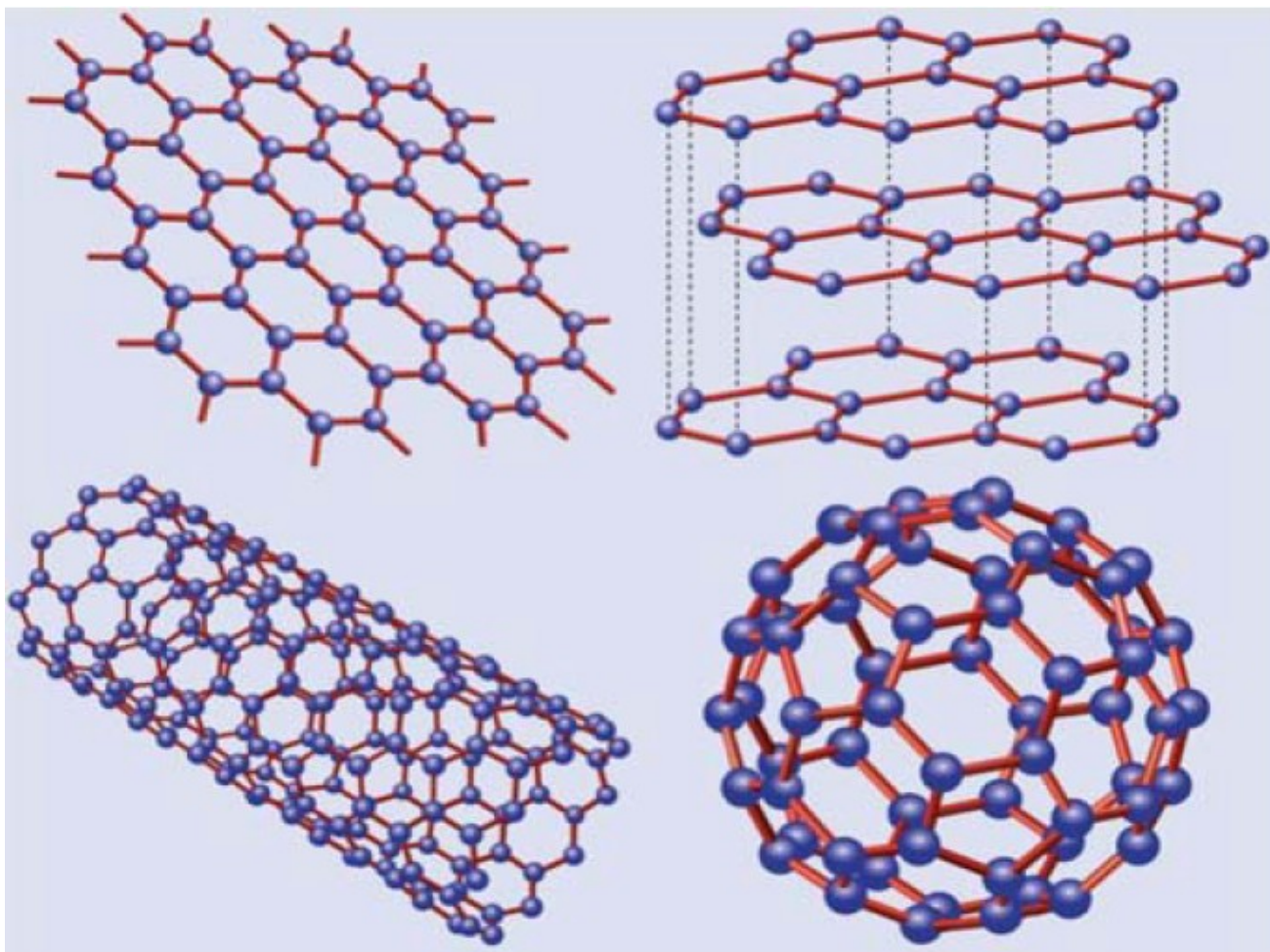
Для дифракционного эксперимента использовалось синхротронное рентгеновское излучение, при скользющем падении которого на поверхность в дифракции участвуют только поверхностные слои. Положение наблюдаемых пиков соответствует искажённой решётке с параметрами решётки 3.7 $\text{\AA}$  и 4.1 $\text{\AA}$  и углом между векторами 80°. Ширина пиков больше аппаратной, что соответствует конечной трансляционной корреляционной длине порядка 30 $\text{\AA}$ .

Дифракционные пики при скользющем падении на границу раздела гидрозоль-воздух.

A.M.Tikhonov, Wigner crystal of  $\text{Na}^+$  ions at the surface of a silica hydrosol, The Journal of Chemical Physics, 126, 171102 (2007)



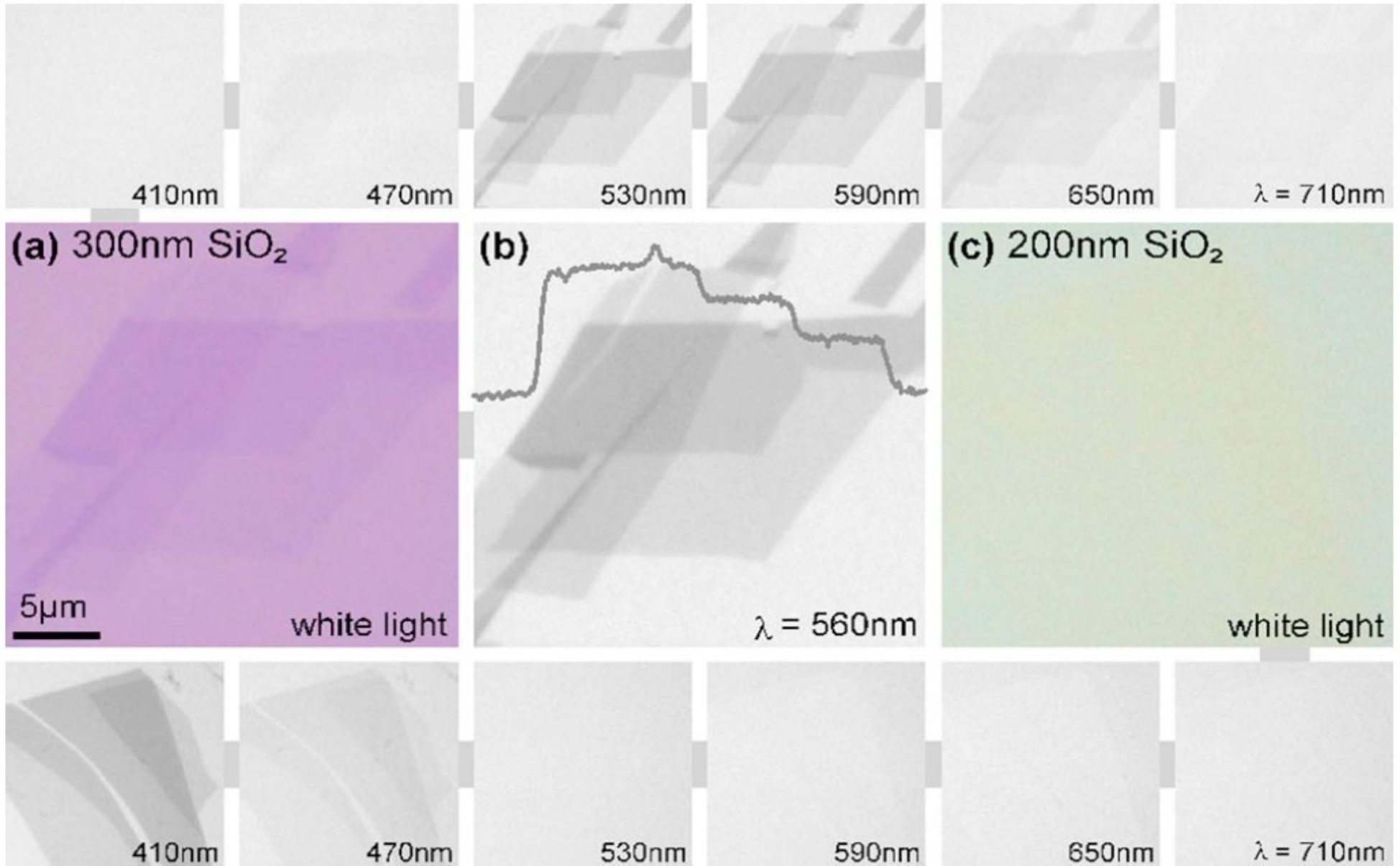
## Природные углеродные низкоразмерные системы.



Графен (слева сверху), графит (справа сверху), нанотрубка (слева внизу) и фуллерен (справа внизу).

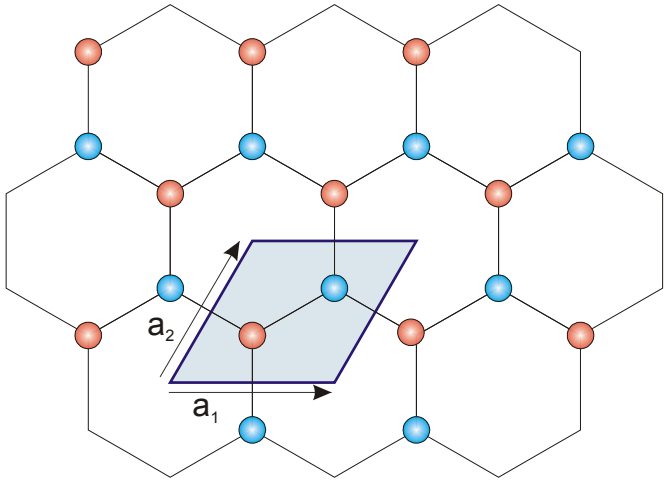
A.H.Castro Neto, F.Guinea, N.M.R.Peres, K.S.Novoselov and A.K.Geim, The electronics properties of graphene, Review of Modern Physics, 81, 109 (2009)

# Как увидеть моноатомный слой.....

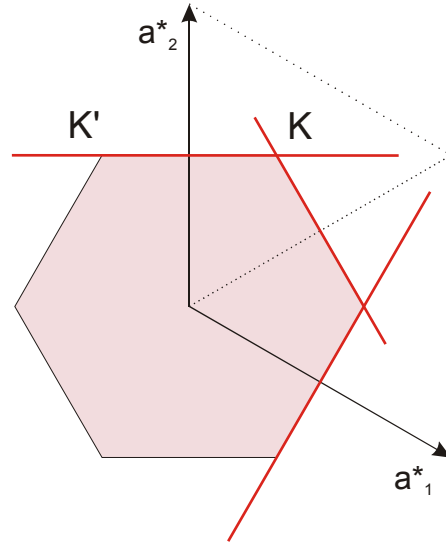
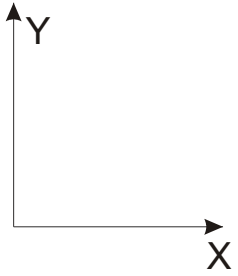


Средний ряд: (a) чешуйка графена с 1, 2 и 3 слоями на подложке толщиной 300 нм в белом свете, (b) та же чешуйка на длине волны 560 нм, обеспечивающей максимальный контраст, (c) другая чешуйка на подложке толщиной 200 нм в белом свете. Верхний ряд - чешуйка на подложке 300 нм при освещении светом разной длины волны, нижний ряд - чешуйка на подложке 200 нм при освещении светом с разной длиной волны.

# Графен: структура и зона Бриллюэна.

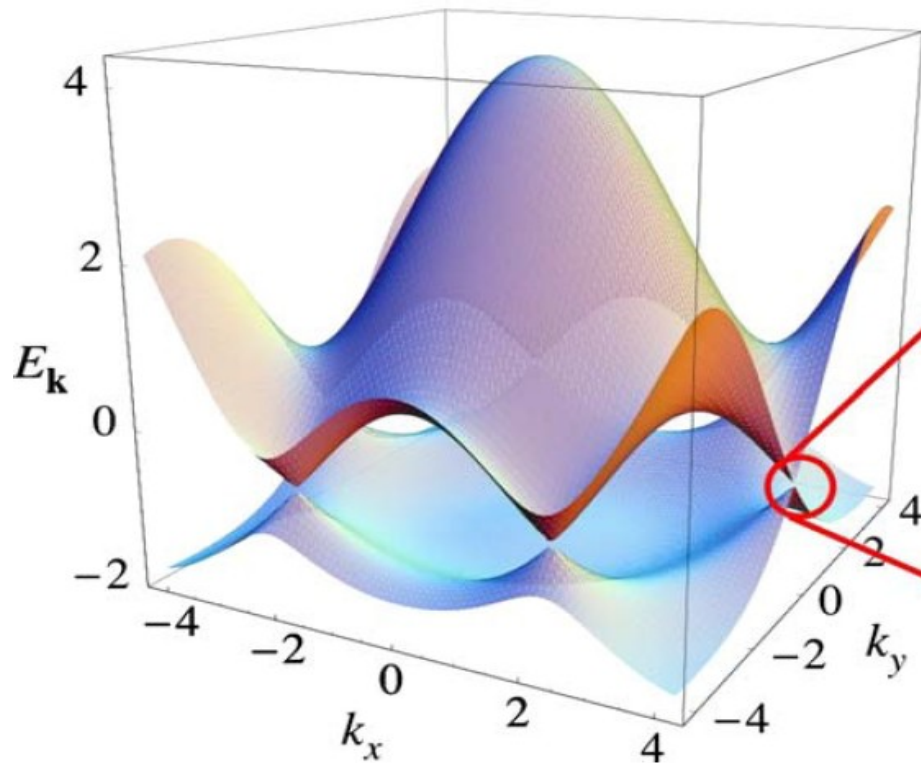


Элементарная ячейка и первая зона Бриллюэна для слоя графена. Показана используемая система координат и используемые в обсуждении точки границы зоны Бриллюэна K и K'.



# Графен: электронный спектр.

Спектр электронов в графене  
A.H.Castro Neto, F.Guinea, N.M.R.Peres,  
K.S.Novoselov and A.K.Geim, The electronics properties  
of graphene, Review of Modern Physics, 81, 109 (2009)



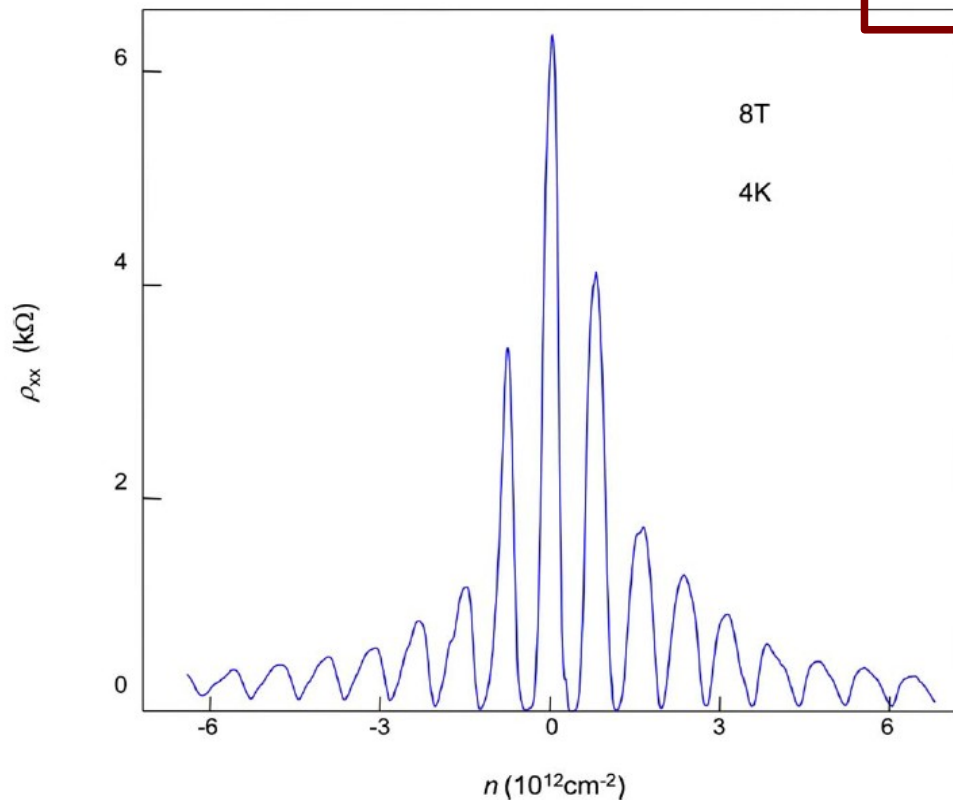
## Линейный спектр и уровни Ландау

$$E_N = \hbar \omega_c \left( N + \frac{1}{2} \right) \quad \text{в обычном ферми-газе}$$
$$\omega_c = \frac{eB}{m c}$$

$$E_{N, \pm} = \pm \omega_c \sqrt{N}$$

$$\omega_c = \sqrt{\frac{2eB}{c}} V_F$$

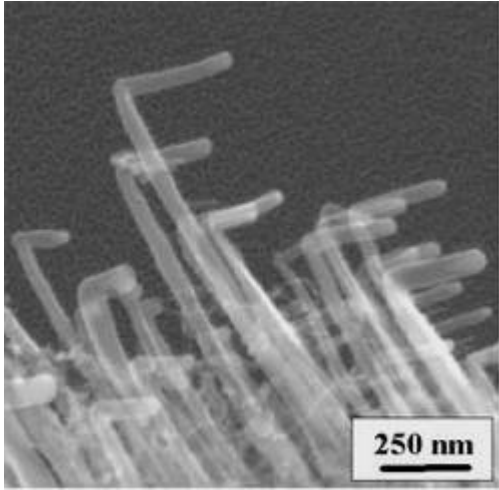
для линейного спектра



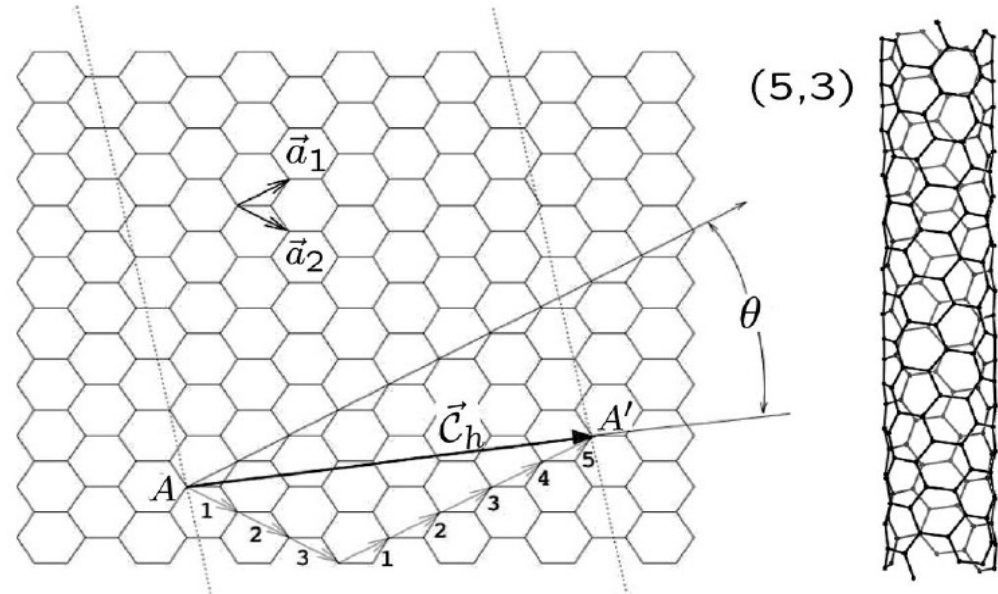
Осцилляции Шубникова-де Гааза в графене как функция концентрации носителей. В максимумах сопротивления уровни Ландау полностью заполнены.

A.H.Castro Neto, F.Guinea, N.M.R.Peres,  
K.S.Novoselov and A.K.Geim, The electronics properties  
of graphene, Review of Modern Physics, 81, 109 (2009)

# Нанотрубки.

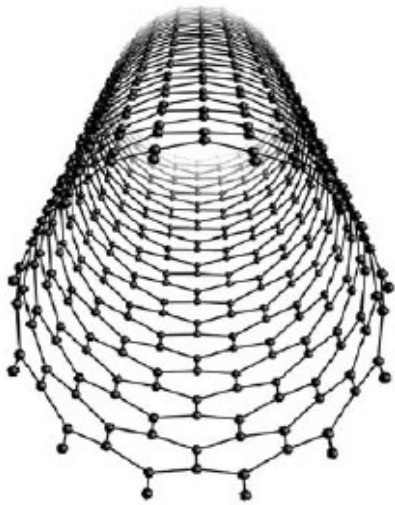


Одностеночные нанотрубки с искусственно созданным изломом. С сайта <http://phys.org/news3672.html>

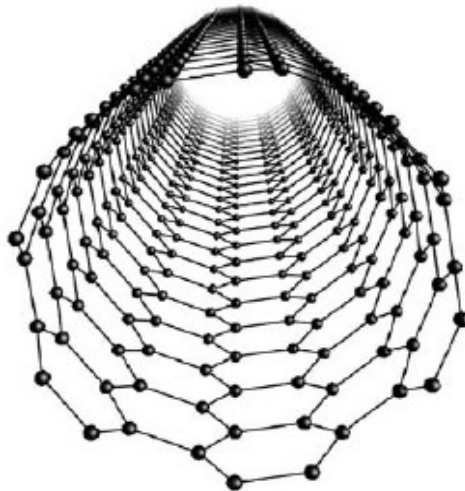


Определение вектора хиральности, описывающего сворачивание листа графена в трубку. Рисунок соответствует вектору (5,3).

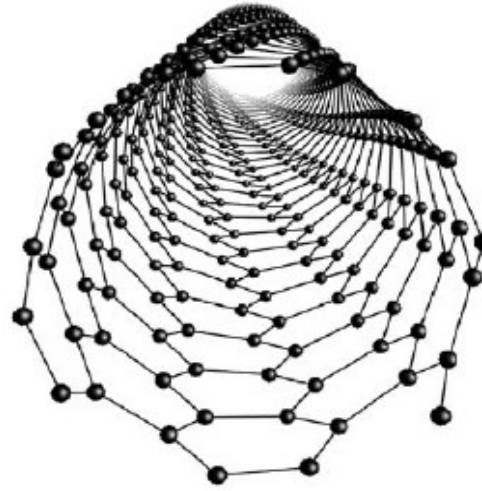
port properties of nanotubes, Review of



(12,0)



(6,6)



(6,4)

Нанотрубки с различными векторами хиральности: слева трубка «зигзаг»-типа, в центре так называемая «ручка кресла» (armchair), справа с вектором общего вида (6,4).

# Нанотрубки.

Screenshot of the CheapTubes.com website, a source for carbon nanotubes. The browser window shows the URL www.cheaptubes.com and the page title "cheap tubes.com the source for carbon nanotubes home page".

The website header includes the navigation menu: Nanotubes Home | Nanotubes FAQs | Policies | Contact | Sitemap |

## Cheaptubes.com

- Nanotubes Home
- Cheap Tubes Inc
- Information
- Nanotubes News and Events
- Contact Us
- Nanotubes Material Data
- Safety Sheet
- Price List

Product Categories:

- HDPlas Nanomaterials
- GraphenX Synthetic Graphene
- CVD Graphene Films
- SWNTs
- DWNTs
- MWNTs
- TWNTs
- Helical MWNTs
- Functionalized CNTs
- OH Functionalized CNTs
- COOH Functionalized CNTs
- NH2 Functionalized CNTs
- Short CNTs
- Short OH CNTs
- Short COOH CNTs
- Industrial Grade CNTs
- Carbon Nanotube Masterbatches
- MWNT Arrays
- Fullerenes
- Graphitized Nanotubes
- Graphene
- Graphene Coatings
- Single Layer Graphene

### Cheaptubes.com The Source for Carbon Nanotubes-CNTs

Cheaptubes.com is "The Source for High Quality, Low Cost Carbon Nanotubes-CNTs!" If you need Single Walled Carbon Nanotubes-SWNTs, Multi Walled Carbon Nanotubes-MWNTs, Industrial Grade Carbon Nanotubes-IGMWNTs, Short Carbon Nanotubes-Short CNTs, Highly Conductive Graphitized Carbon Nanotubes-GMWNTs, or OH / COOH Functionalized Carbon Nanotubes-CNTs, we have the products you need at the prices you want to pay.

## Cheaptubes.com Home Page

### Cheaptubes.com is The Source for Carbon Nanotubes & Graphene:

Please click the image or text to be taken to the product page.



**SWNTs**

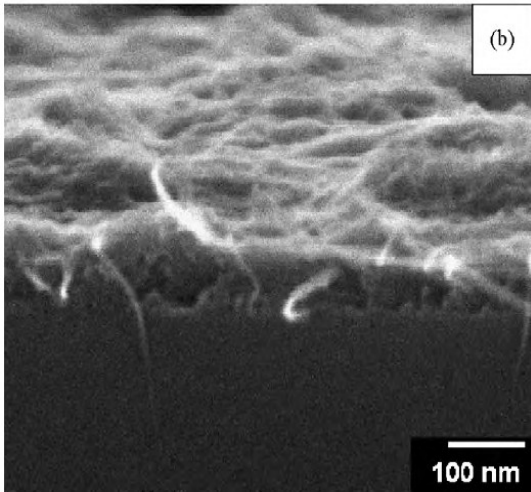
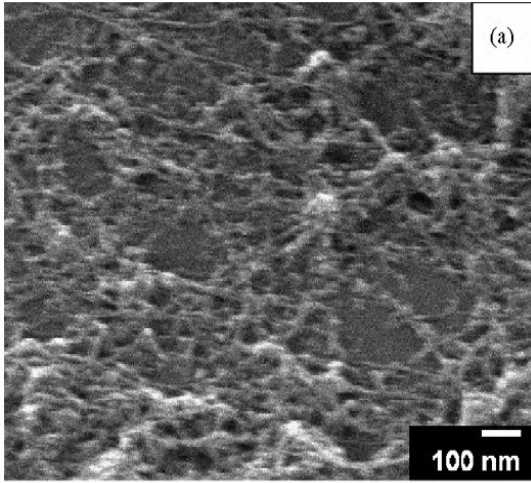


**MWNTs**

Windows taskbar: пуск, Pegasus Mail - [Folde..., low-dim.odt - OpenOf..., cheaptubes.com the ..., High-performance car..., 11:12

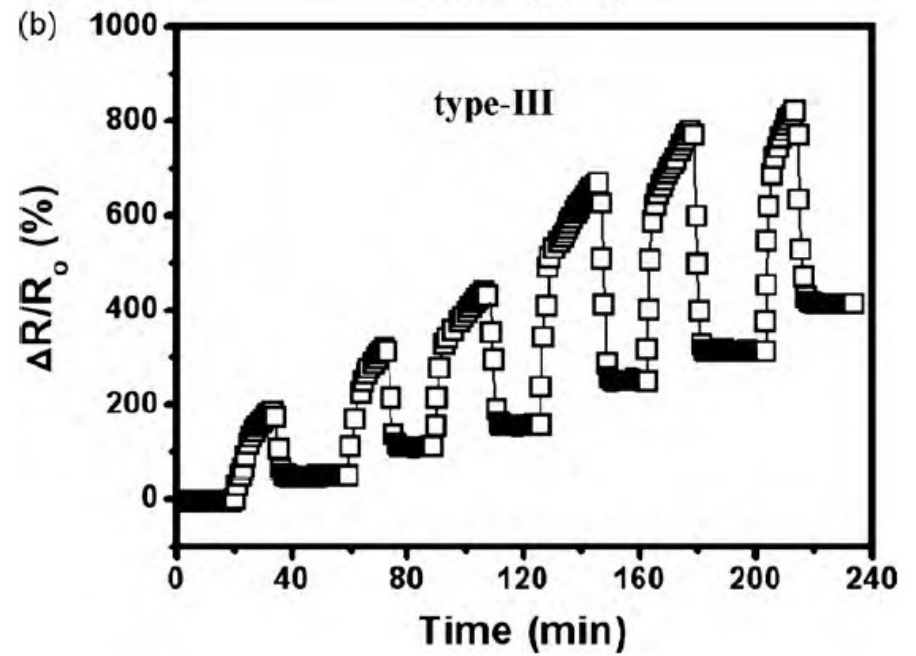
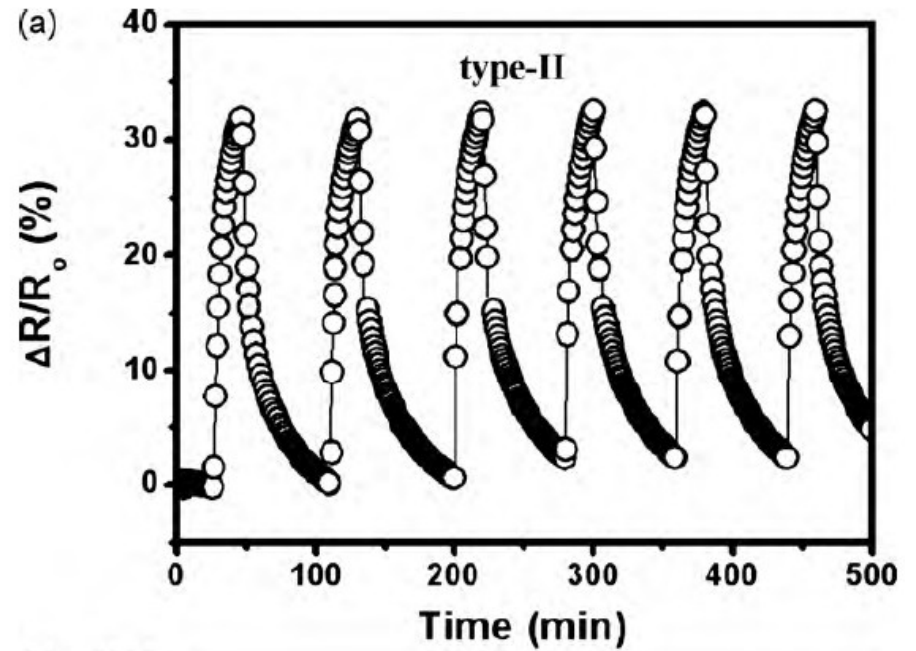
Скриншот сайта CheapTubes.com, предлагающего различные виды нанотрубок для промышленных и лабораторных целей.

# Применение нанотрубок в качестве сенсора газов



Вид сверху (a) и сечение (b) поверхности датчика на основе нанотрубок. Сканирующая электронная микроскопия

W.Li, N.D.Hoa, D.Kim, High performance carbon nanotube hydrogen sensor, Sensors and Actuators B: Chemical, 149, 184 (2010)



Циклический отклик датчиков разных конструкций на основе углеродных нанотрубок на подачу в камеру 4% атмосферы водорода