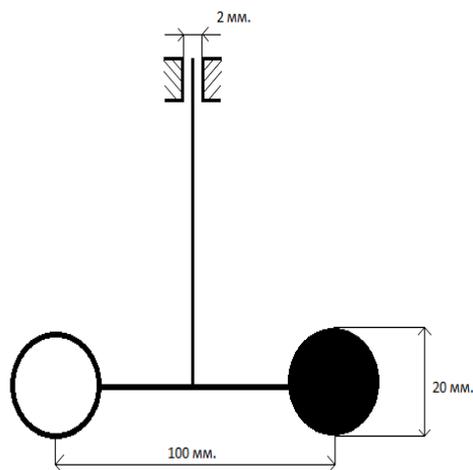


Задачи домашнего задания к лекции 2. Давление света и эффект Комптона.

Задача 1

В опыте Лебедева, демонстрирующем давление света, легкий стержень, соединяющий диски, один из которых зачернен, а другой посеребрен, был подвешен на тонкой стеклянной нити в вакууме. Конструкция освещалась обычным светом и наблюдалось закручивание нити. Однако, что будет, если вместо нити использовать жёсткую конструкцию, закрепленную в подшипнике сверху? Оцените максимально допустимую силу трения покоя в подшипнике, при которой ещё можно будет обнаружить давление света. Считать, что для освещения используется мощная лампа мощностью 1 кВт, помещенная в прожектор, формирующий луч диаметром 30 см, освещающий оба диска.



Решение:

Сила давления света $F = \frac{W}{c}$ для поглощающей поверхности и в 2 раза больше для зеркальной. Здесь $W = W_0 \left(\frac{d}{D}\right)^2 = 1000 \times \left(\frac{2}{30}\right)^2 = 4.4 \text{ Вт}$ это попадающая на диски мощность.

Полный момент сил, действующих от светового давления равен произведению силы на плечо и равен $T = \frac{4.4 \text{ Вт} \times 0.05 \text{ м}}{3 \times 10^8 \text{ м/с}} = 7 \cdot 10^{-10} \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Этот момент сил должен скомпенсироваться моментом сил трения. Откуда для радиуса микроподшипника 1 мм максимальная сила трения в нём равна $F_{\text{max}} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ Н} = 0.7 \text{ мкН}$.

Ответ: максимально допустимая в таком опыте сила трения равна 0.7 мкН.

Задача 2

Навстречу пучку электронов, разогнанных в электронно-лучевой трубке до кинетической энергии в 5 кэВ, светят красной лазерной указкой (длина волны 655 нм). Чему равна длина волны света, рассеянного пучком в обратном направлении?

Решение:

Запишем законы сохранения энергии и импульса. В данном случае задача одномерная, поэтому на закон сохранения импульса записываем одно уравнение.

$$\frac{1}{2} m_e V_1^2 + h\nu = \frac{1}{2} m_e V_2^2 + h\nu'$$

$$\frac{h\nu}{c} - m_e V_1 = m_e V_2 + \frac{h\nu'}{c}$$

Здесь m_e - масса электрона; ν, ν' - частота света до и после рассеяния соответственно; V_1, V_2 - скорость электрона до и после рассеяния соответственно.

Из второго уравнения выразим скорость электрона после рассеяния $V_2 = \frac{h}{m_e c} (\nu + \nu') - V_1$

подставим в первое уравнение:

$$\frac{1}{2} m_e V_1^2 + h\nu = \frac{1}{2 m_e c^2} (h(\nu + \nu') - m_e c V_1)^2 + h\nu'$$

Далее возводим в квадрат, приводим подобные, сокращаем на h . В итоге приходим к следующему выражению.

$$\nu - \nu' = \left(\frac{h(\nu + \nu')}{2 m_e c^2} - \frac{V_1}{c} \right) (\nu + \nu')$$

Однако, $h\nu = 1,9 \text{ эВ}$, а масса электрона, как известно, около $0,5 \text{ МэВ}$. Поэтому членом $\frac{h(\nu + \nu')}{2 m_e c^2}$ можно пренебречь. Тогда, получим ответ для нерелятивистского обратного эффекта Комптона в нашем случае:

$$\frac{\nu - \nu'}{\nu} = 2 \frac{V}{c}$$

В итоге, ответ к задаче выглядит так:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{1 + 2 \sqrt{\frac{2K}{m_e c^2}}} = 511 \text{ нм} \quad (\text{Здесь } K \text{ - кинетическая энергия электрона, равная } 5 \text{ кэВ}).$$

Ответ: свет рассеянный назад будет иметь длину волны 511 нм, то есть сместится из красного в зелёную часть спектра.

Комментарий: при внимательном решении можно заметить, что в полученный ответ не вошла постоянная Планка, а ведь эффект Комптона квантовый! Это связано с тем, что помимо эффекта комптона есть ещё и классическое рассеяние света без изменения частоты, к которому, однако, здесь нужно применить ещё эффект Доплера. Формально это похоже на упругое столкновения теннисного мяча с движущейся ракеткой, при котором мяч разгоняется, то есть увеличивает энергию. Такой результат является недосмотром авторов при подборе параметров задачи. Квантовое комптоновское рассеяние проявляется при релятивистских энергиях пучка частиц, анализ этой задачи более сложен.