Задачи домашнего задания к лекции 3. Излучение абсолютно чёрного тела

Задача 1

Известно, что мощность солнечного излучения при входе в атмосферу Земли составляет примерно 1400 Вт/м^2. Из эйнштейновской эквивалентности массы и энергии, оцените скорость уменьшения массы (“худения”) Солнца. Расстояние от Солнца до Земли принять равным 150 млн. км.

Решение:

Суммарный поток энергии от Солнца составляет: $P=p\times 4\pi R^2$, где R — радиус земной орбиты, $p=1400\, Вт/м^2$.

Тогда поток массы в единицу времени составляет:

$$\frac{dm}{dt}=\frac{P}{c^2}=\frac{4\pi p R^2}{c^2}=4{,}3*10^9\, кг/с=4{,}3\, млн.тонн/с$$

Ответ: каждую секунду Солнце теряет около 4 млн.тонн массы за счёт излучения.

Комментарий: масса Солнца равна $2\cdot 10^{30}\, кг=2\cdot 10^{21}\, млн.тонн$

Задача 2

Шар с зачерненной поверхностью находится в космическом пространстве на некотором расстоянии r от Солнца. Найти равновесную температуру шара, если он находится от Солнца на расстояниях, равных радиусам орбит Венеры, Земли, Марса и Юпитера, равных (в млн. км) $r_в=108$, $r_з=150$, $r_м=228$, $r_ю=780$. Солнце считать источником равновесного теплового излучения с температурой $T_C=6000$ К и радиусом $R_C=7100$ км . Считать, что вся поверхность шара имеет одинаковую температуру.

Сравнить полученные величины со средними температурами освещенной части поверхностей планет Венеры, Земли, Марса и Юпитера: $T_В=735\,К$, $T_З=275\,К$, $T_М=235\,К$, $T_Ю=135\,К$. Чем можно объяснить большое расхождение рассчитанной таким образом и полученной в измерениях температуры поверхности Венеры?

Решение:

Итак, полная мощность, излучаемая Солнцем $P_C=\sigma T_C^4\cdot S_{пов}=\sigma T_C^4\cdot 4\pi R_C^2$.

Тогда на расстоянии r на единицу площади приходится мощность

$$\sigma T_C^4\frac{4\pi R_C^2}{4\pi r^2}=\sigma T_C^4\frac{R_C^2}{r^2}\ .$$

Перекрываемая шаром (планетой) площадь равна $\pi R_П^2$ (а не $2\pi R_П^2$!) .

Тогда можно написать равенство падающей на шар мощности и излучаемой шаром мощности:

$$\sigma T_C^4\cdot\frac{R_C^2}{r^2}\cdot\pi R_П^2=\sigma T_П^4\cdot 4\pi R_П^2\ .$$

Далее, после несложных преобразований получаем ответ: $T_П=T_C\sqrt{\frac{R_C}{2r^2}}$.

Тогда для температур планет получаем: $T_В=342\,К$, $T_З=290\,К$, $T_М=235\,К$, $T_Ю=127\,К$.

Существенный перегрев по сравнению с расчетом в случае Венеры связан с парниковым эффектом (из за большого количества CO_2) - ее атмосфера пропускает излучение с длиной волны около 480 нм (6000 К), но не пропускает излучение с длиной волны около 10 мкм (300 К).