

Решения задач к лекции №9

Задача 1.

Вычислите разницу энергий ионизации атомов водорода и дейтерия

Решение

Энергия ионизации атома водорода (любого изотопа) равна работе, необходимой для переноса электрона с уровня с $n=1$ в состояние с энергией равной нулю. То есть, эта энергия равна постоянной Ридберга. В реальном атоме в эффективную постоянную

Ридберга входит не масса электрона, а его приведённая масса $\mu = \frac{mM}{m+M}$.

Тогда для водорода:

$$E_H = \frac{m m_p / (m + m_p)}{m} R_y = \frac{1}{1 + m/m_p} R_y \approx \left(1 - \frac{m}{m_p}\right) R_y,$$

для дейтерия

$$E_D \approx \left(1 - \frac{m}{2m_p}\right) R_y,$$

а их различие

$$\Delta E \approx \frac{m}{2m_p} R_y \approx \frac{1}{4000} R_y \approx 3 \text{ мэВ}$$

Задача 2. Амплитуда нулевых колебаний

В угарном газе CO из-за возбуждения колебаний молекул наблюдается пик поглощения инфракрасного излучения на длине волны $\lambda = 4,61$ мкм. Определите амплитуду A_0 нулевых колебаний молекулы CO.

Решение

Из условия имеем, что собственная частота колебаний молекулы: $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Тогда энергия

нулевых колебаний: $E_0 = \frac{h\nu}{2} = \frac{kA_0^2}{2}$.

Жесткость молекулы найдём из формулы для периода колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 4\pi^2 m \nu^2 = \frac{4\pi^2 c^2 m}{\lambda^2}.$$

Так как мы рассматриваем систему двух тел, то массу нужно использовать приведенную:

$$\mu = \frac{M_C M_O}{M_C + M_O} = 6,9 \text{ а.е.м.} = 1,1 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Тогда жёсткость: $k = 1845 \text{ Н/м}$ (примерно как у пружинки школьного динамометра!), а

амплитуда нулевых колебаний: $A_0 = \sqrt{\frac{hc}{k\lambda}} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 0,05 \text{ \AA}$