

Национальный исследовательский университет
Высшая Школа Экономики

курс-майнор 2017-2018 уч.года
«Квантовая физика 'для чайников'»

В.Н.Глазков

Лекция 10

Макроскопические квантовые явления I:
Электроны в металле и сверхпроводнике, сверхтекучесть.

Оглавление

Задачи лекции.....	4
Ферми-газ: от нормальных металлов до звёзд.....	4
Ферми-газ в металле.....	4
Ферми-сфера и фотоэффект.....	6
Теплоёмкость ферми-газа.....	7
Примеры измерения теплоёмкости ферми-систем.....	8
Нормальный металл.....	8
Жидкий ^3He	9
Давление ферми-газа.....	11
Сверхтекучесть и сверхпроводимость.....	13
Фазовая диаграмма гелия-4 и λ -точка. Экспериментальные факты.....	17
Сверхпроводники: основные экспериментальные факты.....	22
Туннелирование куперовских пар через «слабую связь».....	25

Список литературы

- 1: Ч.Киттель, Введение в физику твёрдого тела,
- 2: Stefan Hüfner, Photoelectron Spectroscopy: Principles and Applications, 1995
- 3: P.Heimann, H.Neddermeyer, Temperature effects on ultraviolet photoemission from gold, Solid State Communications, 26, 279 (1978)
- 4: F.Pobell, Matter and Methods at Low Tempertaures, 2007
- 5: N.Bernardes and D.F.Brewer, Liquid and Solid ^3He , Review of Modern Physics, 34, 190 (1962)
- 6: John E. Rives and Horst Meyer, Density of Liquid Helium-3 Between 0.045 and 1.3°K, Physical Review Letters, 7, 217 (1961)
- 7: D.S.Greywall, Specific heat of normal liquid ^3He , Physical Review B, 27, 2747 (1983)
- 8: superconductors.org, , , www.superconductors.org
- 9: Википедия, , , <http://en.wikipedia.org/wiki/Superconductor>
- 10: CERN, LHC Machine Outreach: Super conducting cable, 2015, <http://lhc-machine-outreach.web.cern.ch/lhc-machine-outreach/components/cable.htm>
- 11: Sebastien Balibar, Looking Back at Superfluid Helium, Seminaire Poincare, 1 (2003) (arXiv:0303561) (2003)
- 12: Alfred Leitner, Alfred Leitner's Old Physics Stories, 1963, <http://alfredleitner.com/>
- 13: Андроникашвили Э.Л., Непосредственное наблюдение двух видов движения в гелии II., ЖЭТФ, 16, 780 (1946)
- 14: Андроникашвили Э.Л., Температурная зависимость нормальной плотности гелия-II, ЖЭТФ, 18, 424 (1948)
- 15: В.В. Шмидт , Введение в физику сверхпроводников, 2000
- 16: wikipedia.org, Josephson effect, 2016, http://en.wikipedia.org/wiki/Josephson_effect

Задачи лекции

Цель данной лекции — показать ряд примеров, в которых квантовые свойства оказываются определяющими для различных физических систем. Эти примеры показывают, что проявления квантовых свойств весьма разнообразны и наш мир действительно живёт по кажущимся иногда необычным (и даже «странным») законам квантовой механики. Однако здесь необходимо ещё раз напомнить, что эта кажущаяся «странность» является следствием того, что наш жизненный опыт формируется в основном классическими (не квантовыми) явлениями.

Ферми-газ: от нормальных металлов до звёзд

Ферми-газ в металле.

В качестве первого примера рассмотрим как устроено состояние электронов в металле — в обычном проводнике при комнатной температуре, каковые постоянно окружают нас в современном мире. Нам знакомо из классической теории электричества представление о проводнике, как о материале в котором электроны оказываются не связанными с ионами. Такие электроны называют делокализованными или свободными. Если пренебречь взаимодействием электронов¹, то такие классические электроны образуют внутри металла одноатомный идеальный газ.

Однако такой классический подход заведомо не верен. Во-первых, такой «одноатомный идеальный газ» свободных электронов должен давать дополнительно вклад в теплоёмкость $\frac{3}{2}R$ (помимо вклада от колебаний решётки равного при высоких температурах $3R$), что привело бы к заметному нарушению закона Дюлонга и Пти (а закон Дюлонга и Пти выполняется при комнатной температуре для типичных металлов, таких как медь). Во-вторых, при понижении температуры такие классические электроны должны все оказаться в одном и том же состоянии с минимальной энергией, что противоречит принципу Паули (напомним, что, являясь ферми-частицами, два электрона не могут занимать одно квантовомеханическое состояние).

Чтобы понять, как устроены состояния электронов в металле проделаем такой мысленный эксперимент: положим температуру равной $T=0\text{ K}$ и удалим все свободные электроны из металла. После этого начнём добавлять их по одному к оставшемуся ионному остову. Взаимодействие электронов друг с другом учитывать не будем. Первый электрон займёт самое выгодное по энергии состояние. Второй электрон сможет занять то же состояние, но с противоположным спином (аналогично заполнению $1s$ орбитали). Следующий электрон займёт следующее состояние, уже с энергией выше минимальной. И так далее, будем продолжать этот процесс пока не все электроны не вернутся в металл.

В атоме состояние электрона характеризовалось некоторым набором квантовых чисел. Как охарактеризовать состояние электрона в металле? Будем рассматривать объем металла

¹ Возможность пренебречь взаимодействием электронов связана с тем, что положительно заряженный ионный остов точно компенсирует заряд всех электронов и, как говорят, экранирует электроны. Точное доказательство выходит за рамки курса, но может быть найдено в многочисленных учебниках, например [1].

достаточно большой, чтобы считать электрон движущимся далеко от границ. Движение частицы можно охарактеризовать её импульсом \vec{p} . Соответственно, и энергия электрона зависит только от его импульса (взаимодействием электронов мы пренебрегли) $E(\vec{p}) = \frac{p^2}{2m}$, причём энергия зависит только от модуля импульса, а не от его направления. При этом по принципу неопределённости Гейзенберга частица с точно определённым импульсом совершенно делокализована.

Пусть L_x характерный размер нашего объёма металла в направлении X . Неопределённость X -координаты электрона, находящегося где-то *внутри* металла, очевидно равна L_x . По соотношению неопределённости с этим связана неопределённость импульса $\Delta p_x L_x \simeq \hbar$. Аналогичное равенство можно записать и для неопределённости других компонент импульса. Отметим, что состояния с импульсами отличающимися меньше чем на $\Delta p_{x,y,z}$ в принципе невозможно различить, а значит эти состояния должны трактоваться как одно состояние с точки зрения запрета Паули. Объединяя соотношения неопределённости, записанные для всех трёх компонент, получаем, что на одно состояние приходится в «пространстве импульсов» (в координатах p_x, p_y, p_z) элемент пространства величиной $\Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z \simeq \frac{\hbar^3}{L_x L_y L_z} = \frac{\hbar^3}{V}$ (здесь V — объём нашего металла)².

Теперь нам надо распределить N электронов по состояниям с тем, чтобы полная энергия была минимальна. По приведённому алгоритму размещения, занятые состояния электронов будут иметь форму шара в пространстве импульсов (трёхмерном пространстве, в котором по осям откладываются соответствующие проекции импульсов). Радиус этого шара называется импульсом Ферми p_F , а энергия соответствующая поверхности шара (поверхности Ферми) — энергией Ферми E_F . Для импульса Ферми можно написать:

$$2 \frac{4\pi}{3} p_F^3 = N \frac{\hbar^3}{V} = n \hbar^3,$$

здесь n — концентрация электронов, множитель «2» в левой части выражает наличие у электрона двух состояний с разной проекцией спина. Равенство связывает объём сферы радиуса p_F в пространстве импульсов с N объёмами приходящимися на одно состояние.

$$\text{Отсюда } p_F = \hbar \sqrt[3]{\frac{3n}{8\pi}} = \hbar (3\pi^2 n)^{1/3}, \text{ а энергия Ферми } E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}.$$

Оценим величину энергии Ферми для типичного металла с кубической решеткой с периодом $a = 2\text{Å}$, в котором каждый атом отдаёт один электрон в газ свободных электронов. Тогда концентрация электронов $n \approx 10^{29} \text{м}^{-3}$. Подставляя значения фундаментальных констант получаем, что типичная энергия Ферми соответствует температуре

$$T_F = \frac{E_F}{k} = \frac{10^{-68} \cdot 2 \cdot 10^{20}}{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}} \sim 0.08 \cdot 10^6 = 80000 \text{ (K)}.$$

В реальных металлах масштаб энергии Ферми составляет несколько электрон-вольт (данные таблицы ниже взяты из книги [1])

2 Отметим, что наши рассуждения здесь не строгие, однако полученный ответ оказывается совпадающим с точным ответом.

Валентность	Металл	Концентрация электронов n , $м^{-3}$	Скорость Ферми, V_F , $м/с$	Энергия Ферми, E_F , $эВ$	Температура Ферми, $T_F = E_F/k_B$, $К$
1	Li	$4.7 \cdot 10^{28}$	$1.29 \cdot 10^6$	4.72	54800
	Na	$2.65 \cdot 10^{28}$	$1.07 \cdot 10^6$	3.23	37500
	K	$1.4 \cdot 10^{28}$	$0.86 \cdot 10^6$	2.12	24600
	Ag	$5.85 \cdot 10^{28}$	$1.39 \cdot 10^6$	5.48	63600
	Au	$5.90 \cdot 10^{28}$	$1.39 \cdot 10^6$	5.51	63900
	Cu	$8.45 \cdot 10^{28}$	$1.57 \cdot 10^6$	7.00	81200
2	Zn	$13.10 \cdot 10^{28}$	$1.82 \cdot 10^6$	9.39	109000
3	Al	$18.06 \cdot 10^{28}$	$2.02 \cdot 10^6$	11.63	134900
4	Pb	$13.20 \cdot 10^{28}$	$1.82 \cdot 10^6$	9.37	108700

Ферми-сфера и фотоэффект

Представление о ферми-сфере может быть непосредственно проверено на примере уже знакомого нам фотоэффекта. Работа выхода при фотоэффекте имеет смысл минимальной работы по переносу электрона из металла в вакуум. Теперь мы понимаем, что в металле существуют электроны с разными энергиями: в модели свободных электронов (хорошо работающей для «хороших» металлов, таких как медь, золото) их кинетическая энергия должна меняться от нуля до энергии ферми. Это распределение электронов по энергии проявляется, например, при фотоэффекте: энергии фотоэлектронов распределены между некоторыми минимальным и максимальным значением [2] (рисунок 1).

Например, известны опыты [3], когда при облучении золотого фотокатода квантами с энергией 16.9эВ наблюдались фотоэлектроны с энергиями от 7.1 до 11.6 эВ. Максимальная энергия фотоэлектронов соответствует фотоэмиссии с поверхности Ферми, так что работа выхода равна $A_{вых} = (16.9 - 11.6) \text{эВ} = 5.3 \text{эВ}$ (табличное значение 5.1 эВ). Фотоэлектроны с минимальной энергией появляются при фотоэмиссии электронов с минимальной кинетической энергией. Таким образом, энергия Ферми равна разности энергий фотоэлектронов $\epsilon_F = 4.5 \text{эВ}$.

Для проверки согласия этой модели с реальностью можно, например, оценить концентрацию электронов в модели свободных электронов. Эта модель хорошо работает для хороших металлов (золото, медь, серебро):

$$k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n}$$

$$\epsilon_F = \hbar^2 \frac{k_F^2}{2m}$$

$$n = \frac{1}{3\pi^2} \frac{(2m\epsilon_F)^{3/2}}{\hbar^3}$$

Подстановка чисел даёт $n = 4.4 \cdot 10^{22} \text{1/см}^3$ (табличное значение $6 \cdot 10^{22} \text{1/см}^3$)

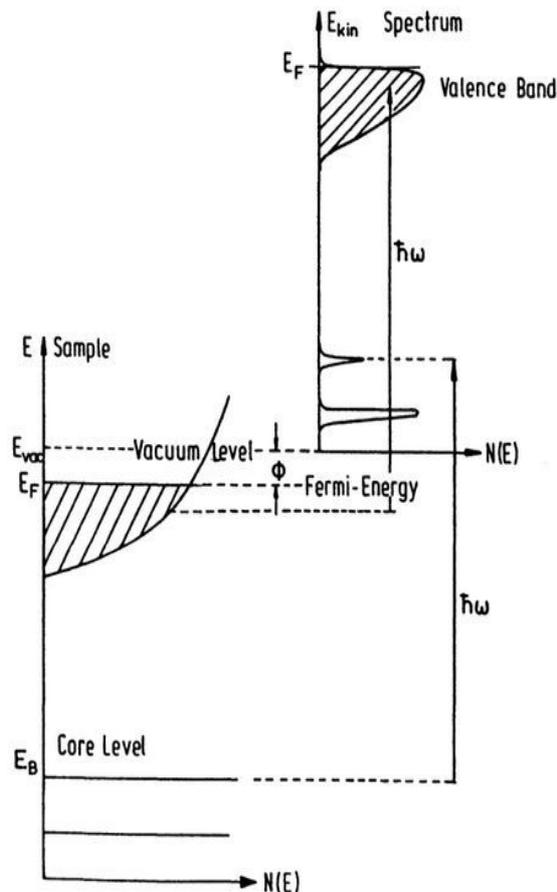


Рисунок 1 Схема спектра электронов в металле и связь спектра электронов в металле с энергетическим спектром фотоэлектронов. Из книги [2].

Теплоёмкость ферми-газа

Понятие энергии Ферми или поверхности Ферми (поверхность шара в пространстве импульсов, ограничивающего занимаемые электронами состояния при $T=0$) не является математической абстракцией. Для многих физических процессов важны только электроны вблизи поверхности Ферми. Эти электроны обладают одним важным свойством: их энергию можно изменить на небольшую величину. Это утверждение может показаться нелепым с точки зрения «здорового смысла», но не надо забывать про действующий для электронов принцип Паули: из-за него при передаче энергии мы должны учитывать *свободно ли* электронное состояние, в которое электрон перейдёт получив эту порцию. Очень грубо можно сравнить эту ситуацию с переполненным автобусом в час пик: на остановке как-то «изменить своё состояние» могут только пассажиры вблизи дверей (они могут выйти, так как за дверями для них есть «свободные состояния»), а вот пассажир, зажатый в центре такого автобуса, несмотря на все усилия и на всю затраченную энергию остаётся внутри автобуса, так как вокруг него «свободных состояний» нет и он просто не может сместиться к выходу.

Как и в разобранных ранее случаях теплоёмкости гармонического осциллятора или

вращательных степеней свободы температура Ферми задаёт масштаб температур ниже которых классическое рассмотрение газа электронов невозможно. При конечной температуре характерный масштаб излишка энергии, который может получить частица в результате взаимодействия со своим окружением это величина порядка $k_B T$, но как видно из приведённой выше таблицы любая разумная температура (даже температура плавления металла) будет много меньше температуры Ферми. Таким образом, во всех процессах взаимодействия свободных электронов металла друг с другом или с колебаниями решётки может участвовать только небольшая доля частиц, энергия которых меньше энергии Ферми на величину порядка $k_B T$. В рамках грубой аналогии с автобусом, эти электроны оказываются «вблизи двери». Число таких частиц легко оценить по отношению объёма

поверхностного слоя ферми-сферы к её полному объёму: $\frac{\delta N}{N} \simeq \frac{4\pi p_F^2 \delta p}{\frac{4}{3}\pi p_F^3} = 3 \frac{\delta p}{p_F}$, где δp

обозначает изменение импульса, соответствующее изменению энергии на $k_B T$.

Очевидно³, что $\frac{\delta p}{p_F} = \frac{1}{2} \frac{\delta E}{E_F} = \frac{1}{2} \frac{k_B T}{E_F}$. Окончательно, отбрасывая множители являющиеся

превышением точности, $\frac{\delta N}{N} \simeq \frac{k_B T}{E_F}$. При комнатной температуре менее 1% электронов

металла участвуют в каких-то тепловых формах обмена энергией. Это сразу объясняет, почему «идеальный газ свободных электронов» не даёт вклада в теплоёмкость металла — ожидаемый вклад $\frac{3}{2} k_B$ относится только к этим электронам «у дверей автобуса», а их число настолько мало, что с точностью закона Дюлонга и Пти мы этого вклада просто не замечаем. Таким образом, обычный кусок провода оказывается по сути своей квантовым объектом, некоторые свойства которого определяются именно поверхностью Ферми.

Изучение различных физических процессов, позволяет непосредственно определить величину энергии Ферми, а также форму поверхности Ферми (что является нетривиальной задачей в достаточно сложных анизотропных кристаллах).

Обратите внимание, что даже при абсолютном нуле из-за действия запрета Паули в металле оказывается множество электронов с энергиями, соответствующими температуре в десятки и сотни тысяч градусов Кельвина! Эти электроны движутся со скоростями порядка тысячи километров в секунду! При этом это движение не является тепловой формой движения — это проявление квантовых свойств ферми-частиц. Тепловое движение для электронов в металле проявляется в том, что некоторые электроны могут случайно иметь энергию чуть выше энергии Ферми, так что при конечной температуре граница Ферми-сферы в импульсном пространстве окажется немножко размыта.

Примеры измерения теплоёмкости ферми-систем.

Нормальный металл.

В обычном металле, имеющем кристаллическую решётку, помимо вклада в теплоёмкость от свободных электронов присутствует и вклад колебаний решётки, который доминирует при

³ $E = \frac{p^2}{2m}$, откуда $\ln E = 2 \ln p + const$, откуда дифференцированием получаем требуемое.

температуре близкой к комнатной. Экспериментально наблюдается линейный ход теплоёмкости при температурах ниже, типично, 1К, либо линейная добавка к теплоёмкости при высоких температурах, когда фонный вклад стремится к высокотемпературному пределу.

Представленные ниже на рисунке 2 экспериментальные данные взяты из книги [4].

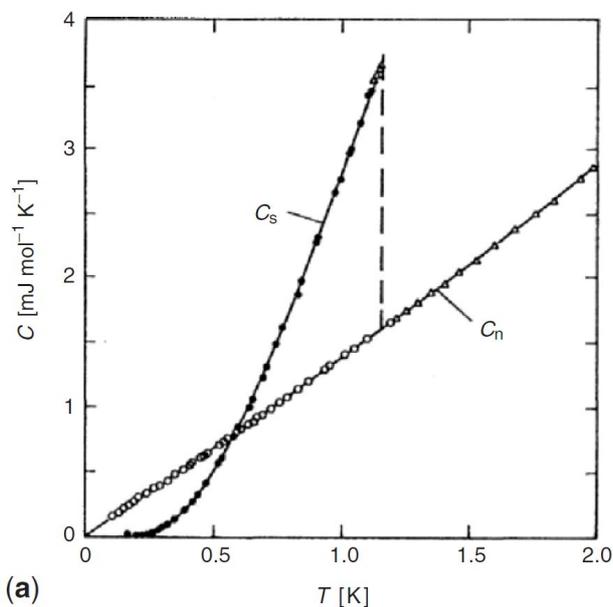


Рисунок 2: Теплоёмкость алюминия в нормальной и сверхпроводящей фазах (для измерения в нормальной фазе переход в сверхпроводящее состояние подавлялся магнитным полем). Из книги [4].

Жидкий ^3He .

Изотоп ^3He является стабильным, но редким изотопом гелия, его концентрация в природе составляет $\sim 10^{-6}$. Практически весь гелий-3 для лабораторных целей производится искусственно как продукт распада трития $^3_1\text{H} \rightarrow ^3_2\text{He} + e + \tilde{\nu}_e$. В течении долгого времени источником трития служили выводимые из обращения термоядерные боеприпасы. В последнее время рассматриваются и по некоторой информации реализуются проекты производства трития специально для производства гелия-3. В лабораторных и промышленных приложениях гелий-3 используется как ЯМР-зонд при томографии лёгких, как наполняющий газ для детекторов нейтронов и как криогенная жидкость для получения сверхнизких температур.

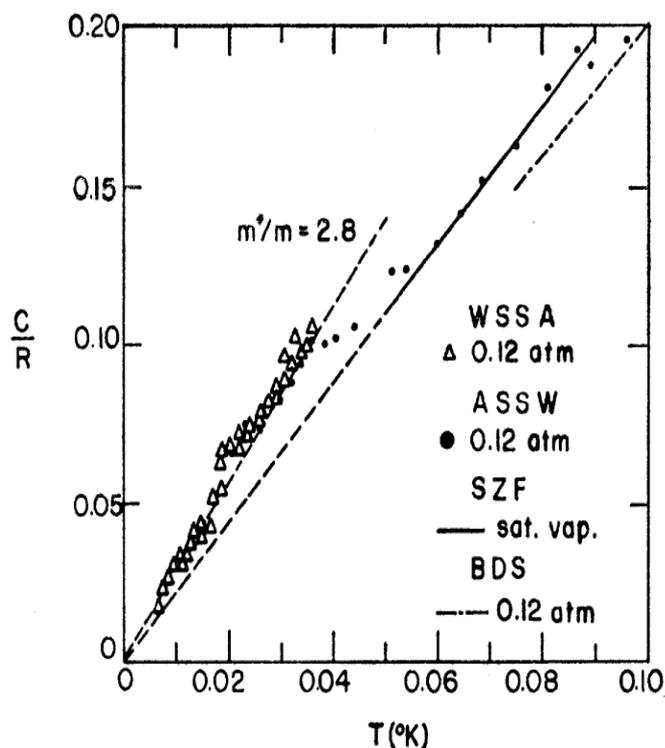


Рисунок 3: Слева: зависимость теплоёмкости гелия-3 от температуры при $T < 100 \text{ мК}$. Из обзора [5]

Ядро изотопа гелия ${}^3\text{He}$ состоит из двух протонов и одного нейтрона. Нуклоны занимают нижние уровни в системе ядерных оболочек, в результате у ядра остаётся спин $1/2$ от неспаренного нейтрона. Два электрона занимают первую s -орбиталь атома и суммарный электронный спин равен нулю. В результате полный спин всего атома оказывается равен $1/2$ и атом является ферми-частицей. Более распространённый изотоп ${}^4\text{He}$ содержит два нейтрона, спин ядра оказывается равен нулю, поэтому атом гелия-4 оказывается бозе-частицей. В результате физические свойства этих двух изотопов при низких температурах принципиально различаются.

Инертность гелия приводит к тому, что взаимодействие между атомами мало. В то же время малая атомная масса (и «мелкость» потенциала взаимодействия) приводит к большой амплитуде нулевых колебаний атомов гелия в кристалле, которая оказывается порядка межатомного расстояния. В результате гелий-3 (равно как и гелий-4) остаётся в жидком состоянии вплоть до абсолютного нуля, а кристаллизуются оба изотопа только при приложении дополнительного давления около 30 атмосфер (см. фазовую диаграмму на рисунке 4).

Таким образом, при очень низких температурах жидкий гелий-3 образует систему достаточно слабо взаимодействующих ферми-частиц. Эта система при сверхнизких температурах оказывается очень чистой (возможные примеси просто сорбируются холодными стенками экспериментальной ячейки), а нейтральность частиц и слабость взаимодействий делают систему близкой к идеальной.

Оценим температуру вырождения ферми-газа для параметров гелия-3. Плотность⁴ жидкого гелия-3 при низких температурах меняется от 0.082 г/см^3 при низких давлениях до 0.114 г/см^3

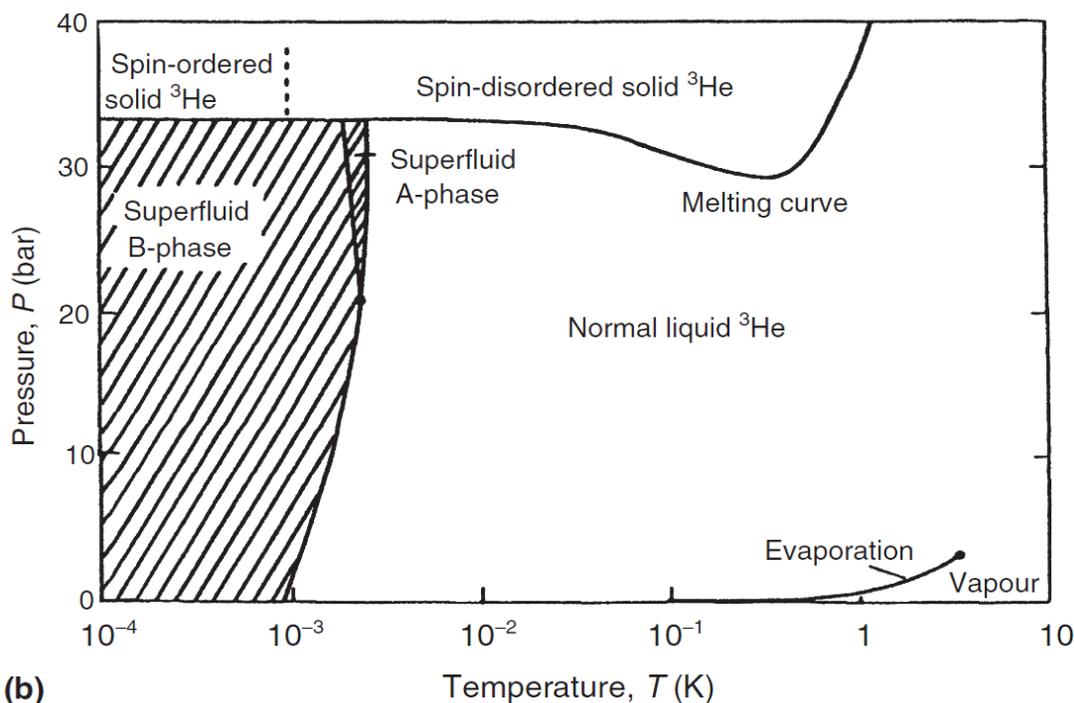
⁴ Аналогичная оценка может быть получена и без использования табличных значений для плотности из простых соображений, что расстояние между атомами в жидкости порядка нескольких ангстрем.

при давлении 28 атмосфер [6]. Для температуры вырождения имеем

$$T_F = \frac{E_F}{k_B} = \frac{\hbar^2}{2mk_B} (3\pi^2 n)^{2/3} = \frac{\hbar^2}{2k_B} \frac{(3\pi^2 \rho)^{2/3}}{m^{5/3}} \approx 6\text{К} .$$

Таким образом, модель вырожденного ферми-газа может быть применима только при низких температурах в доли кельвина и ниже⁵.

Данные по теплоёмкости⁶ жидкого гелия-3 можно найти например в работах [7], [5] (рисунок 3). Видно, что действительно при самых низких температурах наблюдается линейная по температуре теплоёмкость.



(b)

Temperature, T (K)

Рисунок 4: Фазовая диаграмма гелия-3 при низких температурах. Эффект Померанчука обуславливает рост давления плавления с охлаждением при температурах ниже 0.3К. Из книги [4].

Давление ферми-газа.

Какое давление оказывает ферми-газ на «стенки» его ограничивающие? В отличие от привычного идеального газа, квантовый ферми-газ давит на стенки и при нулевой температуре. Чтобы вычислить это давление необходимо вспомнить известное со школы определение работы, совершаемой системой: $\delta A = P dV$. Это утверждение обычно используется в школьной программе при вычислении работы газа — но на самом деле оно более общее. В сочетании с первым началом термодинамики $\delta Q = dU + P dV$ мы можем

5 Получение таких температур в специализированных лабораториях не является принципиально сложным: температуры выше 10-50 мК могут поддерживаться непрерывно при помощи криостатов растворения, а исследования необычных сверхтекучих фаз гелия-3 идут при температурах до 1-2 мК. Таким образом, имеется достаточно большое экспериментально доступное «окно температур», в котором гелий-3 является вырожденной ферми-системой.

6 Сразу отметим, что аккуратное измерение теплоёмкости при столь низких температурах требует специальных технических методов, описание использовавшегося калориметра можно найти например в [7].

сформулировать термодинамическое определение давления:

$$P = - \left(\frac{dU}{dV} \right)_{\text{адиабат}}$$
, где индекс «адиабат» означает что производная вычисляется в адиабатических условиях, при $\delta Q = 0$.

При нулевой температуре условие адиабатичности выполнено по определению, а внутренняя энергия равна полной кинетической энергии всех частиц ферми-газа:

$$\begin{aligned} E &= 2 \frac{V}{(2\pi)^3} \int n(E) \frac{\hbar^2 k^2}{2m} d^3 k = 2 \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{2\pi \hbar^2}{m} \int_0^{k_F} k^4 dk = \frac{V}{2\pi^2} \frac{\hbar^2 k_F^5}{m} = \frac{V}{10\pi^2} \frac{\hbar^2}{m} \left(3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{5/3} = \\ &= \frac{3}{10} (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m} \frac{N^{5/3}}{V^{2/3}} = \frac{3}{5} N E_F \end{aligned}$$

Отсюда можно найти давление ферми-газа по общему соотношению $P = - \frac{\partial E}{\partial V}$:

$$P = \frac{1}{5} (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{N}{V} \right)^{5/3} = \frac{2}{5} n E_F .$$

Это давление ферми-газа оказывается, например, силой, противостоящей гравитационному сжатию нейтронных звёзд. Для примера рассмотрим нейтронную звезду с массой M , равной двум массам Солнца, и температурой не выше $T = 10^9 K$. Радиационным давлением будем пренебрегать. Пусть характерная концентрация нейтронов n . Тогда плотность звезды nm , будем считать, что она постоянна. Здесь $m = 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ - масса нейтрона.

Концентрацию выразим через полную массу и радиус звезды $nm = \frac{3M}{4\pi R^3}$. Радиус найдётся из условия минимума энергии. Гравитационная энергия вычисляется с использованием утверждения теоремы Гаусса, что внешние слои сферы не добавляют к напряженности гравитационного или кулоновского поля:

$$E_G = - \int_0^R G \frac{M \left(\frac{r}{R} \right)^3}{r} \times M \frac{3r^2 dr}{R^3} = - \frac{3GM^2}{5R} .$$

Теперь выразим полную кинетическую энергию через радиус звезды:

$$E_K = N \cdot 0.6 E_F = \frac{M}{m} \cdot 0.6 \frac{p_F^2}{2m} = 0.3 \frac{M}{m^2} \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} = 0.3 \frac{M}{m^2} \hbar^2 \left(\frac{9\pi M}{4mR^3} \right)^{2/3} .$$

Полная энергия состоит из суммы потенциальной энергии и кинетической энергии:

$$E = - \frac{3}{5} G M^2 \frac{1}{R} + \frac{3}{10} \hbar^2 \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \frac{M^{5/3}}{m^{8/3}} \frac{1}{R^2} , \text{ эта функция имеет минимум при некотором значении } R:$$

$$R = \frac{\hbar^2}{G M^{1/3} m^{8/3}} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \approx 8.4 \text{ км} .$$

Для проверки применимости нерелятивистского подхода вычислим скорость Ферми:

$$\frac{V_F}{c} = \frac{\hbar k_F}{m c} = \frac{\hbar^3 \sqrt{3\pi^2 n}}{m c} = \frac{\hbar}{m c} \sqrt[3]{\frac{9\pi M}{4 m R}} \approx \frac{1}{3} , \text{ т.е. релятивистские поправки ещё невелики.}$$

Оценка энергии Ферми $E_F = \frac{mV_F^2}{2} \simeq \frac{1}{20} mc^2 = 50 \text{ МэВ}$ показывает, что система остаётся вырожденной при температуре 10^9 К (т. е. 100 кэВ).

Сверхтекучесть и сверхпроводимость

Явления сверхтекучести и сверхпроводимости — это два ярких макроскопических⁷ квантовых явления, о которых иногда упоминают и в школе. Отметим сразу, что строгое описание этих явлений далеко выходит за рамки курса, поэтому просто вкратце отметим характерные черты этих явлений.

Сверхпроводимость была открыта Хейке Камерлинг-Оннесом в 1911 году в ртути. Он обнаружил, что при температуре около 4К сопротивление ртути резко падает до нуля. Позднее это явление было открыто и в других (но не во всех) металлах и сплавах, температура перехода в сверхпроводящее состояние в таких «обычных» сверхпроводниках лежит в диапазоне от милikelвинов до примерно 20К. При этом некоторые металлы (золото и медь, например) не становятся сверхпроводниками вплоть до самых низких доступных температур. Сам Камерлинг Оннес стал лауреатом Нобелевской премии по физике в 1913 году за «его работы по изучению свойств вещества при низких температурах, приведшие, в числе прочего, к получению жидкого гелия».

Сверхпроводимость в металлических сверхпроводниках была объяснена теорией Бардина-Купера-Шриффера (теория БКШ), авторам которой была присуждена Нобелевская премия по физике 1972 года. Над теорией сверхпроводимости работали и советские учёные, также удостоенные Нобелевской премии: В.Л.Гинзбург и А.А.Абрикосов (оба в 2003 году).

В 1986 году было обнаружено, что керамика с составом $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ становится сверхпроводником при температуре около 30К. Эта температура заметно выше температуры перехода в сверхпроводящее состояние в «обычных» сверхпроводниках и, что важнее, оказывается выше чем теоретический предел, накладываемый теорией БКШ на возможное значение температуры перехода в сверхпроводящее состояние. Поэтому такую «необычную» сверхпроводимость называли высокотемпературной.

За открытие высокотемпературной сверхпроводимости в 1987 году, всего через год после открытия, была присуждена Нобелевская премия по физике (К.Мюллер и Г.Беднорц). Вслед за этим в схожих керамиках были обнаружены сверхпроводящие переходы и при более высокой температуре, в том числе и при температуре выше температуры жидкого азота.

Поиск сверхпроводника с наиболее высокой температурой перехода является одним из «соревнований» в физике и технике. Интерес к сверхпроводникам связан с тем, что при течении тока по сверхпроводнику нет резистивных потерь. Однако классические металлические сверхпроводники имеют слишком низкую температуру перехода в сверхпроводящее состояние, требующую применения достаточно дорогого жидкого гелия, а высокотемпературные сверхпроводники не технологичны — как правило это керамики, из которых трудно сделать проволоку.

Вопрос о максимальной известной температуре сверхпроводящего перехода сложен — в силу отмеченного технического (и, следовательно, коммерческого) интереса сообщения о рекордах

⁷ Термин «макроскопический» подчёркивает, что квантовое явление здесь проявляется не на масштабах длины, характерных для микромира (как это имеет место для квантового туннелирования, например), а на больших (макроскопических) масштабах длины.

могут оказываться преждевременными и иногда недостоверными. Кроме того, необходимо иметь в виду, что для высокотемпературной сверхпроводимости достаточно типична ситуация, когда часть образца переходит в сверхпроводящее состояние, а часть остаётся в нормальном резистивном состоянии. Поэтому в рекордных сверхпроводниках часто изменение сопротивления при переходе составляет малую долю (часто всего несколько процентов) от полного сопротивления образца, так что такой рекорд оказывается во многом условным. Примеры таких рекордных значений температуры перехода могут быть найдены, например, на сайте [8], признаки сверхпроводящего перехода обнаруживаются в некоторых соединениях при температуре около комнатной.

Для технических применений температура перехода как таковая важна не так сильно, как другие характеристики сверхпроводника: это в первую очередь максимальная плотность сверхпроводящего (то есть без выделения тепла) тока в этом материале и его технологичность. Сверхпроводящий провод используется, например, в магнитах медицинских томографов и в магнитах различных физических лабораторий. Некоторые примеры могут быть найдены на сайтах [9], [10].



Рисунок 5: Используемые в ускорителях ЦЕРН кабели на 12500 Ампер. На заднем плане: из несверхпроводящего материала, на переднем плане: из сверхпроводника. С сайта [9].

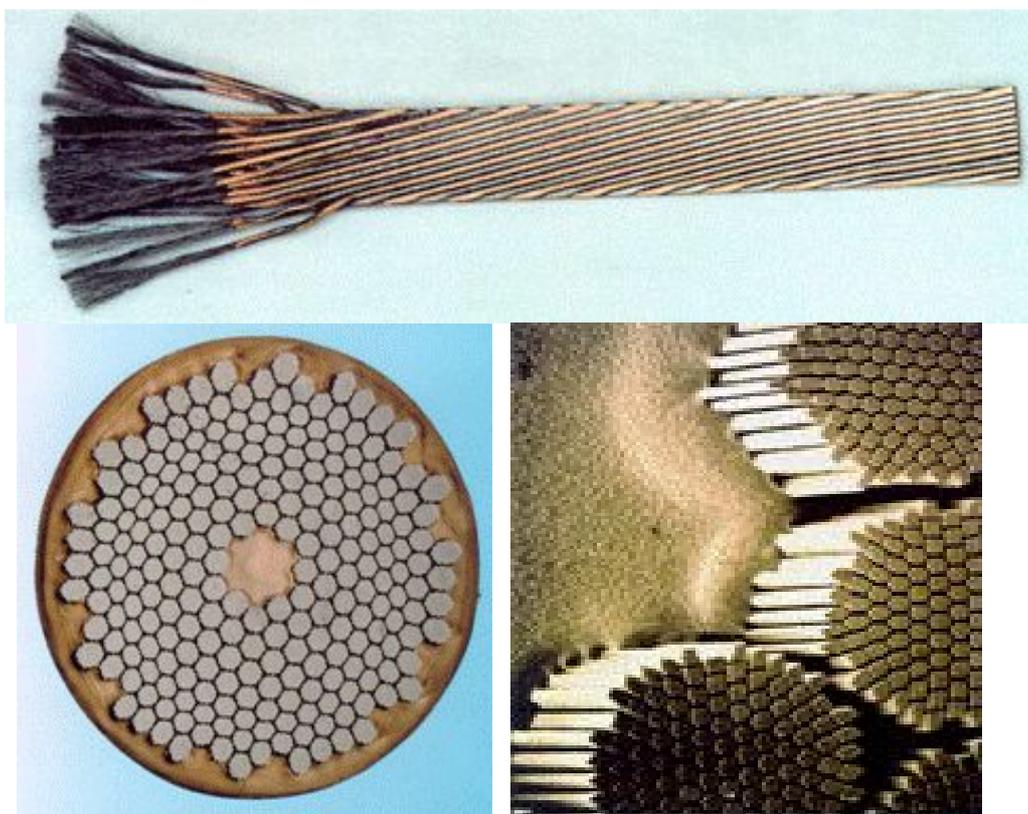


Рисунок 6 Структура сверхпроводящего кабеля, используемого на Большом адронном коллайдере [10]. Сверху: многожильный кабель (36 жил, полный диаметр около 15 мм), снизу: сечение одной жилы (диаметр около 1.5 мм) в разных масштабах. Каждая жила содержит около 6300 «волосков» сверхпроводящего провода (NbTi) толщиной около 6 мкм в матрице из бескислородной меди.

Сверхтекучесть была открыта П.Л.Капицей в 1938 году. Это явление проявляется в том что в жидком гелии-4 при температуре ниже примерно 2.19К пропадает вязкость. Это явление находится в числе главных открытий П.Л.Капицы, также удостоенного Нобелевской премии по физике (в 1978 году). В 1972 году была обнаружена сверхтекучесть в изотопе гелия-3 (в ядре которого содержатся два протона и один нейтрон), возникающая при температуре в 2мК. За это открытие присуждена Нобелевская премия 1996 года Ошерову, Ричардсону и Ли, а в 2003 году Леггету за теорию сверхтекучести гелия-3.

А теперь несколько слов о физике этих явлений. Описание проще начать со сверхтекучести гелия-4. В ядре атома гелия-4 содержатся два протона и два нейтрона, на полностью заполненной 1s-орбитали находится два электрона. Поэтому полный спин этого атома равен нулю и с точки зрения квантовой механики он является бозоном. Мы рассмотрели ранее газ фермионов (газ электронов в металле) и увидели, что запрет Паули для фермионов приводит к тому, что даже при низкой температуре оказываются заняты состояния с большой энергией. У газа невзаимодействующих бозонов тоже есть интересная квантово-механическая особенность — при низкой температуре, ниже некоторой критической, оказывается, что макроскопически большое число частиц (а при $T=0$ все частицы) занимает одно и то же состояние с минимальной энергией. Это явление называют бозе-конденсацией, а частицы в таком состоянии — бозе-конденсатом.

Образование бозе-конденсата происходит и при наличии взаимодействия частиц. Более того, при некоторых условиях, реализующихся в реальных системах, состояние бозе-конденсата оказывается устроено так, что при достаточно медленном движении оказывается невозможно его разрушить: невозможно передать энергию частице в бозе-конденсате, если эта энергия ниже какой-то пороговой величины. Это отдалённо похоже на часто встречающееся в квантовой физике квантование энергии. В результате, при достаточно медленном движении бозе-конденсата относительно стенок сосуда, в котором он находится, не возникает диссипации энергии — то есть вязкого трения!

Такое свойство: течение без трения очень похоже на сверхпроводимость, казалось бы надо только заменить атомы на электроны в этом описании. Но, вспоминаем, у электрона (и у гелия-3) есть спин, равный $1/2$ (в единицах \hbar) - то есть это фермион и для него действует запрет Паули. Этот запрет обходится тем, что образуются связанные пары электронов (куперовские пары) с нулевым полным спином, и уже эти пары электронов образуют бозе-конденсат. Для образования такой пары необходимо притяжение частиц, притяжение отрицательно заряженных электронов возникает благодаря посредничеству положительных ионов кристаллической решётки. Процесс образования таких пар описывается как раз теорией БКШ. Как и для сверхтекучего бозе-конденсата, бозе-конденсат куперовских пар в сверхпроводнике может быть разрушен только если сообщить паре достаточно большую энергию — то есть при малых скоростях движения куперовские пары движутся в сверхпроводнике без диссипации. Существование куперовских пар проявляется, например, в том, что заряд в сверхпроводнике протекает порциями $2e$. При достаточно сильном токе скорость движения пар становится слишком велика и они начинают разрушаться при рассеянии на дефектах кристалла — сильный ток разрушает сверхпроводимость. Поэтому важной практической характеристикой сверхпроводящего материала является не только температура перехода, но и максимальная плотность тока (или максимальное магнитное поле), не разрушающие сверхпроводимость.

Сверхтекучесть гелия-3 также объясняется формированием пар. А отличие температур перехода в сверхтекучее состояние двух изотопов в 1000 раз подчёркивает различие между ферми- и бозе-частицами в микромире.

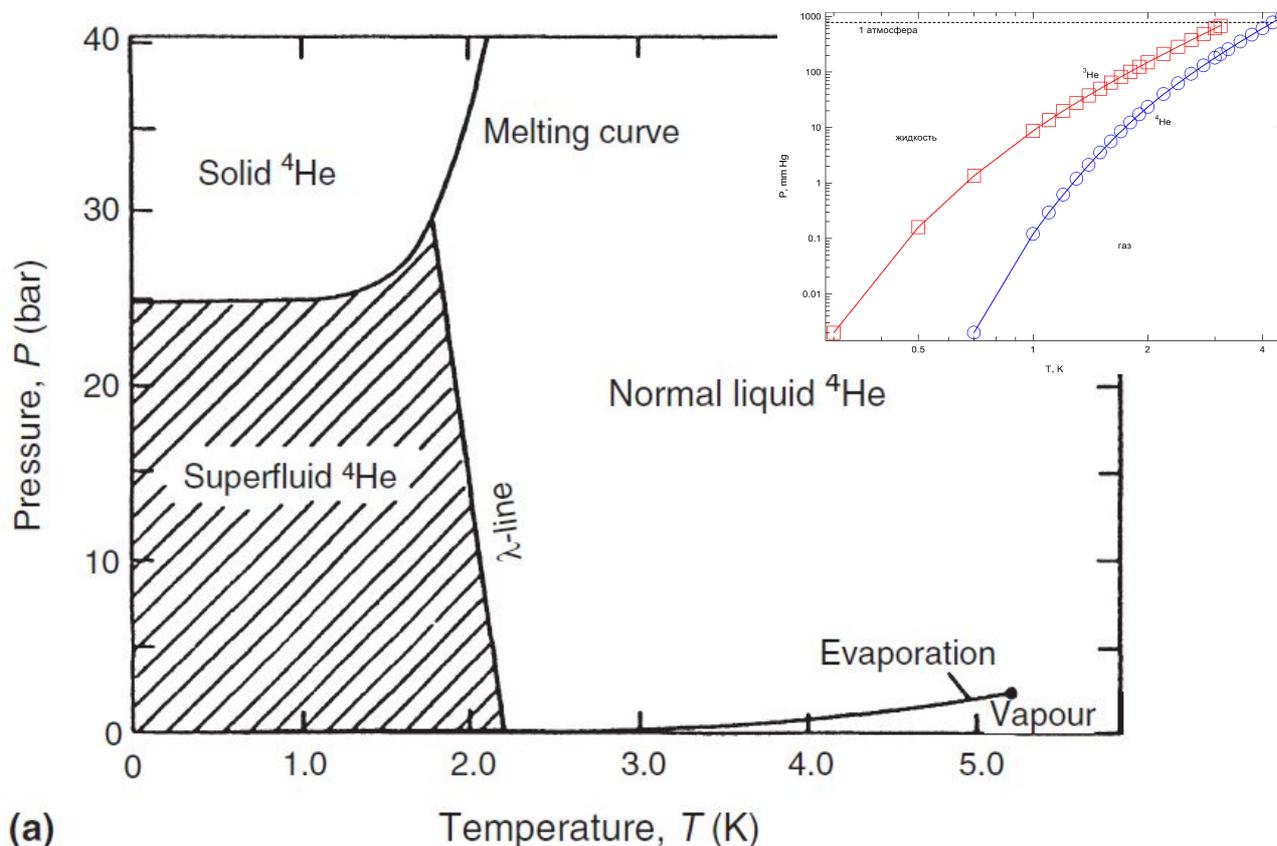
Фазовая диаграмма гелия-4 и λ -точка. Экспериментальные факты.

Рисунок 7: Фазовая диаграмма гелия-4. Из книги [4]. На вставке: кривые кипения гелия-4 и гелия-3 при давлении ниже 1 бар. На кривой кипения λ -точка гелия-4 соответствует давлению около 38 мм. ртутного столба.

Гелий-4 является очень необычной системой. Этот инертный газ конденсируется только при температурах в несколько кельвин⁸, оставаясь жидким вплоть до $T=0$ при не слишком больших давлениях. Для перевода в твёрдое состояние необходимо приложить давление около 30 атмосфер. В результате на фазовой диаграмме гелия (как гелия-4, так и второго стабильного изотопа гелия-3) нет тройной точки, привычной для фазовых диаграмм всех других веществ.

Такое нежелание образовывать кристалл связано с квантовыми эффектами. Малость массы атома и слабость взаимодействия инертных атомов друг с другом приводят к тому, что в основном состоянии атома в кристалле гелия среднеквадратичное отклонение от положения равновесия (амплитуда нулевых колебаний) оказывается порядка межатомного расстояния и атомы в кристалле гелия оказываются делокализованы, в чём-то аналогично электронам в обычном металле. Кристаллы гелия часто называют из-за этого квантовыми кристаллами.

Однако оказалось, что в гелии-4 жидкая фаза устроена гораздо более удивительным образом. При понижении температуры ниже примерно 2.2К⁹ происходит некоторый фазовый переход в состояние с очень необычными свойствами, которое по введённой П.Л.Капицей

⁸ Температура кипения при атмосферном давлении 4.2К, критическая точка соответствует температуре 5.19К при давлении 2.24 атмосферы. Жидкий гелий был впервые получен Камерлинг-Онессом в 1908 году.

⁹ Температура перехода зависит от давления приблизительно линейно, она равна 2.1768К на кривой кипения и уменьшается до 1.7673К на кривой плавления [4].

терминологии названо сверхтекучим: П.Л.Капица обнаружил, что ниже температуры перехода жидкость приобретает свойство протекать тонкие капилляры, причём скорость этого течения соответствует исчезновению вязкости. История открытия сверхтекучести освещена в литературе, например можно обратиться к статье [11] и ссылкам в ней. Наличие фазового перехода было обнаружено в 1928-30 годах Кеезомом и сотрудниками по характерной аномалии на теплоёмкости, имеющей форму греческой буквы λ , за что переход и был назван лямбда-точкой, Кеезом же ввёл терминологию «гелий I» и «гелий II» для обозначения состояний гелия при $T > T_\lambda$ и $T < T_\lambda$.

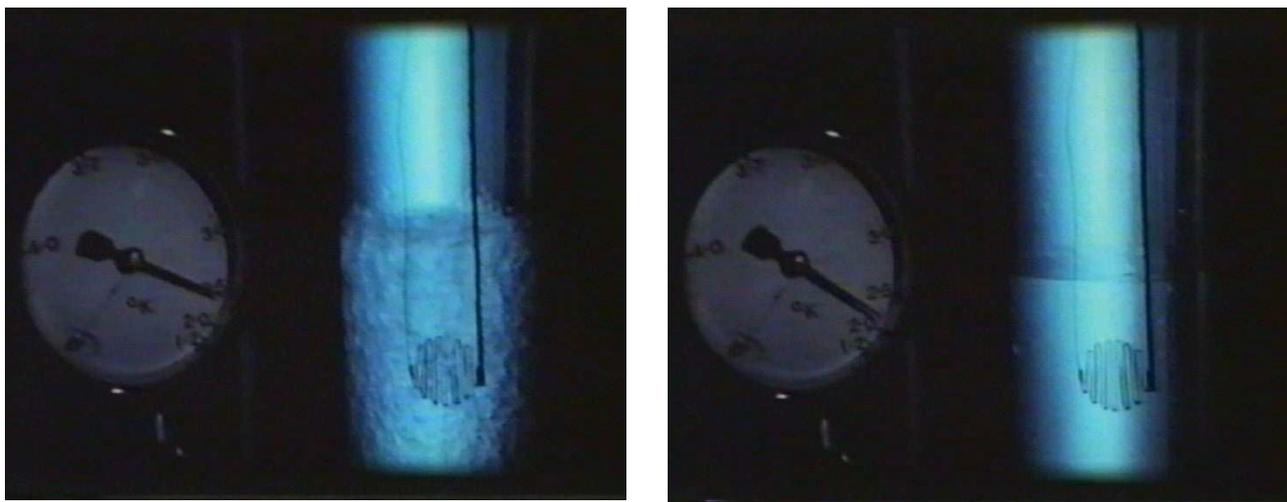


Рисунок 8 Слева: кипение жидкого гелия в оптическом дьюаре при температуре 2.5K. Справа: прекращение кипения при температуре чуть ниже лямбда-точки. На каждой фотографии слева от дьюара шкала манометра, калиброванного в единицы температуры по давлению насыщенных паров гелия. Из статьи [11].

Этот фазовый переход виден невооружённым глазом: при пересечении температуры перехода кипение жидкого гелия в объёме прекращается (рисунок 8, видеодемонстрация [12]). Это означает, что ниже лямбда-точки возникает некоторый дополнительный механизм переноса тепла в жидком гелии, который превосходит по эффективности нормальный для всех жидкостей процесс образования пузырьков пара на каких то центрах. Действительно, измеряемая экспериментально теплопроводность гелия ниже лямбда-точки оказывается очень большой и определяется размерами экспериментальной установки (рисунок 9).

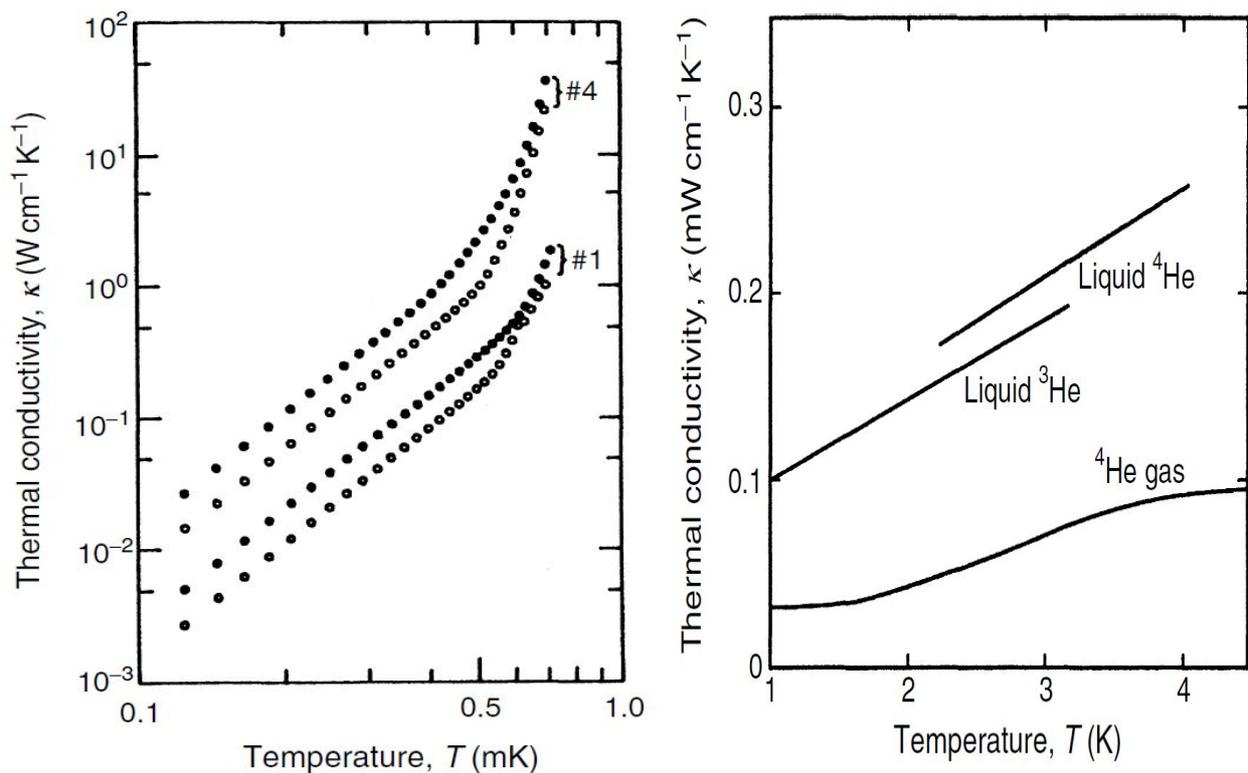


Рисунок 9 Теплопроводность жидкого гелия-4 выше лямбда-точки (справа) и при сверхнизких температурах (слева). На левой панели данные с индексом #1 измерены в трубке диаметром 1.38 мм, данные с индексом #4 в трубке диаметром 7.97 мм, закрытые символы (верхние в каждой серии) получены при давлении 2 атмосферы, открытые — при давлении 20 атмосфер. Из книги [4]. Обратите внимание, что теплопроводности левом рисунке при температуре около 700 мК на 2-3 порядка превышают теплопроводность жидкого гелия-4 выше лямбда-точки.

Другим экспериментальным фактом является обнаруженное П.Л.Капицей исчезновение вязкости у гелия ниже лямбда-точки. Гелий-II может протекать сквозь тонкие капилляры, при этом скорость его течения не подчиняется закону Пуазейля — в то время как гелий-I, выше лямбда-точки ведёт себя совершенно нормальным образом.

Одной из наиболее красивых демонстраций этого эффекта является измерение увлекаемой массы в колебаниях крутильного маятника, погруженного в жидкость (период колебаний крутильного маятника в жидкости определяется жёсткостью подвеса и массой маятника с учётом массы увлекаемой жидкости). Эти опыты были поставлены Э.Л.Андроникашвили в 40-х годах [13][14], их часто называют опытами с маятником Андроникашвили. Для развития поверхности маятник делался в виде стопки тонких дисков (от 50 до 100 дисков в стопке) из алюминиевой фольги толщиной 13 мкм, разделённых шайбами толщиной 0.21мм, схема маятника показана на рисунке 12.

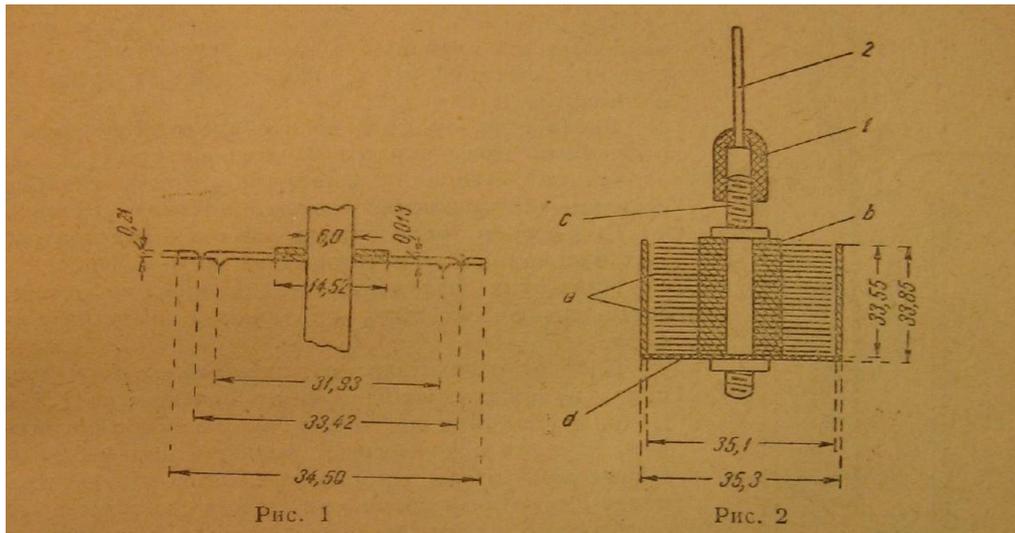


Рисунок 10: Схема крутильного маятника Андроникашвили. Слева: два соседних диска. Справа: сборка стопки дисков. Из статьи [13].

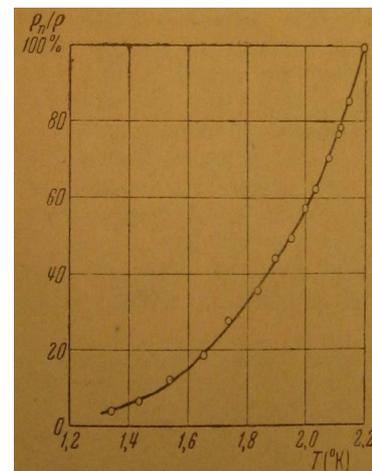
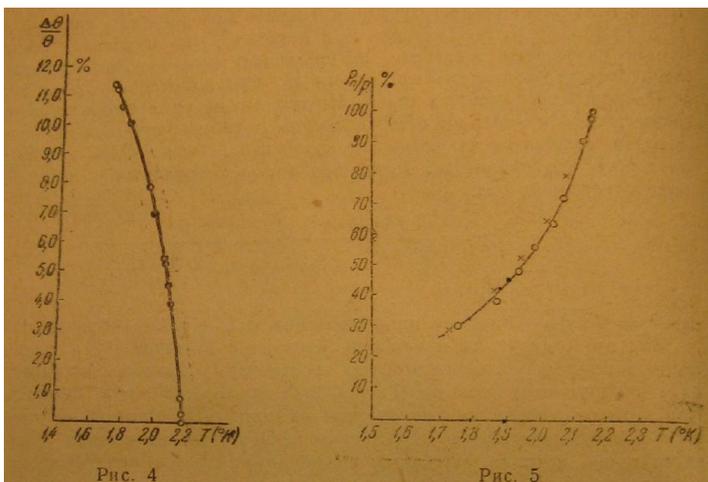


Рисунок 11 Слева: зависимость относительного изменения периода крутильных колебаний $\Delta\Theta/\Theta$ маятника Андроникашвили от температуры. Из статьи [13]. В центре: определённое по изменению периода колебаний изменение эффективной плотности увлекаемой «нормальной» жидкости. Из статьи [13]. Справа: зависимость плотности «нормальной» компоненты от температуры до более низких температур, полученная в ходе дальнейших исследований. Из статьи [14].

При таких малых зазорах при медленных колебаниях вязкая жидкость полностью вовлекается в колебания маятника и момент инерции маятника, определяющий период крутильных колебаний, определяется в том числе и массой жидкости между дисками. Эксперимент показал, что ниже лямбда-точки период колебаний начинает уменьшаться, что соответствует тому, что увлекаемая масса уменьшается¹⁰. Интерпретируя это уменьшение как

10 Уравнение крутильных колебаний $\ddot{\alpha} + \frac{K}{J}\alpha = 0$, где K — жёсткость нити, а J — момент

инерции. Частота колебаний $\omega = \sqrt{\frac{K}{J}}$, поэтому увеличение частоты соответствует уменьшению момента инерции.

изменение эффективной плотности жидкости, участвующей в «нормальном» вязком движении, можно из изменения периода вычислить зависимость плотности «нормальной» компоненты гелия-II ρ_n . Эксперимент показывает, что эта эффективная плотность стремится к нулю при стремлении температуры к абсолютному нулю — при $T=0$ жидкость совсем не увлекается вращением маятника (рисунок 10).

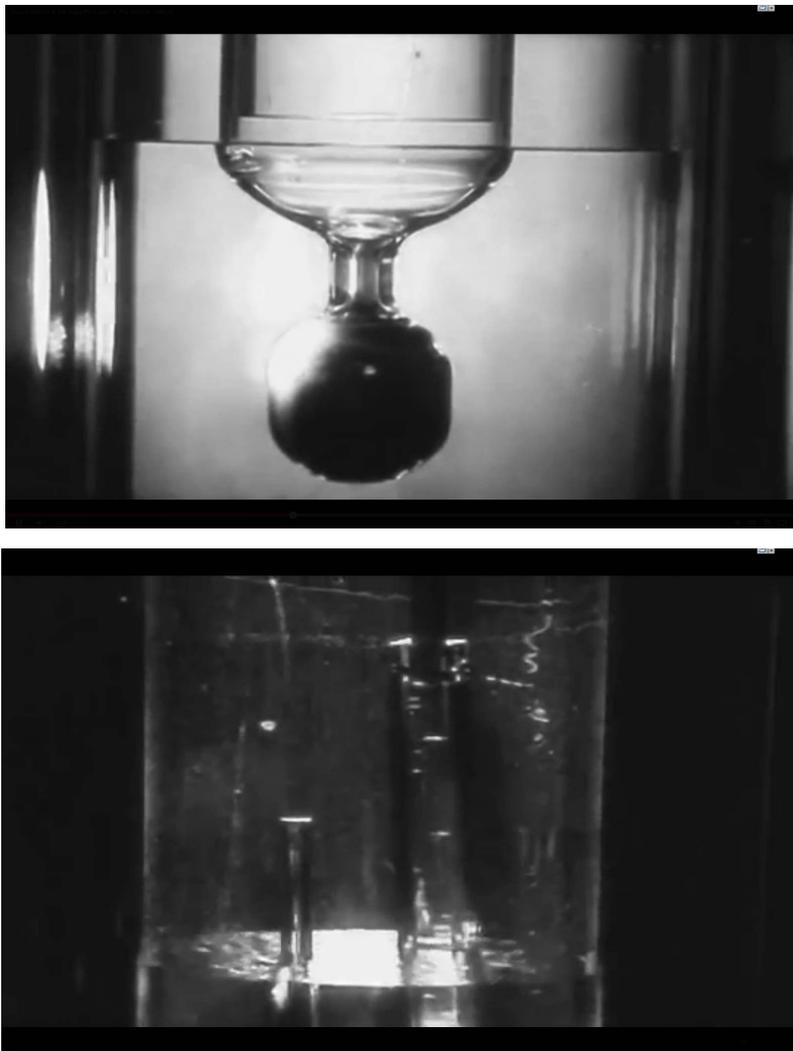


Рисунок 12 Фонтан-эффект (термомеханический эффект) в жидком гелии. Верхняя панель: подъём уровне гелия в трубке, закрытой снизу порошковой «пробкой» (тёмная расширенная часть трубки) при нагреве верхней части «пробки» сфокусированным излучением. Заполненная порошком часть трубки соединяется с жидким гелием в дьюаре через отверстие снизу. Повышение уровня жидкости в трубке над уровнем жидкости в дьюаре возникает только при нагреве. Нижняя панель: фонтан гелия, бьющий из капилляра при включении нагревателя. Кадры из демонстрационного фильма [12].

Ещё одним необычным, обнаруженным экспериментально, свойством является термомеханический эффект или фонтан-эффект. Его наблюдение заключается в том, что если погрузить в гелий-II трубку, нижний конец которой наполнен мелкодисперсным порошком, практически запрещающим вязкое течение через этот порошок, и нагревать гелий в трубке выше этой «пробки», то уровень жидкости в трубке повышается. Если же верхний конец трубки сузить в капилляр, то из капилляра бьёт фонтан, причём фонтанирование продолжается всё время, пока подводится мощность нагрева (рисунок 7).

Сверхпроводники: основные экспериментальные факты.

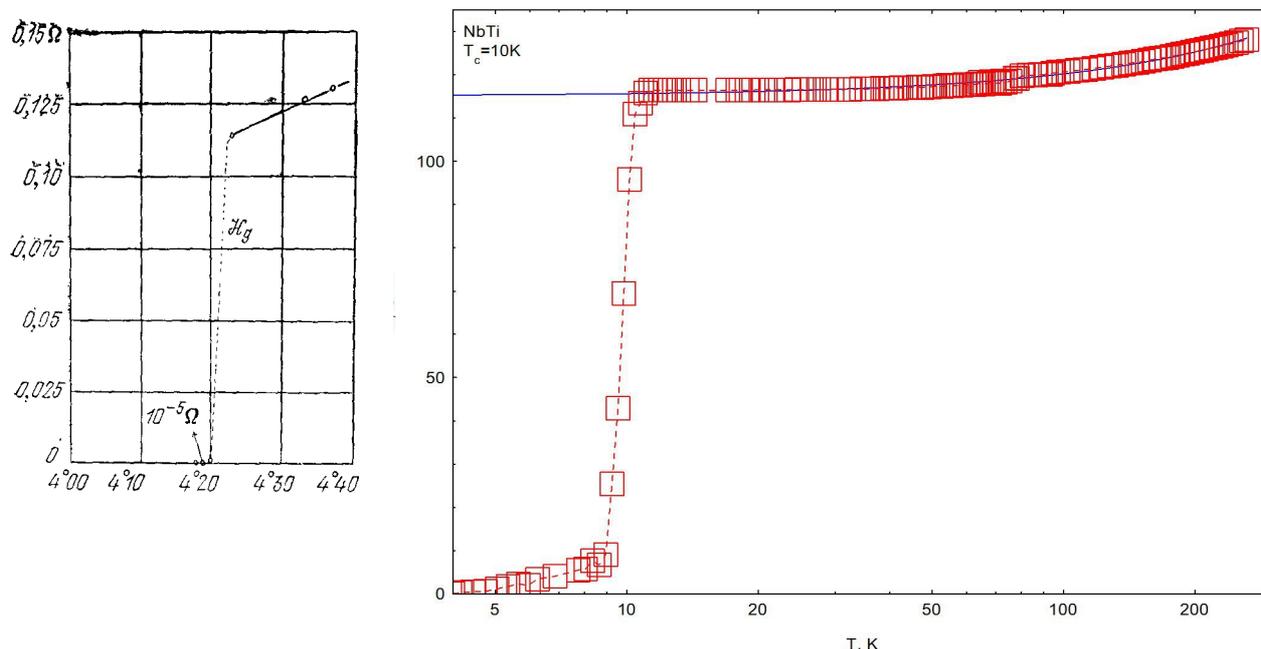


Рисунок 13 Слева: данные Камерлинг-Оннеса, первое наблюдение сверхпроводимости в ртути (1911). По книге [1]. Справа: зависимость сопротивления в проволочке NbTi от температуры, данные автора. Синяя кривая — линейная зависимость сопротивления от температуры выше точки перехода (по оси температур масштаб логарифмический). Данные получены на простом демонстрационном стенде, часть проволочки была при более высокой температуре и оставалась в нормальном состоянии, что объясняет остаточное сопротивление ниже температуры перехода.

Перечислим некоторые экспериментальные наблюдения, связанные с явлением сверхпроводимости. Явление сверхпроводимости было открыто Камерлинг-Оннесом при изучении зависимости сопротивления ртути от температуры. Он обнаружил, что при температуре около 4.2 К сопротивление ртути скачком меняется не менее чем на 4 порядка (Рисунок 13). Аналогичное скачкообразное понижение сопротивления до нуля было обнаружено и в ряде других металлов и сплавов (при этом не все хорошие металлы становятся сверхпроводниками). Температуры перехода в сверхпроводящее состояние для некоторых металлов и сплавов представлены в таблицах 1 и 2. Точные измерения позволяют утверждать, что сопротивление ниже точки перехода точно обращается в ноль. Это проверялось, например, возбуждением в кольце из сверхпроводника индукционного тока, затухание которого далее контролировалось измерением магнитного поля этого витка. Эксперимент длящийся около года не показал заметного уменьшения тока в таком кольце.

Температуры перехода для чистых элементов составляют обычно градусы кельвина, в сплавах температура перехода может достигать 10-20К. В некоторых соединениях ($YBa_2Cu_3O_7$ и другие оксиды) обнаружена сверхпроводимость при более высоких температурах, такие соединения называют высокотемпературными сверхпроводниками.

Оказалось, что сверхпроводящее состояние может быть разрушено приложением достаточно сильного магнитного поля. Величина этого поля, называемого критическим полем, растёт с понижением температуры и равна нулю в точке перехода. Характерные величины

критического поля для чистых элементов обычно не больше килоэрстеда, для сплавов величина критического поля при самой низкой температуре может достигать 20 Тл (Nb_3Sn). Зависимость критического поля от температуры для элементов, демонстрирующих переход в сверхпроводящее состояние, имеет вид перевернутой параболы и может быть представлена

эмпирическим законом $H_c(T) = H_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$. Таким образом, на плоскости H-T может быть построена фазовая диаграмма сверхпроводника (рисунок 14).

Таблица 1: Температура сверхпроводящего перехода и экстраполированное к нулевой температуре значение критического поля для некоторых элементов-сверхпроводников. Из книги [15].

Элемент	T_c , К	$H_c(0)$, Э	Элемент	T_c , К	$H_c(0)$, Э
Al	1.18	105	Os	0.66	70
Be	0.026		Pa	1.4	
Cd	0.52	28	Pb	7.20	803
Ga	1.08	59	Re	7.70	200
Hf	0.13		Ru	0.49	69
Hg- α	4.15	411	Sn	3.72	305
Hg- β	3.95	339	Ta	4.47	829
In	3.41	282	Tc	7.8	1410
Ir	0.11	16	Th	1.38	160
La- α	4.88	800	Ti	0.4	56
La- β	6	1100...1600	Tl	2.38	178
Lu	0.1		V	5.40	1408
Mo	0.92	96	W	0.015	1.15
Nb	9.25	2060	Zn	0,85	54

Таблица 2: Критические температуры некоторых сплавов и ВТСП. По книге [15].

Соединение	T_c , К	Соединение	T_c , К
Nb ₃ Sn	18.1	Bi ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	111
(Nb ₃ Al) ₄ +Nb ₃ Ge	20	Tl ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	123
La _{0.95} Sr _{0.075} CuO ₄	34	HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₈	133
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	92.4		

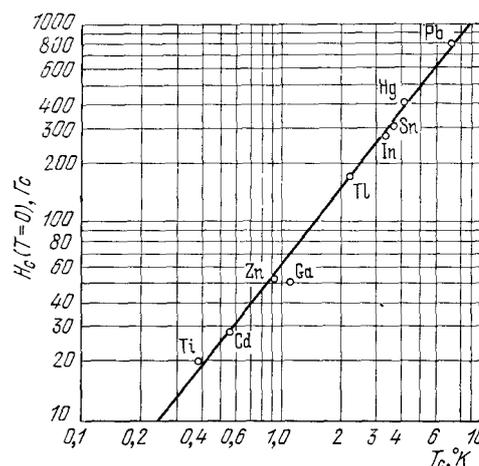
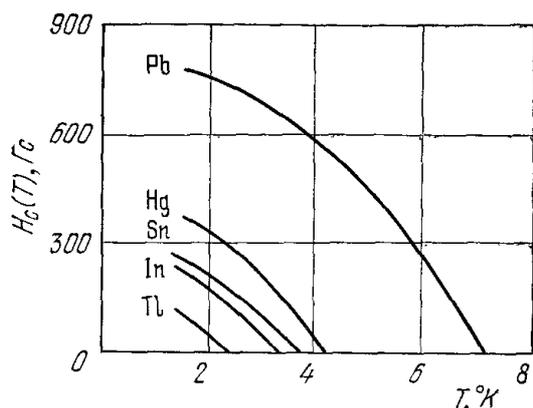


Рисунок 14 Слева: зависимость критического поля от температуры для некоторых элементов-сверхпроводников. Справа: связь критического поля с температурой перехода. Из книги [1].

Оказывается, что для многих элементов-сверхпроводников критическое поле и температура перехода связаны друг с другом: чем больше температура перехода, тем больше критическое поле (рисунок 14).

Наконец, было обнаружено, что сверхпроводник «выталкивает» из себя магнитное поле, этот эффект назвали эффектом Мейснера¹¹. Эффект Мейснера проявляется в том, что при переходе в сверхпроводящее состояние в образце сверхпроводника возникает диамагнитная намагниченность. Оказалось, что есть два типа сверхпроводников, называемых сверхпроводниками I и II рода. Сверхпроводники I рода демонстрируют полный эффект Мейснера: в толще сверхпроводящего образца везде $\vec{B}=0$. Сверхпроводники II рода демонстрируют частичный эффект Мейснера: при поле выше некоторого порогового значения (но ниже поля полного разрушения сверхпроводимости) магнитное поле как-то проникает вглубь образца. Для сверхпроводников второго рода выделяют два критических поля: нижнее критическое поле H_{c1} , ниже которого эффект Мейснера полный (это поле обычно относительно невелико и не превышает 1 кЭ), и верхнее критическое поле H_{c2} , в котором сверхпроводящее состояние (т.е. $\rho=0$) разрушается (верхнее критическое поле в рекордных сверхпроводниках II рода превышает 20 Тл). Как правило, чистые элементы оказываются сверхпроводниками I рода, а сплавы и сложные соединения — сверхпроводниками II рода.

Выталкивание магнитного поля из сверхпроводника приводит к нескольким практически важным следствиям. Во-первых, это возможность создания различных типов «магнитного подвеса», позволяющих избежать трения. Во-вторых, это означает, что сверхпроводящий ток

¹¹ Иногда также называется эффектом Мейснера-Оксенфельда.

всегда течёт по тонкому приповерхностному слою сверхпроводника (вспомним, что протекающий ток создаёт магнитное поле!). Следовательно, сверхпроводящий кабель на большие токи должен состоять из большого числа тонких волосков: важно не сечение провода (не площадь), а периметр этого сечения (длина) (см. рисунок 6).

Туннелирование куперовских пар через «слабую связь».

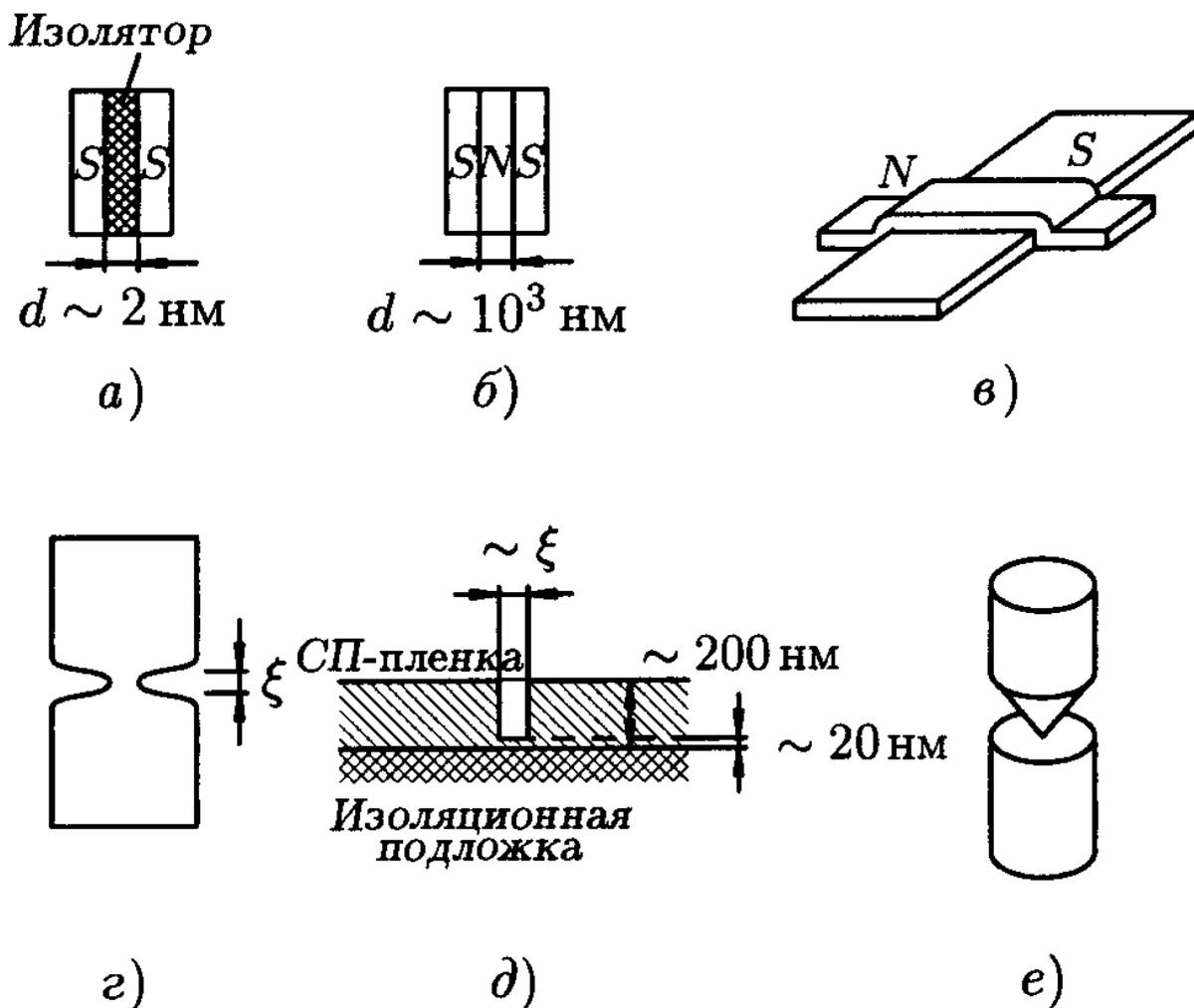


Рисунок 15: Виды слабой связи: (а) туннельный SIS-переход, (б) "сэндвич" или SNS-переход, (в) нормальная плёнка на поверхности сверхпроводника, (г) мостик Дайема, вид в плане, (д) мостик Дайема, вид в разрезе, (е) точечный контакт. Из книги [15].

Рассмотрим ситуацию, когда два массивных сверхпроводника разделены прослойкой нормального металла либо другим образом созданной области с подавленной сверхпроводимостью. Такой областью может быть слой сверхпроводника с меньшей плотностью критического тока, механическое сужение, участок с каким-то легированием. Все эти ситуации называют *слабой связью*. Примеры различных структур со слабой связью показаны на рисунке 15.

Для дальнейших рассуждений конкретная структура слабой связи не существенна, поэтому для наглядности мы будем подразумевать структуру типа мостика Дайема: резкое локальное

сужение сверхпроводника. При $T=0$ конденсат куперовских пар в сверхпроводнике описывается одной волновой функцией, амплитуда этой волновой функции (связанная с концентрацией сверхпроводящих электронов) одинакова по обе стороны от слабой связи, но без учёта туннелирования фазы могут быть произвольными. При учёте туннелирования, аналогично известной задаче о связанных квантовых ямах, новое основное состояние будет описываться единой волновой функцией, а фазы волновой функции на «берегах» получившейся структуры будут зафиксированы интерференцией волновых функций куперовских пар в туннельном промежутке. Наличие такой непрерывной по всей структуре волновой функции сверхпроводящих электронов означает, что при некоторых условиях (при не слишком больших плотностях тока) через всю структуру может течь бездиссипативный ток.

Протекание тока через структуру со слабой связью обладает рядом интересных особенностей. Впервые эти особенности были отмечены в теоретической работе Брайана Джозефсона¹² в 1962 году и позднее обнаружены экспериментально. За это предсказание Джозефсон получил Нобелевскую премию 1973 года¹³. Поэтому переходы со слабой связью часто называют джозефсоновскими контактами. Пример экспериментального наблюдения такого бездиссипативного туннельного тока показан на рисунке 16 [16].

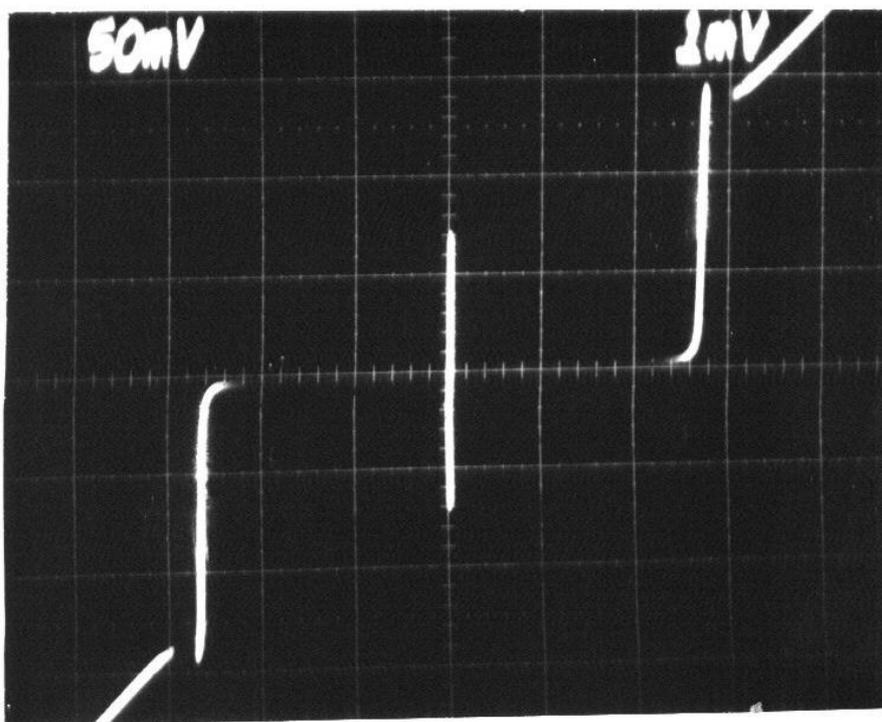


Рисунок 16: Осциллограмма вольт-амперной характеристики джозефсоновского контакта. Шкала по горизонтали 1 мВ, по вертикали 50 мкА. С сайта [16].

12 Интересно и поучительно, что этот результат Джозефсон получил будучи аспирантом. При этом в ходе обсуждения своих результатов Джозефсону приходилось спорить с Бардиным, на тот момент уже единожды нобелевским лауреатом (Джон Бардин является уникальным дважды лауреатом Нобелевской премии по физике: 1956, за создание транзистора; 1972, за теорию БКШ). И аспирант в этом споре оказался прав.

13 Джозефсон получил 1/2 премии «за теоретическое предсказание туннельных эффектов, известных как эффекты Джозефсона», вторую половину разделили Л. Есаки и И. Гьевер «за экспериментальное обнаружение туннельных эффектов в полупроводниках и сверхпроводниках». Исследования Есаки привели к созданию туннельного диода, исследования Гьевера связаны с туннелированием в NS-контактах.

При токе больше некоторого критического значения на переходе возникает некоторая разность потенциалов (сверхпроводимость в слабой связи разрушается). Пусть мы создали такие условия, что на переходе есть некоторая разность потенциалов U . Куперовские пары по-прежнему могут туннелировать между «берегами» структуры, однако теперь необходимо учесть изменение энергии куперовской пары при прохождении под барьером. Оно равно $2eU$. Этот избыток энергии может быть излучён в виде фотона, частота которого $\omega \approx \frac{2eU}{\hbar}$. Частота осцилляций оказывается в радиочастотной области: для напряжения 1 мкВ она равна 483.6 МГц. Обратите внимание, что множитель «2» здесь связан с тем, что заряд куперовской пары равен удвоенному заряду электрона. То есть, нестационарный эффект Джозефсона является одним из доказательств существования куперовских пар.

Измерение частоты таких осцилляций позволяет экспериментально определить отношение $\frac{e}{\hbar}$. Так как частота является одной из наиболее точно измеримых физических величин, нестационарный эффект Джозефсона используется в качестве международного стандарта напряжения.¹⁴

¹⁴ Реальное устройство стандарта конечно сложнее. Но современные стандарты обеспечивают воспроизводимость результата на уровне 10^{-9}