



NATIONAL RESEARCH
UNIVERSITY

Майнор "Мир глазами физиков" 2017-2019

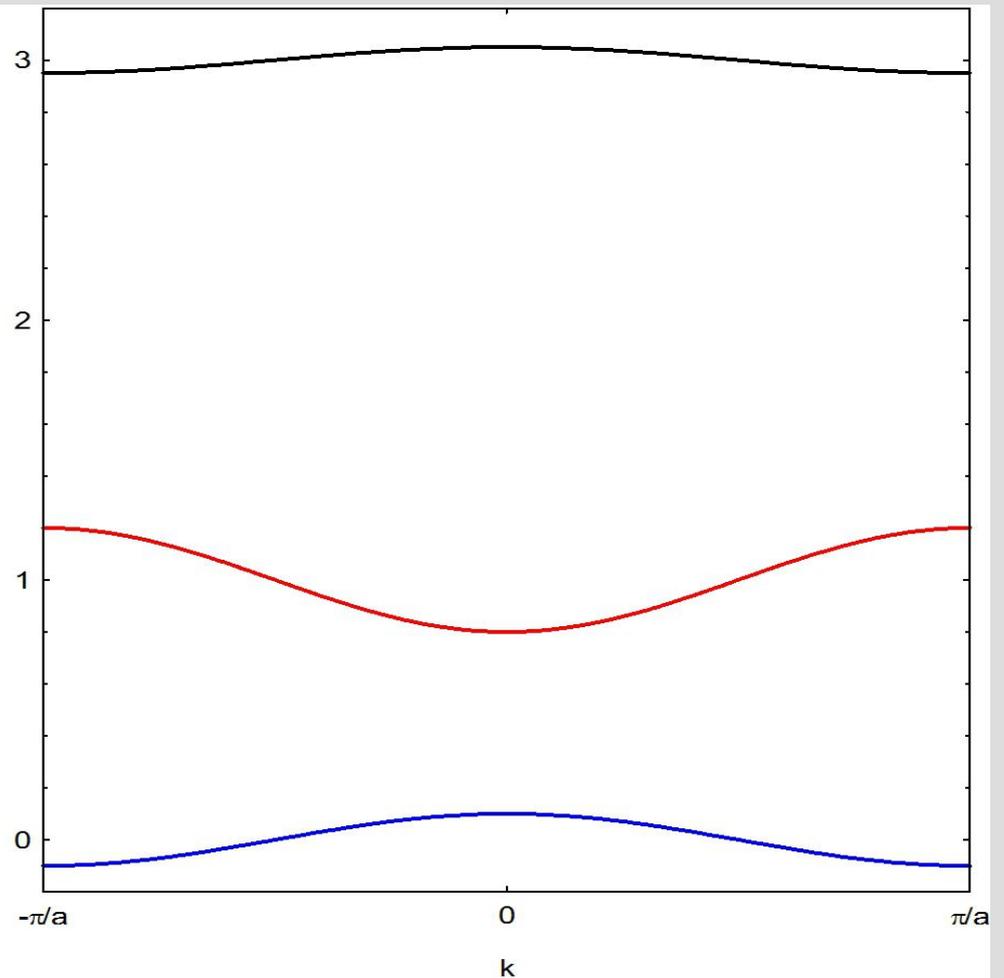
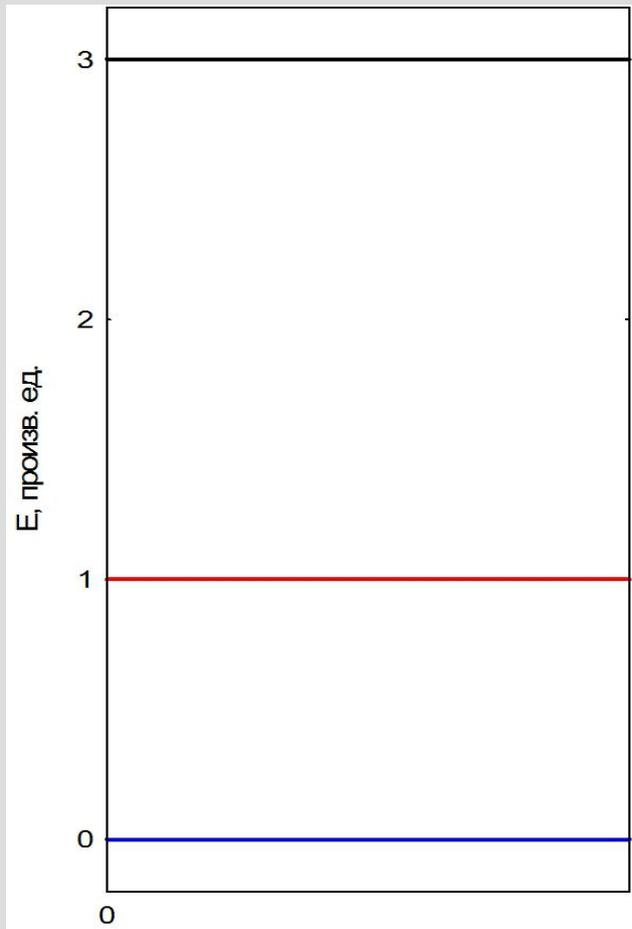
Осень 2017

Квантовая физика 'для чайников'

Лекция 11:

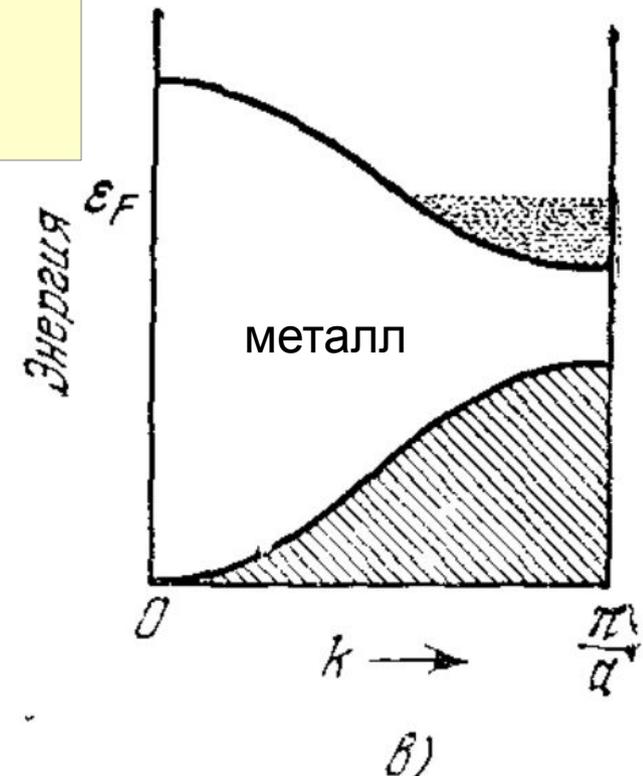
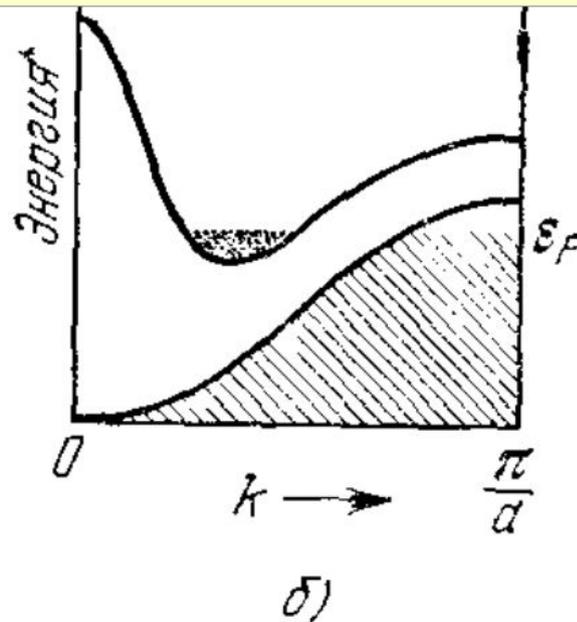
Макроскопические квантовые
явления II: полупроводники,
двумерный электронный газ, фононы

Энергетические зоны в кристалле



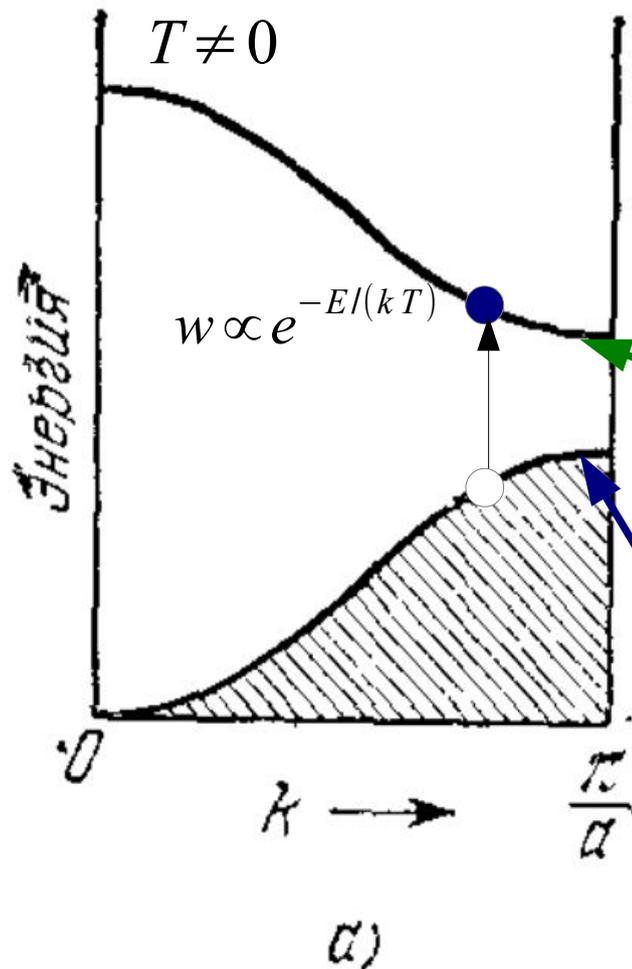
Полупроводники

Полупроводник – это диэлектрик с небольшой шириной запрещённой зоны (условно, до 3 эВ)



Варианты заполнения электронных состояний (схематически). Занятые состояния показаны штриховкой. (а) Случай полностью заполненной зоны, диэлектрик. (б) Случай перекрывающихся зон, металл или полуметалл. (в) Случай частичного заполнения последней зоны, металл. Из книги Киттеля

Электроны и дырки в полупроводнике.



$$T \sim 300\text{K} \ll \Delta \sim 0.2 \dots 1 \text{ эВ} \simeq 2000\text{K} \dots 10000\text{K}$$

- 1) Количество электронов и вакансий малы
- 2) В равновесии электроны и вакансии образуются вблизи квадратичных экстремумов

$$\varepsilon_e(\vec{q}) = E_g + \frac{\hbar^2 \vec{q}^2}{2 m_e}$$

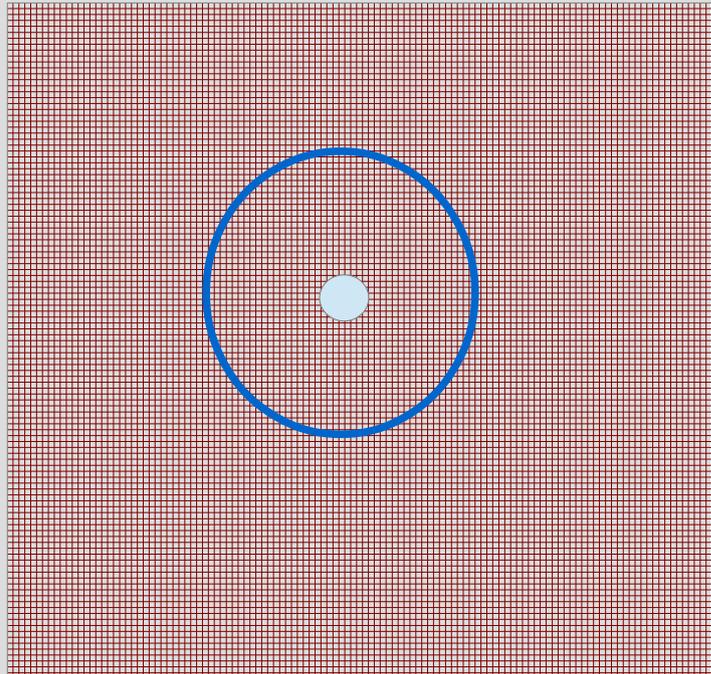
$$\varepsilon(\vec{q}) \approx \frac{\hbar^2 \vec{q}^2}{2 M}$$

$$M < 0$$

Вектор q отсчитывается от экстремума.

На основе рис. из книги Ч.Киттеля

Примесной атом в полупроводнике



$$\varepsilon \simeq 10$$
$$m \simeq m_0 / 10$$

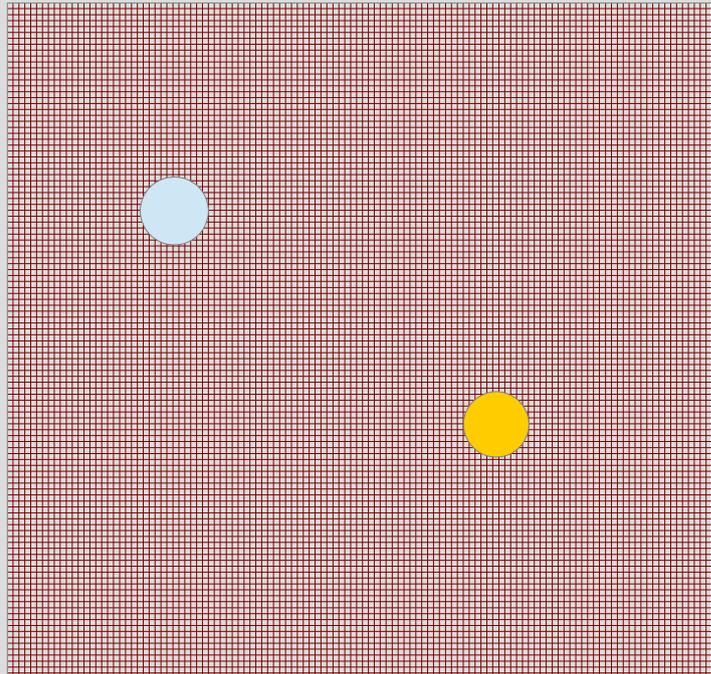
$$Ry = \frac{1}{2} \frac{k m e^4}{\hbar^2} = 13.6 \text{ эВ}$$

$$r = \frac{\hbar^2}{k m e^2} \approx 0.5 \text{ \AA}$$

После перенормировки массы и заряда: радиус 50 \AA , энергия связи 10 мэВ или 100 К

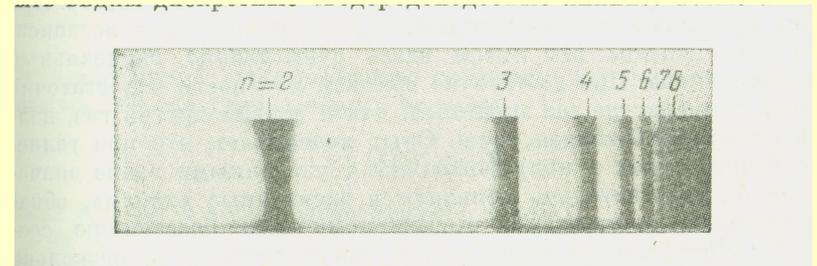
Экситон в полупроводнике

Связанное состояние электрона и дырки – аналог атома позитрония.

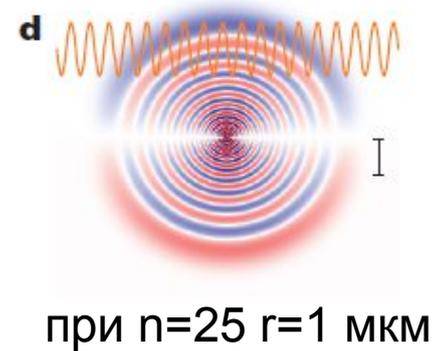
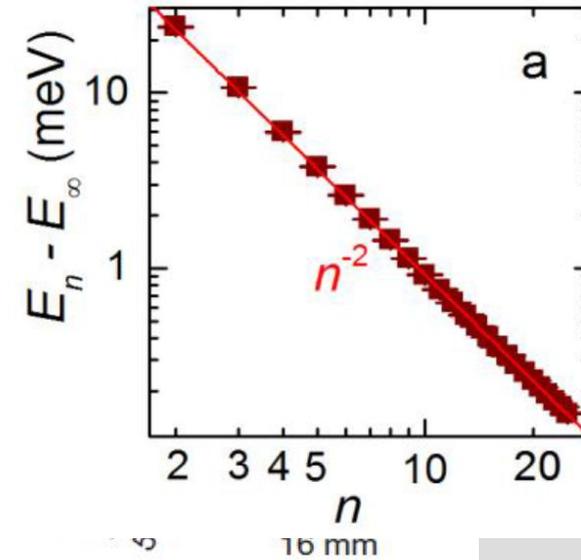
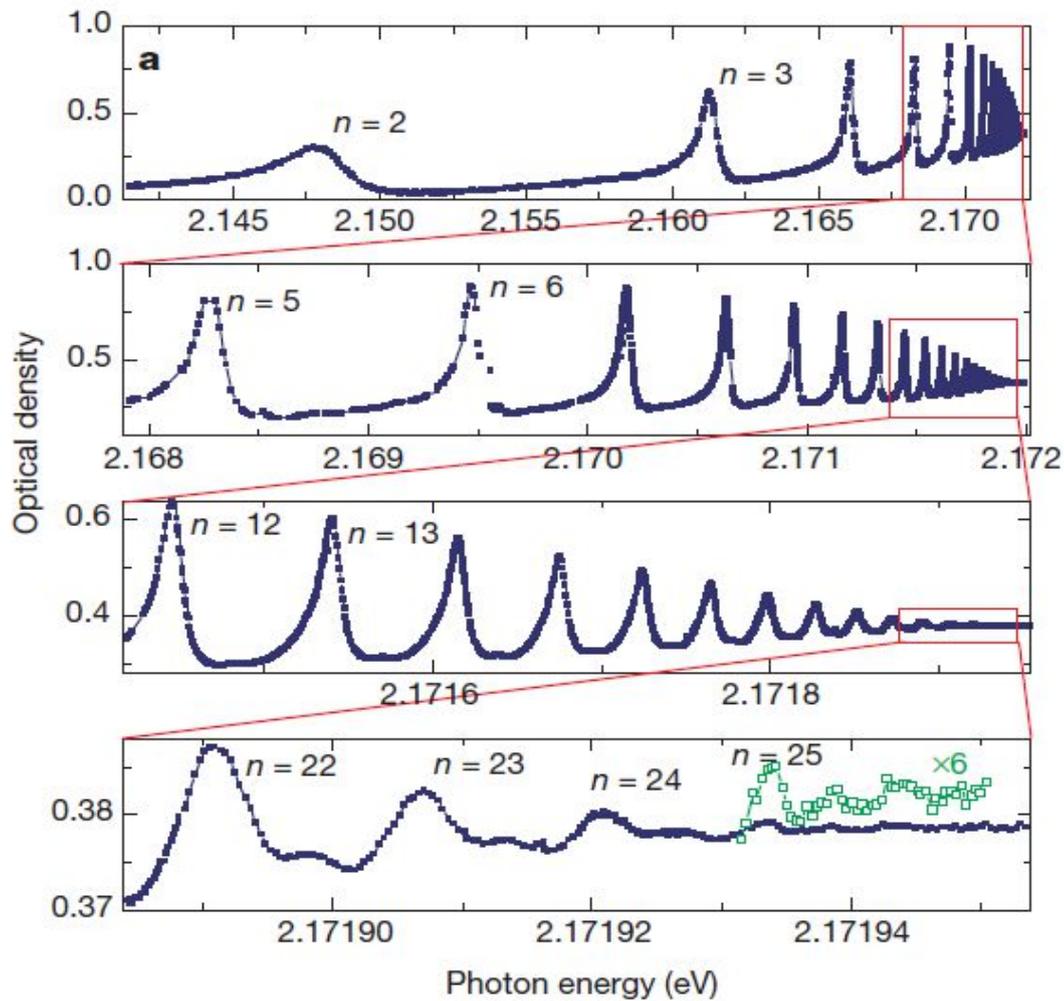


$$E_n = -\frac{1}{\epsilon^2} \frac{m_e m_h}{m_0 (m_e + m_h)} R_y \frac{1}{n^2}$$

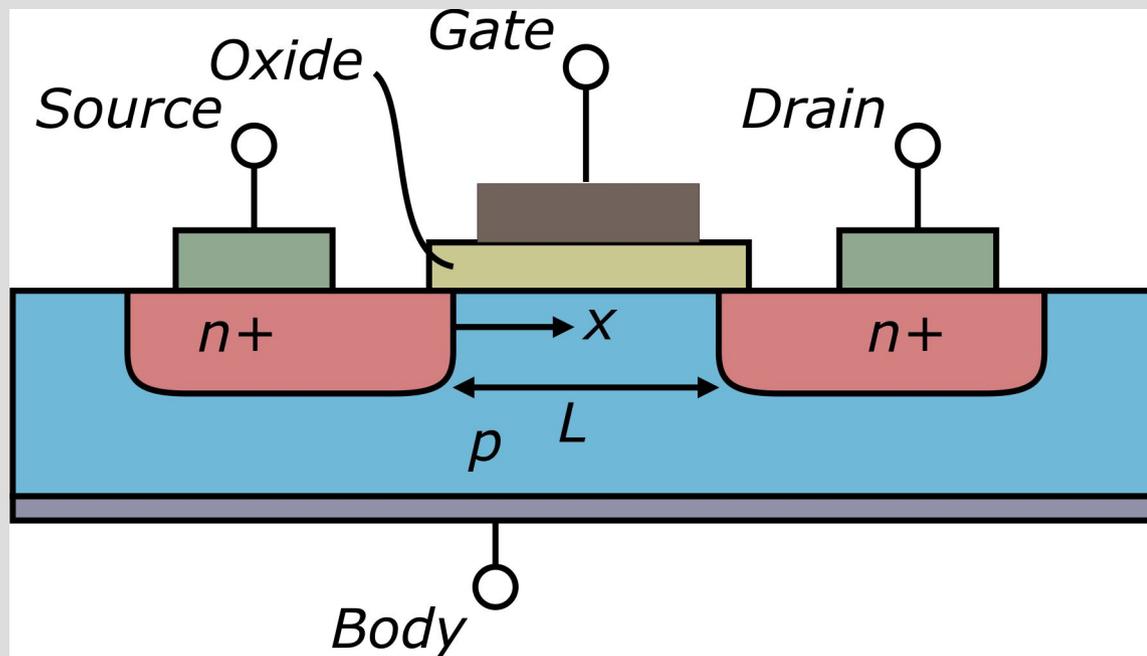
Рождение связанной пары требует меньшей энергии



“State of the art” эксперимент



Полевой транзистор



wikipedia.org, Field-effect transistor, 2017, https://en.wikipedia.org/wiki/Field-effect_transistor

Создание потенциальной ямы в полевом транзисторе

При положительном потенциале затвора электроны притягиваются к затвору в направлении Z, но остаются свободными в плоскости XY

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + (W - U) \Psi = 0$$

$$U = \begin{cases} \infty, & z < 0 \\ eEz, & z > 0 \end{cases}$$

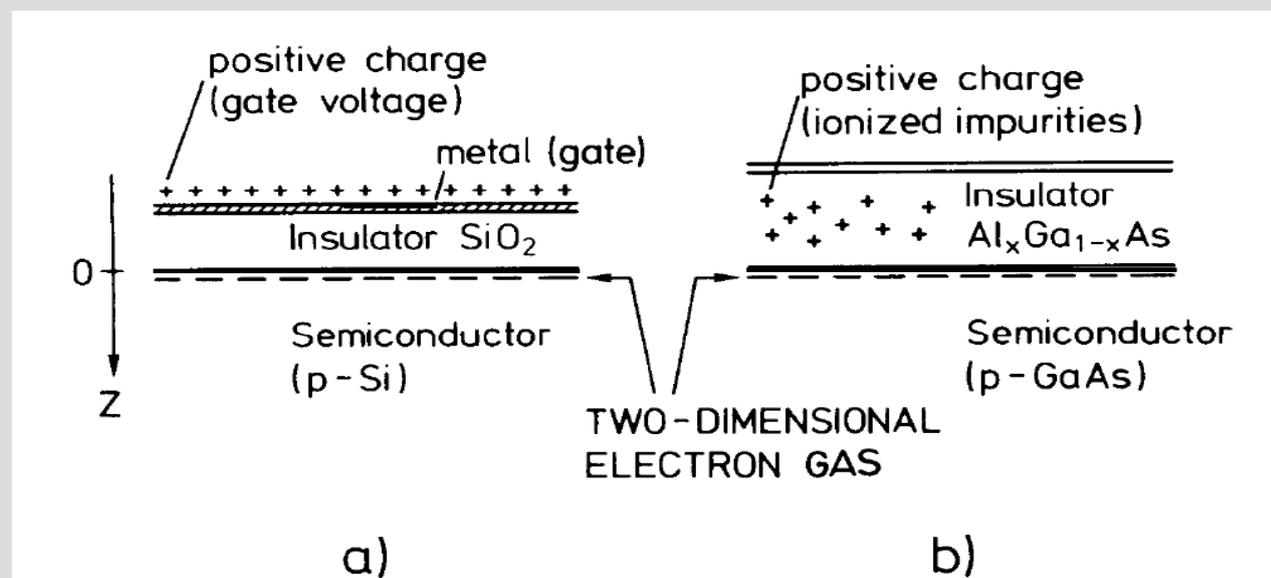
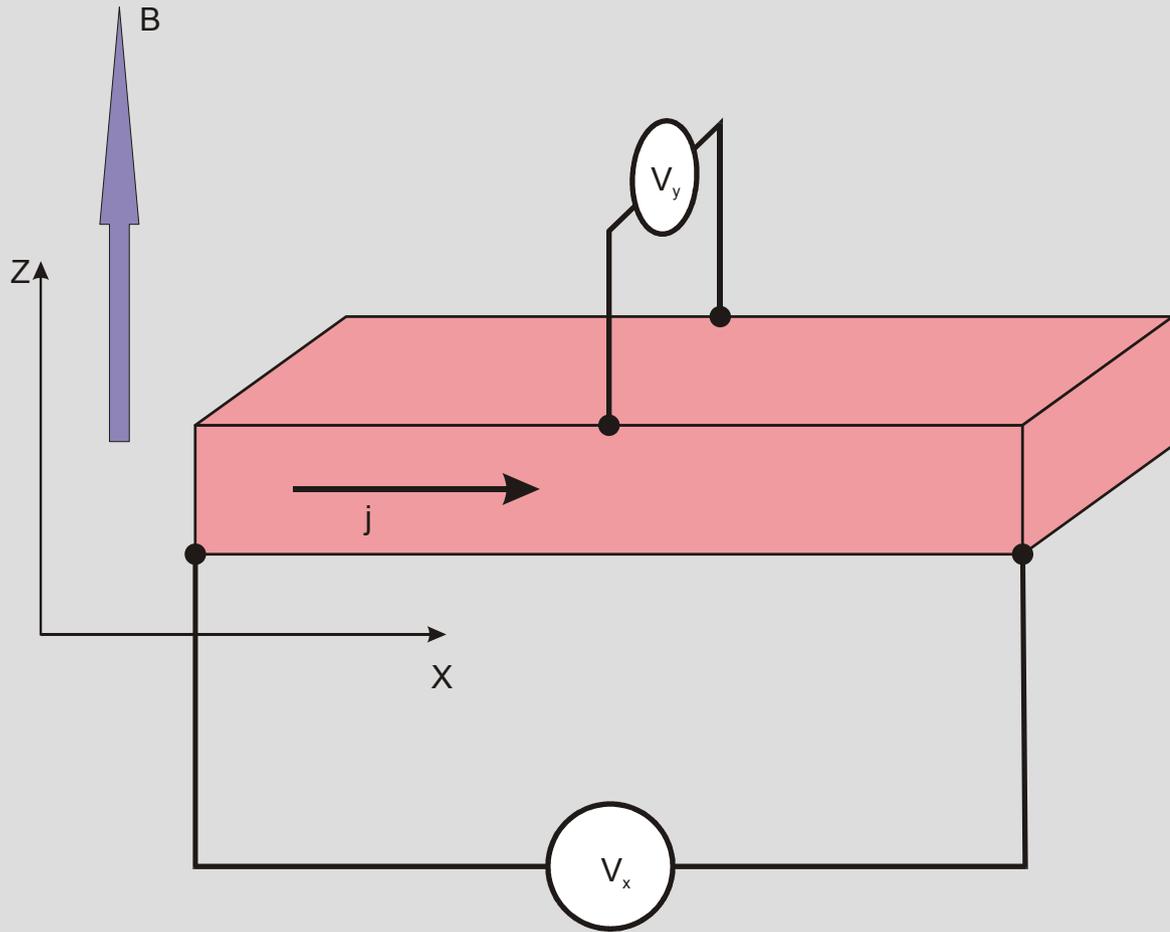


Fig. 1. A two-dimensional electron gas (2DEG) can be formed at the semiconductor surface if the electrons are fixed close to the surface by an external electric field. Silicon MOSFETs (a) and GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterostructures (b) are typical structures used for the realization of a 2DEG.

Эффект Холла



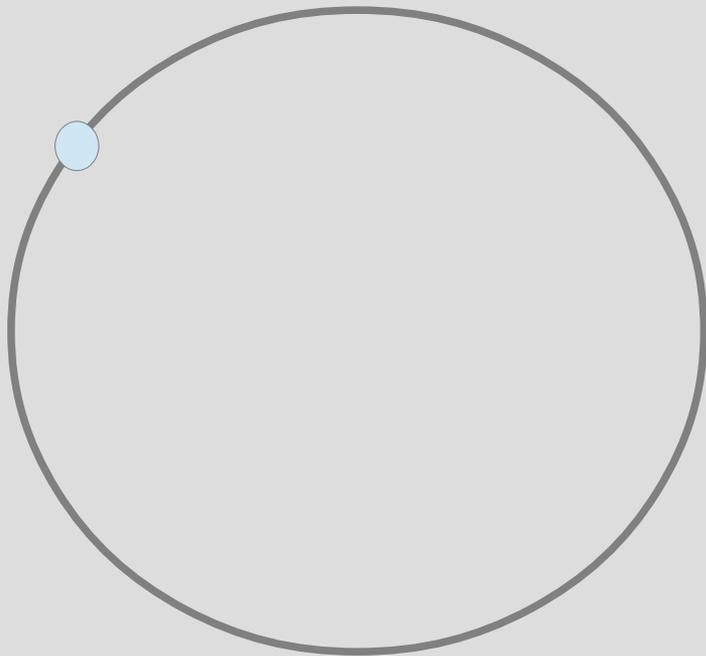
$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$E_y = V_x B \quad \text{установившийся режим}$$

$$I_x = q n S V_x$$

$$E_y = \frac{U_y}{L_y} = \frac{B}{q n S} I_x$$

Квантование циклотронного ДВИЖЕНИЯ



$$m \frac{V^2}{r} = q V B$$

$$p 2\pi r = n h$$

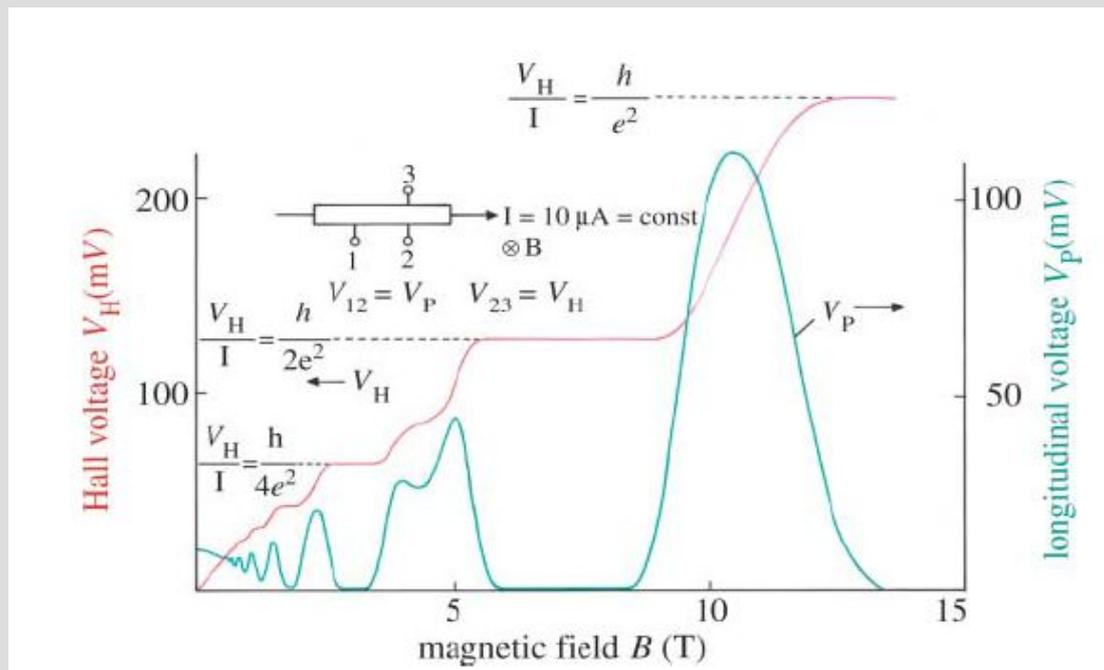
$$r_n = \sqrt{\frac{n \hbar}{q B}}$$

В поле 10 Тл радиус первой орбиты около 100Å

Двумерный электронный газ в магнитном поле

Достижимые концентрации: 10^{12} 1/см²

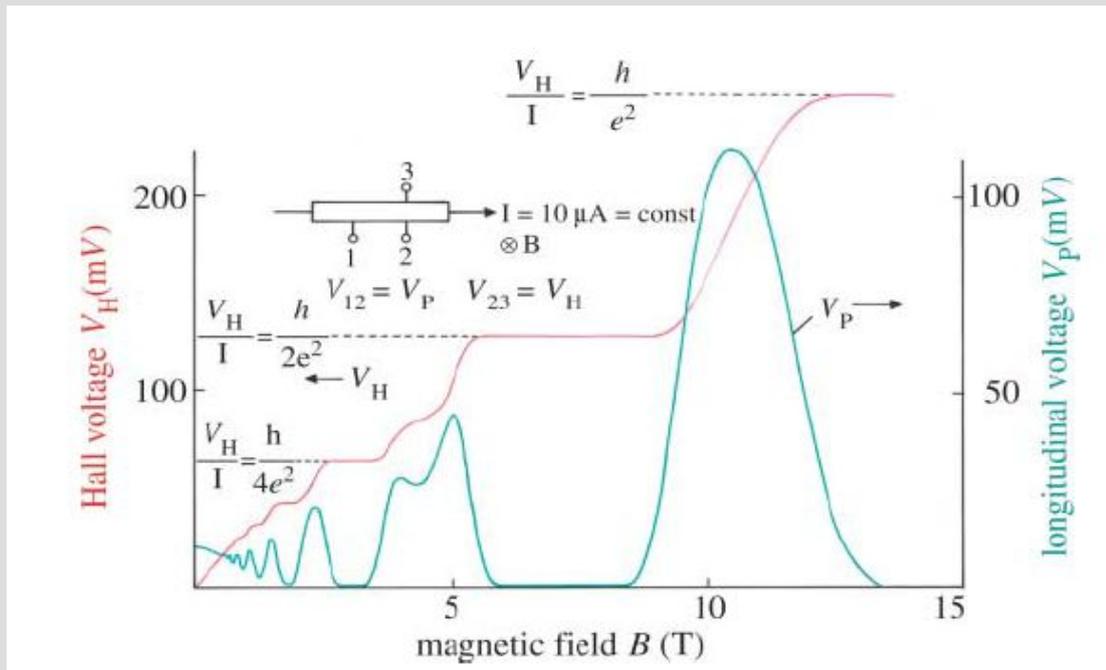
В поле около 10 Тл циклотронные орбиты “замостят” весь образец и дрейфовое движение электронов станет невозможно!



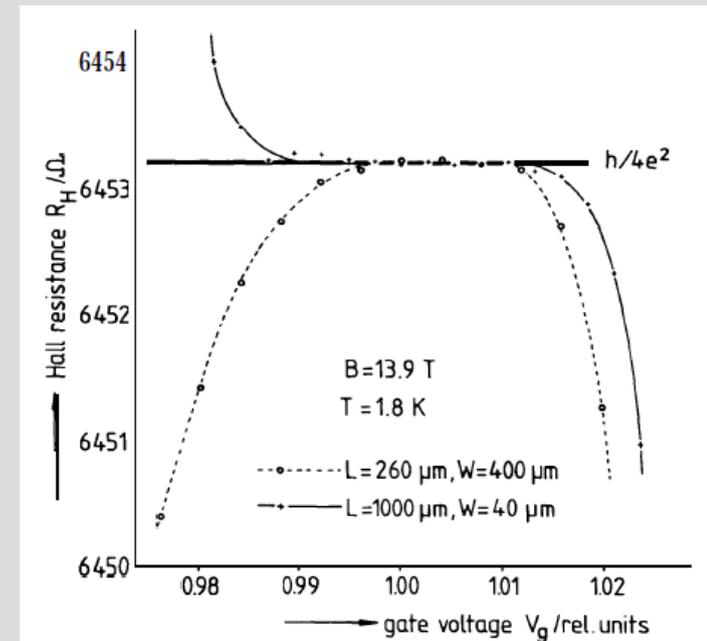
Зависимости от магнитного поля продольного и холловского напряжений на гетероструктуре GaAs-AlGaAs при токе 10 мкА.
Klaus von Klitzing , Developments in the quantum Hall effect, Philosophical Transaction of the Royal Society A, 363, 2203 (2005)

Использование квантового эффекта Холла как стандарта

Холловское сопротивление на плато КЭХ не зависит от размера образца, качества образца, способа крепления проводов итд.



Klaus von Klitzing, Developments in the quantum Hall effect, Philosophical Transaction of the Royal Society A, 363, 2203 (2005)

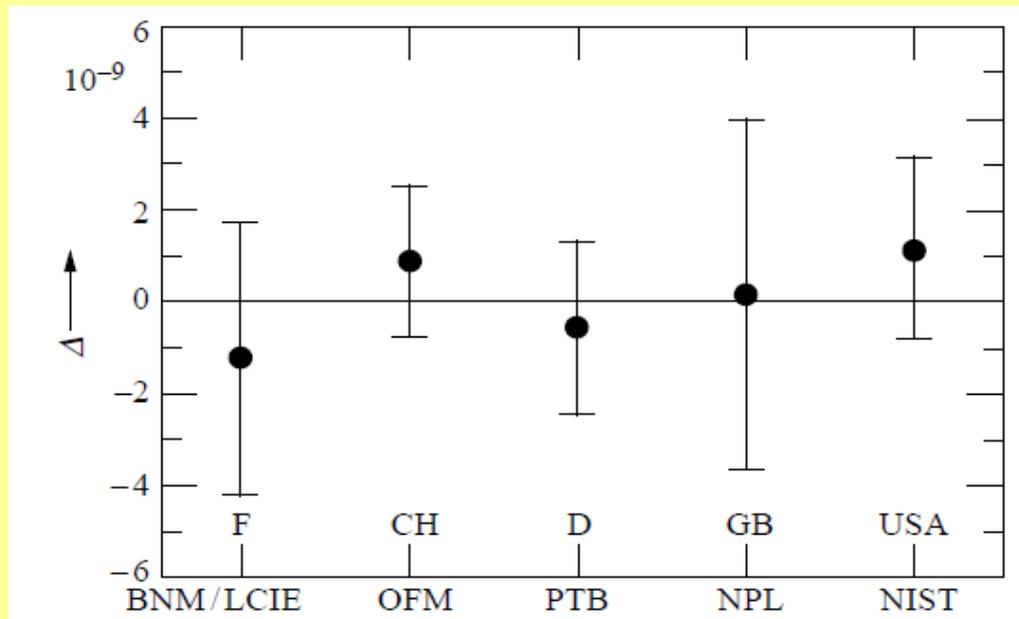
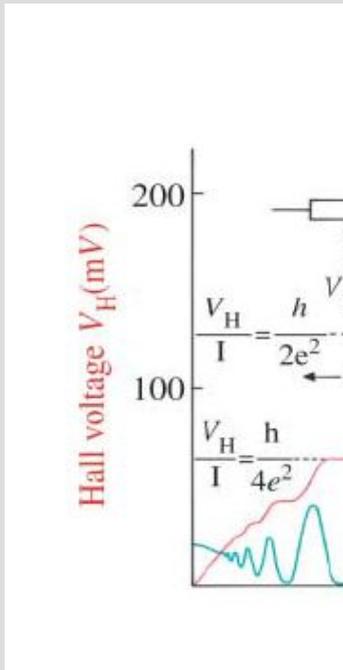


Сравнение плато Холловского сопротивления для образцов разной формы (L - длина, W - ширина). На графике изображена зависимость холловского сопротивления от напряжения на затворе МОП-структуры, контролирующего концентрацию электронов в двумерном газе.

Klaus von Klitzing, The Quantized hall effect, Nobel Prize Lecture, (1985)

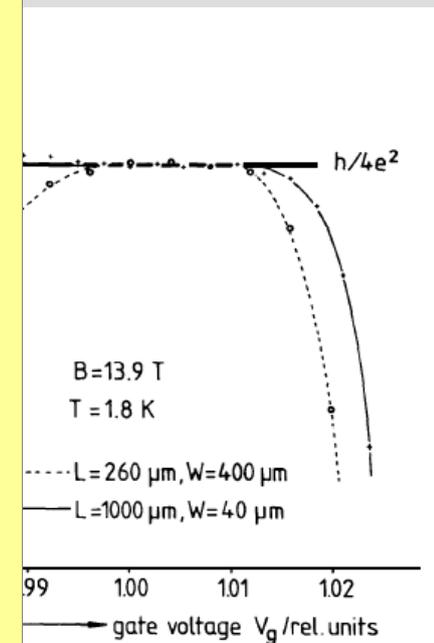
Использование квантового эффекта Холла как стандарта

Холловское
качества об



Воспроизводимость холловского сопротивления в различных лабораториях.

образца,



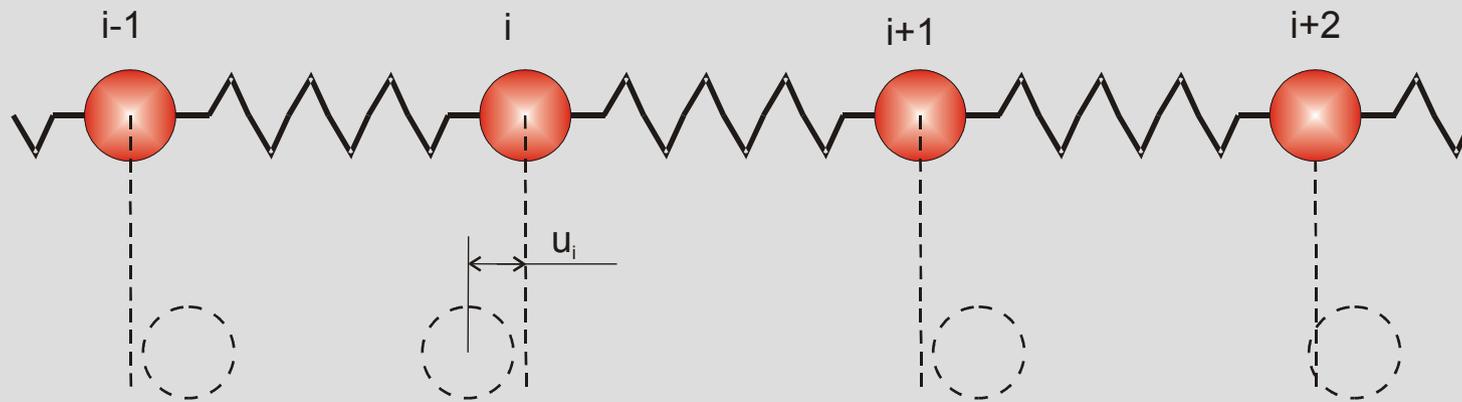
сопротивления для образцов
(ширина). На графике изображена
отивления от напряжения на

Klaus von Klitzing, Developments in the quantum Hall effect, Philosophical Transactions of the Royal Society A, 363, 2203 (2005)

затворе МОП-структуры, контролирующего концентрацию электронов в двумерном газе.

Klaus von Klitzing, The Quantized hall effect, Nobel Prize Lecture, (1985)

Колебания решётки



Модель «шариков и пружинок».

$$M \frac{d^2 u_j}{dt^2} = C (u_{j+1} + u_{j-1} - 2u_j)$$

Колебания цепочки атомов.

$$M \frac{d^2 u_j}{dt^2} = C (u_{j+1} + u_{j-1} - 2u_j)$$

$$u_j = u_0 e^{i(kx_j - \omega t)}$$

← ищем решение в форме бегущей волны с произвольной амплитудой

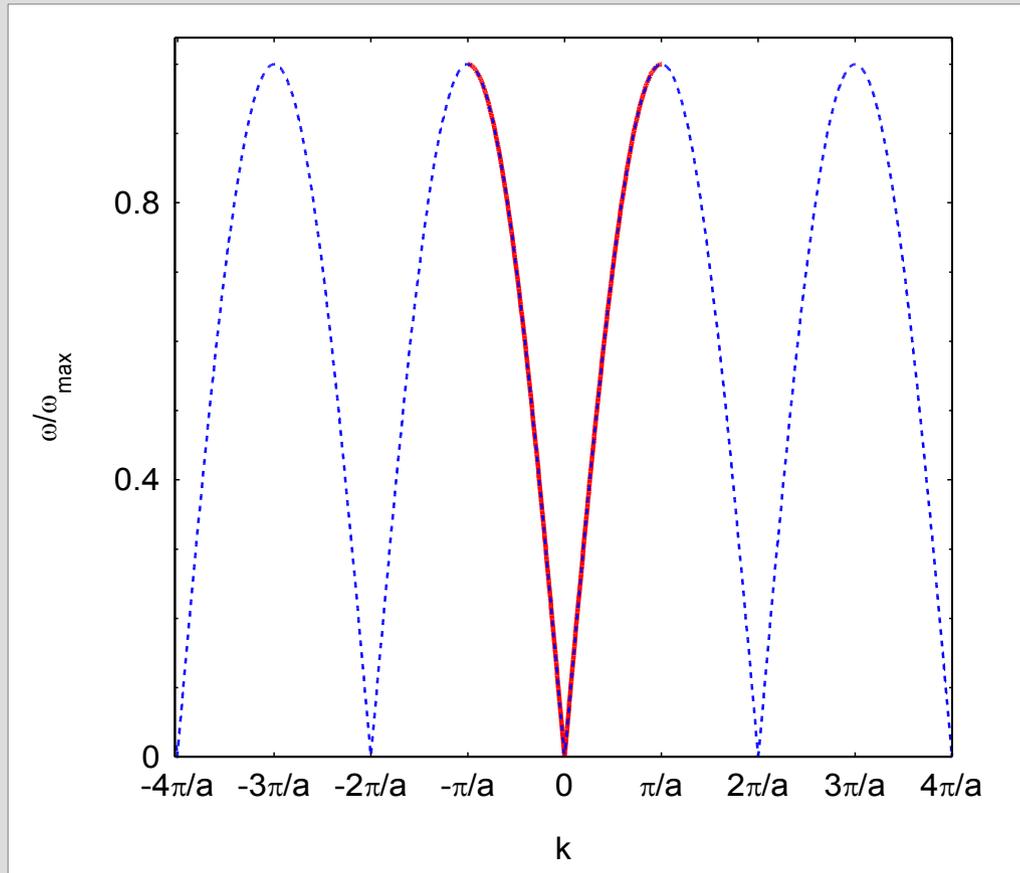
$$x_j = j \cdot a$$

$$-M \omega^2 = C (e^{ika} + e^{-ika} - 2) = -2C (1 - \cos(ka)) = -4C \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4C}{M}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

Только при такой связи частоты и волнового вектора (при таком законе дисперсии) волна распространяется по кристаллу без затухания.

Звуковые волны, порядки величины...



$$\omega = \sqrt{\frac{4C}{M}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

$$k \rightarrow 0 \quad \omega = a \sqrt{\frac{C}{M}} k = sk$$

звуковые колебания

$$\omega = \frac{2s}{a} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

$$s = 10^3 \text{ м/сек}$$

$$a = 2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$



$$\omega_{max} \approx 10^{13} \text{ 1/сек}$$

(ИК спектр, соответствует энергии ~7мэВ или температуре около 80К)

$$V_{гр} = \frac{d\omega}{dk} \text{ зануляется при } k = \pi/a + 2\pi n/a$$

Фонон

- Квант упругого колебания кристалла

$$\omega = \sqrt{\frac{4C}{M}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

Энергия тепловых колебаний кристалла

Высокие температуры – закон Дюлонга и Пти

Низкие температуры – термоактивированные фононы.

Задача о тепловом равновесии при низких температурах эквивалентна вычислению для абсолютно черного тела

$$E = AVT^4$$

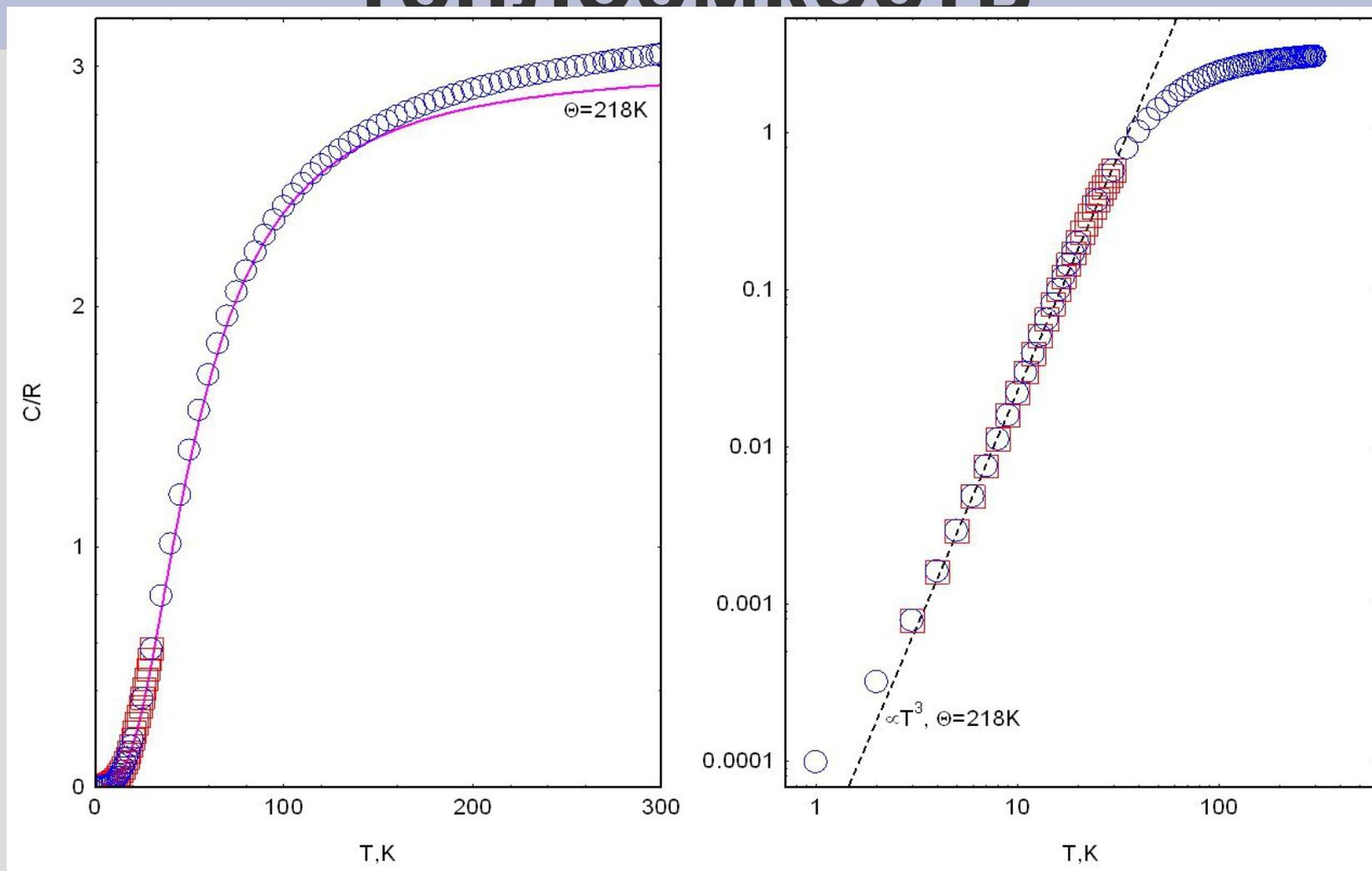
$$C = BT^3$$

$$C_{\mu} \approx 233.8R \left(\frac{T}{\Theta} \right)^3$$

температура Дебая для разных веществ

| | | | | | |
|-------|------|------|-----|----|-----|
| алмаз | 2200 | Ag | 227 | Si | 645 |
| Mg | 400 | Au | 162 | Ge | 374 |
| Cu | 344 | He | 26 | Ar | 92 |
| Fe | 470 | NaCl | 275 | Pb | 105 |
| Al | 428 | Pt | 239 | | |

Низкотемпературная теплоёмкость



Теплоёмкость металлического серебра.. На правой панели показан закон Дебая с определённой по подгонке приведённых данных температурой Дебая 218К. На левой панели показана полная кривая модели Дебая, вычисленная для температуры Дебая 218К

Задачи домашнего задания

Задача 1

Электрону энергетически невыгодно находиться рядом с атомами гелия, поэтому оказавшись в толще жидкого гелия, электрон образует вокруг себя пустой пузырек (“баблон”). Оценить радиус такого пузырька исходя из соотношения неопределенности. Коэффициент поверхностного натяжения в жидком гелии равен $\sigma = 0,36 \text{ мН/м}$, энергия связанная с поверхностью равна $E = \sigma S$.

Задача 2

Найдите отношение количеств теплоты, необходимых для изменения температуры кристалла алмаза на 1К, при начальной температуре в 1К и 100К. Температура Дебая для алмаза равна 2200К.