

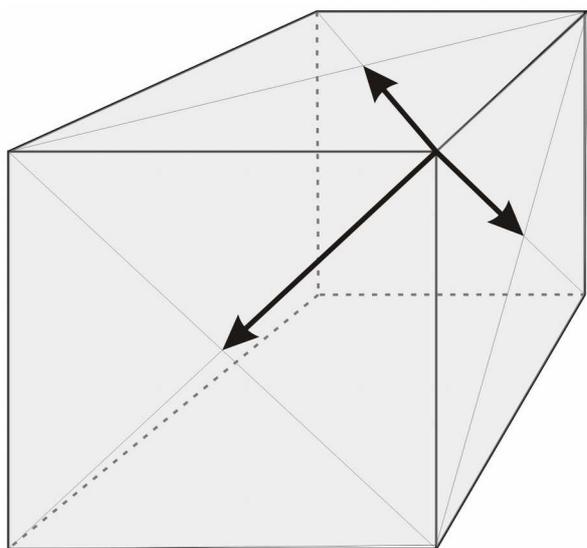
Неделя 14. Квазичастицы в магнетиках. Магнитоупорядоченные кристаллы в магнитном поле.

Оглавление

Задача Т.14.1.....	2
Задача 2.53.....	4
Задача Т.14.2.....	5

Задача Т.14.1

Оксид марганца MnO кристаллизуется в ГЦК решётку со стороной куба 4.5\AA . При температуре 122K он упорядочивается антиферромагнитно, причём спины ионов Mn^{2+} формируют чередующиеся ферромагнитные плоскости, перпендикулярные к одной из главных диагоналей куба. На какой минимальный угол отклонится при дифракции на порошке MnO пучок нейтронов с энергией $\varepsilon=25\text{ мэВ}$ при температуре образца 4.2K ? Как будет качественно изменяться интенсивность этого дифракционного пика при нагреве до температуры фазового перехода?



примитивные трансляции ГЦК решётки

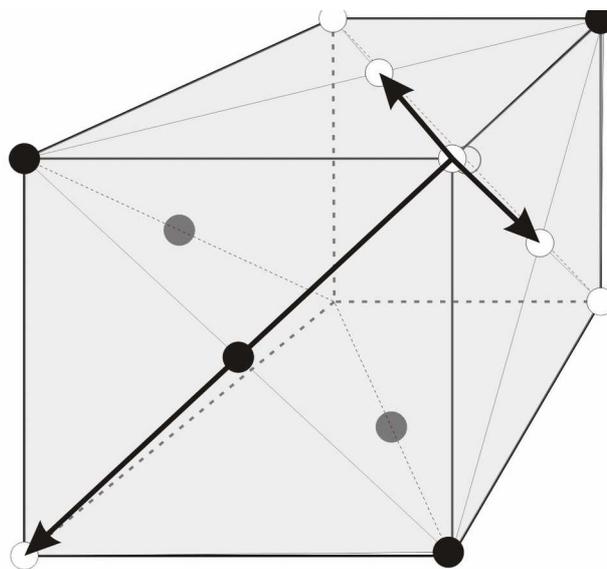


схема АФМ порядка и примитивные трансляции магнитной решётки

Рисунок 1: К задаче Т.14.1. Примитивные трансляции в кристалле MnO в парамагнитной фазе (слева) и в антиферромагнитной фазе (справа). Чёрными и белыми кружками на правом рисунке показаны ионы с противоположными ориентациями среднего спина.

ГЦК решётка не примитивная, одним из способов выбрать её примитивные трансляции — это взять половинки диагоналей граней куба: $a_1=(x+y)/2$ и т. д., где x , y , z — вектора трансляции вдоль соответствующего ребра куба, их длина равна стороне куба a . При антиферромагнитном упорядочении указанного типа (см. рисунок 1) в антиферромагнитной фазе один из периодов удваивается. Примитивные трансляции магнитной структуры могут быть записаны в виде $(x+y)$, $(x+z)/2$, $(y+z)/2$.

Воспользуемся условием дифракции в общем виде $\Delta \vec{k}=\vec{G}$. графическая интерпретация этого условия показана на рисунке 2. Температура опыта 4.2K (температура кипения жидкого гелия при атмосферном давлении) MnO находится в упорядоченной фазе, поэтому при рассмотрении дифракции надо пользоваться обратной решёткой, вычисленной для примитивных трансляций магнитной структуры (а не кристаллической структуры!).

Нейтроны взаимодействуют с локальными магнитными моментами ионов марганца за счёт

диполь-дипольного взаимодействия, так как несмотря на свою электронейтральность нейтрон имеет магнитный момент.¹ Порошковый образец содержит всевозможно ориентированные кристаллики MnO, поэтому для каждого возможного условия дифракции найдётся порошинка, подходящим образом сориентированная (единственное условие $|\vec{G}| < 2|\vec{k}|$).

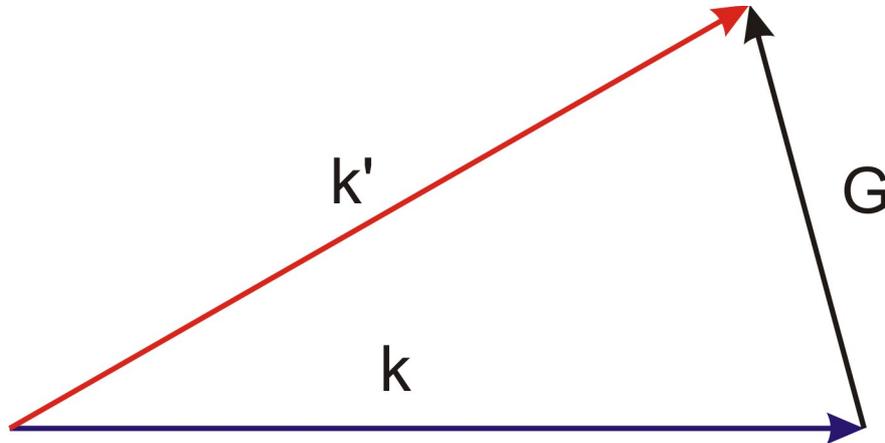


Рисунок 2: К задаче Т.14.1. Вычисление угла отклонения.

Нас интересует упругое рассеяние, длина волны нейтронов при этом не меняется. Тогда отклонение на минимальный угол происходит для вектора обратной решётки наименьшей длины. В нашем случае такой вектор достаточно очевиден:

$$\vec{G}_{min} = 2\pi \frac{\left[\frac{x+z}{2} \times \frac{y+z}{2} \right]}{\left((x+y) \cdot \left[\frac{x+z}{2} \times \frac{y+z}{2} \right] \right)} = 2\pi \frac{z-x-y}{-x^2-y^2} = \frac{\pi}{a^2} (x+y-z) \quad , \text{длина этого вектора} \quad \frac{\pi\sqrt{3}}{a} \quad .$$

Обратим внимание, что этот вектор ровно вдвое короче самого короткого вектора обратной решётки в парамагнитной фазе. То.е., в парамагнитной фазе дифракция на такой угол просто невозможна. Это сразу отвечает на второй вопрос задачи: при повышении температуры до температуры перехода интенсивность этого дифракционного пика обратится в ноль. Вообще говоря, интенсивность такого *магнитного* дифракционного пика пропорциональна квадрату среднего магнитного момента магнитного иона.

Для угла отклонения остаётся тривиальная тригонометрия и использование выражения для дебройдовской длины волны:

$$\sin \frac{\phi}{2} = \frac{G/2}{k} = \frac{\pi\sqrt{3}/(2a)}{2\pi/\lambda} = \frac{\sqrt{3}\lambda}{4a} \quad , \text{длина волны нейтрона} \quad \lambda = \frac{9.04\text{\AA}}{\sqrt{E(\text{мэВ})}} = 1.8\text{\AA} \quad .$$

Отсюда $\sin \frac{\phi}{2} = 0.173$ и $\phi = 20^\circ$.

¹ Можно обратить внимание на то, что дифракция нейтронов на решётке кристалла связана с сильным взаимодействием нейтронов с ядрами, а дифракция нейтронов на магнитной структуре кристалла — с гораздо более слабым магнитнодипольным взаимодействием. Однако сильное взаимодействие короткодействующее, а диполь-дипольное взаимодействие — дальнедействующее. Случайным образом оказывается, что сечения рассеяния на кристаллической решётке и на магнитной структуре оказываются в результате сопоставимы, так что один и тот же нейтронный дифрактометр может изучать и кристаллическую и магнитную структуру.

Задача 2.53

В антиферромагнетиках (спиново упорядоченных магнетиках с антипараллельными магнитными моментами соседних атомов) закон дисперсии длинноволновых магнонов имеет вид $\omega = v|\vec{K}|$, где фазовая скорость $v = \text{const}$. Отличительным состоянием магнонов в антиферромагнетике является то, что для каждого значения волнового вектора возможны две «поляризации». Найти отношение магнонного и фононного вкладов в низкотемпературную теплоёмкость кристалла для скорости спиновых волн $v = 3 \cdot 10^5$ см/сек и скорости звука $s = 5 \cdot 10^5$ см/сек.

Для линейного спектра возбуждений ответ для теплоёмкости будет описываться законом T^3 Дебая. Единственное отличие — изменение числа поляризаций и замена скорости звука на скорость спиновых волн для магнонов. Поэтому можно сразу воспользоваться известным результатом:

$$C_{\text{фон}} = \frac{12}{5} \pi^4 N k_B \left(\frac{T}{\Theta_{\text{фон}}} \right)^3$$

$$C_{\text{маг}} = \frac{8}{5} \pi^4 N k_B \left(\frac{T}{\Theta_{\text{маг}}} \right)^3.$$

Температура Дебая $\Theta = \hbar \omega_D / k_B = \frac{\hbar s}{k_B} \left(6\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{1/3}$ пропорциональна скорости соответствующих волн.

В условии неопределено сколько атомов в кристаллической и магнитной элементарной ячейке — это однако оказывается непринципиально, так как то же самое число ячеек входит в куб дебаевской температуры и в итоге сокращается.²

Окончательно

$$\frac{C_{\text{маг}}}{C_{\text{фон}}} = \frac{2}{3} \left(\frac{s}{v} \right)^3 \approx 3.08$$

При обсуждении результата можно отметить, что численно ответ существенно зависит от отношения скоростей. И если скорость звука достаточно близка во многих кристаллах, скорость спиновых волн определяется величиной обменного интеграла и в разных системах меняется на порядки. Оценим какая величина обменного интеграла соответствует условиям задачи.

Для модели антиферромагнитной цепочки (см., например, книгу Киттеля, результат приводится на лекции) спектр спиновых волн $\hbar \omega = 2J S |\sin(ka)|$, то есть скорость

² Этого потенциально запутывающего вопроса можно избежать, если просто вычислить низкотемпературную теплоёмкость из общих принципов. Для фононов (3 поляризации) энергия тепловых колебаний в низкотемпературном пределе $E = 3 \int \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / T} - 1} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 / V} \propto 3 \frac{T^4}{s^3}$ (опущены все коэффициенты, которые не изменятся при вычислении магнонного вклада). Откуда $C_{\text{фон}} \propto 3 \frac{T^3}{s^3}$, $C_{\text{магн}} \propto 2 \frac{T^3}{v^3}$ и далее очевидно получим ответ.

спиновых волн $\nu = 2JSa/\hbar$. Для спина 1/2 и типичного межатомного расстояния 3 \AA получаем, что заданной скорости спиновых волн соответствует величина обменного интеграла $J = 76 \text{ K}$. Это значение обменного интеграла является достаточно средним для антиферромагнетиков. Температура Кюри-Вейса для такого антиферромагнетика на кубической решётке -115К, то есть ожидаемая температура Нееля около 100К. Существует много антиферромагнетиков с меньшими значениями обменного интеграла и меньшими температурами упорядочения. Для таких антиферромагнетиков, скорости спиновых волн будут ещё меньше и относительный вклад магнитной теплоёмкости при низких температурах будет ещё больше.

Задача Т.14.2

В тонких пластинках магнитноупорядоченных кристаллов высокого качества длина пробега магнона может оказаться больше поперечного размера пластинки. При этом формируется стоячая спиновая волна с большой амплитудой колебаний локальной намагниченности. При облучении образца электромагнитными волнами, частота которых совпадает с частотой стоячей волны наблюдается резонансное поглощение (спин-волновой резонанс). Для пластинки ферромагнетика определить, при каких значениях индукции приложенного магнитного поля будут видны спин-волновые резонансы при наблюдении на частоте 9 ГГц, и оценить максимально возможное количество наблюдаемых спин-волновых резонансов. Ферромагнитный материал имеет простую кубическую решётку с периодом $a = 3 \text{ \AA}$, взаимодействуют только ближайшие соседи, величина обменного интеграла $|J| = 100 \text{ K}$, толщина пластинки $d = 2 \text{ мкм}$, магнетизм считать чисто спиновым, $S = 3/2$. Постоянное магнитное поле приложено в плоскости пластинки, эффекты размагничивания и анизотропии не учитывать. Считать, что на границах образца имеется узел стоячей волны. Спектр спиновых волн в кубическом ферромагнетике в магнитном поле имеет вид

$$\omega = 2 \frac{|J|S}{\hbar} (3 - \cos(k_x a) - \cos(k_y a) - \cos(k_z a)) + \frac{g \mu_B B}{\hbar} .$$

Комментарии:

1. дополнительный материал по этому вопросу с примерами экспериментальных данных есть в книге Ч.Киттеля «Введение в физику твёрдого тела», стр. 619.
2. в ферромагнетиках существенны эффекты размагничивания — для резонансного поглощения важно поле внутри образца. Поэтому реально стараются использовать образцы либо в форме шарика (эллипсоида), либо тонкие пластинки с полем приложенном вдоль или поперёк пластинки. Для упрощения задачи эффекты размагничивания исключены по условию.

Опыты по резонансному поглощению электромагнитных волн сантиметрового и близких диапазонов (электронный парамагнитный резонанс, ферромагнитный резонанс, антиферромагнитный резонанс) делаются как правило на постоянной частоте с развёрткой магнитного поля.³ Обычно, так как длина электромагнитной волны велика, её волновой

3 Причина чисто техническая — на используемых частотах (9 ГГц в условиях задачи) АЧХ всех элементов экспериментальной установки сильно зависит от частоты, вместо легко перестраиваемых колебательных контуров радиочастотного диапазона используются объёмные резонаторы, частоту которых менять трудно. Поэтому измерение на постоянной частоте в большинстве задач оказывается гораздо легче организовать.

вектор много меньше бриллюэновского и возбуждаются практически однородные колебания с $k=0$. Для такой однородной прецессии ферромагнетика резонансное поглощение возникает в поле $B_{одн} = \frac{\hbar \omega}{g \mu_B}$.

Спин-волновые резонансы позволяют расширить доступную к исследованию область импульсного пространства, однако это всё равно остаётся окрестность центра зоны Бриллюэна, что позволяет разложить спектр: $\omega \approx \frac{|J|S a^2}{\hbar} k^2 + \frac{g \mu_B}{\hbar} B$.

Условие формирования стоячей волны в пластинке: $kd = \pi n$.

Соответственно, поле в котором будет наблюдаться n -ый спин-волновой резонанс:

$$B_n = B_{одн} - \frac{|J|S \pi^2}{g \mu_B} \left(\frac{a}{d}\right)^2 n^2.$$

Таким образом, спин-волновые резонансы наблюдаются в полях меньше поля однородной прецессии. Максимальный порядок определяется условием $B_n = 0$, то есть:

$$N_{max} = \frac{d}{\pi a} \sqrt{\frac{\hbar \omega}{|J|S}} = 116.$$

Для проверки можно отметить, что $k(N_{max}) \sim 2 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1} \ll 10^8 \text{ см}^{-1} \sim \frac{\pi}{a} \sim k_B$, так что квадратичное разложение спектра оправдано.

Наша оценка для N_{max} не учитывала ширину резонансных линий — мы считаем ширину линий резонансного поглощения нулевой. Расстояние (по полю) между линиями поглощения, соответствующими n и $n+1$ порядкам ($n \gg 1$):

$$\Delta_n \approx 2n \frac{|J|S \pi^2}{g \mu_B} \left(\frac{a}{d}\right)^2$$

для $n=100$ получим расстояние около 50Э. В хороших кристаллах наблюдаются ширины линий ~ 1 Э. Это означает, что ширина линии не ограничивает нас в наблюдении резонансов с большим n . Однако вблизи от поля $B_{одн}$ наблюдение слабо отстоящих от основного сигнала линий с малым n может быть затруднено близостью к интенсивному основному сигналу ферромагнитного резонанса.