Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 78 *1980* *Вып. 1*

АКУСТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В МЕТАЛЛЕ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ЗАКОНЕ ДИСПЕРСИИ ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ

М. И. Каганов, Ш. Т. Мевлют, И. М. Суслов

Получены выражения для акустоэлектрического тока и акустоэдс без каких-либо предположений о законе дисперсии электронов проводимости и механизме их столкновений. Расчет сделан для случая коротковолнового звука, длина волны которого значительно меньше длины свободного пробега электронов. Полученные формулы позволяют учесть роль магнитного поля.

При поглощении звука металлом в результате передачи импульса звуковой волны электронам в проводнике может быть возбужден ток (его называют акустоэлектрическим) либо на концах разомкнутого проводника создана разность потенциалов — акустоэдс [1].

Когда длина волны звука $\lambda=2\pi/q$ значительно меньше длины свободного пробега электронов l $(ql\gg1)$, звуковую волну можно рассматривать как пакет когерентных фононов с δ-образной функцией распределения $N(\mathbf{k})$ в пространстве волновых векторов [1)] $\mathbf{k}$:

$$N(\mathbf{k})=\frac{(2\pi)^3}{\hbar\omega_\mathbf{q}s_\mathbf{q}}\Phi\delta(\mathbf{k}-\mathbf{q}), \tag{1}$$

где Φ — величина плотности потока звуковой энергии, $\omega_\mathbf{q}$ и $s_\mathbf{q}$ — частота и групповая скорость звука с волновым вектором $\mathbf{q}$ (в пренебрежении упругой анизотропии металла групповая и фазовая $\tilde{s}_q$ скорости звука совпадают).

Для вычисления силы увлечения электронов фононами можно воспользоваться обычным интегралом столкновений, описывающим электрон-фононное взаимодействие [5] и учитывающим наличие неравновесных фононов [3]. Такой подход был использован в работе [6]. Полученное в [6] выражение для плотности акустоэлектрического тока $\mathbf{j}^A$ (см. (7)) применимо при произвольном законе дисперсии электронов проводимости, однако, как показано в настоящей статье, ограничено τ-приближением. Задача настоящей статьи — построение теории акустоэлектрического эффекта, свободной от этого приближения. Кроме того, полученные здесь формулы

---

1) Для продольного звука такой подход строго обоснован [2, 3], а для поперечного не учитывает трансформацию звуковой волны в электромагнитную. Трансформация приводит к дополнительному поглощению звука за счет выделения джоулева тепла, что существенно изменяет частотную зависимость коэффициента поглощения при $\lambda\approx\delta(\omega)$ ($\delta(\omega)$ – скиновая глубина проникновения электромагнитной волны на частоте звука ω). Обязанный этому механизму коэффициент поглощения звука того же порядка, что и коэффициент поглощения за счет деформационного взаимодействия [4]. Приводимые ниже формулы, описывающие акустоэлектрический эффект, точны для продольного звука и справедливы по порядку величины для поперечного (при $\lambda\neq\delta(\omega)$). Строго говоря, полученные здесь формулы описывают акустоэлектрический эффект при $ql\gg1$, обязанный деформационному взаимодействию.

позволяют учесть роль внешнего магнитного поля (в рамках теории гальваномагнитных явлений [7]).

Столкновения электронов с тепловыми фононами и нерегулярностями кристаллической решетки будем описывать оператором $\hat{W}$. Линеаризованное по Ф кинетическое уравнение для добавки $f(p)$ к равновесной фермиевской функции распределения $F(\varepsilon_{\mathbf{p}})$ электронов проводимости имеет вид (см. [8, 9])

$$\hat{\mathscr{L}}_H\{f\} \equiv \frac{e}{c}[\mathbf{vH}]\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + \hat{W}\{f\} = U, \qquad (2)$$

$$U = U^A + U^C,$$

где

$$U^C = -\frac{\partial F}{\partial \varepsilon} e\mathbf{E}\mathbf{v},$$

$$U^A = \frac{2\pi}{\hbar}\frac{\Phi}{\hbar\omega_{\mathbf{q}} s_{\mathbf{q}}}\{|g_{\mathbf{p}-\hbar\mathbf{q},\mathbf{p}}|^2[F(\varepsilon_{\mathbf{p}-\hbar\mathbf{q}}) - F(\varepsilon_{\mathbf{p}})]\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}-\hbar\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}) + |g_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q},\mathbf{p}}|^2[F(\varepsilon_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}}) - F(\varepsilon_{\mathbf{p}})]\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \hbar\omega_{\mathbf{q}})\}, \qquad (3)$$

$g_{\mathbf{p}',\mathbf{p}}$ — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия. Первый член в левой части (2) введен для описания роли внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$. Электрическое поле $\mathbf{E}$ может быть приложено к проводнику независимо, а может быть наведено звуковым потоком; в последнем случае оно определяется из условия $\mathbf{j}=0$ и описывает акустоэдс (по $\mathbf{E}$, как и по Φ проведена линеаризация). Мы пренебрегаем членом $\mathbf{v}\partial f/\partial\mathbf{r}$, описывающим пространственную дисперсию электронных свойств, так как обычно длина затухания звука s/Γ значительно больше длины свободного пробега электронов l.

Заметим, что оператор столкновений $\hat{W}$ может включать описание эффекта увлечения фононов электронами [3]. В этом случае под $\hat{W}$ надо понимать оператор, который получается после исключения неравновесной добавки к бозевской функции распределения тепловых фононов из двух кинетических уравнений — электронного и фононного (см. [8], § 25). Мы в дальнейшем не будем конкретизировать механизмы столкновения, а воспользуемся только весьма общими свойствами оператора $\hat{W}$.

Может показаться, что δ-образный характер величины U^A, стоящей в правой части кинетического уравнения (2), позволяет не учитывать при вычислении акустоэлектрических эффектов интегральный характер оператора $\hat{W}$, т. е. пренебречь в $\hat{W}$ приходным членом и (по аналогии с теорией аномального спин-эффекта [10]) ввести время релаксации $\tau_{\mathbf{p}}$, зависящее от квазиимпульса $\mathbf{p}$ (см. формулу (5) из [6]). Однако это не так. Хотя действительно в акустоэлектрический ток дают вклад электроны «пояска» $\mathbf{qv}=\omega_{\mathbf{q}}$, в формировании функции распределения электронов на «пояске» принимают участие все электроны на поверхности Ферми в меру интегрального характера оператора[2] $\hat{W}$.

Используя формальное решение уравнения (2)

$$f = \hat{\mathscr{L}}_H^{-1}\{U\} = \hat{\mathscr{L}}_H^{-1}\{(U^A + U^C)\} = \hat{\mathscr{L}}_H^{-1}\{U^A\} + \hat{\mathscr{L}}_H^{-1}\{U^C\}, \qquad (4)$$

можно вычислить плотность тока $\mathbf{j}=\mathbf{j}^A+\mathbf{j}^C$:

$$j_i^A = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3}\int v_i \hat{\mathscr{L}}_H^{-1}\{U^A\}\, d^3p, \qquad (5)$$

$$j_i^C = \sigma_{ik}(\mathbf{H})E_k, \qquad \sigma_{ik}(\mathbf{H}) = -\frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3}\int \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} v_i \psi_k(\mathbf{p},\mathbf{H})\, d^3p, \qquad (6)$$

[2] Мы благодарны П. Е. Зильберману, обратившему наше внимание на этот факт.

где $\psi(\mathbf{p}, \mathbf{H})$ — решение кинетического уравнения

$$\frac{e}{c}[\mathbf{vH}]\frac{\partial\psi_i}{\partial\mathbf{p}}+\hat{W}_{\mathbf{p}}\{\psi_i\}=v_i, \qquad \hat{W}_{\mathbf{p}}\{\ldots\}=\left(\frac{\partial F}{\partial\varepsilon}\right)^{-1}\hat{W}\left\{\frac{\partial F}{\partial\varepsilon}\ldots\right\}, \tag{7}$$

используемого в теории гальваномагнитных свойств металлов [7], а при $\mathbf{H}=0$ — в теории электропроводности.

Вне зависимости от механизма рассеяния электронов тензор электропроводности удовлетворяет соотношениям симметрии Онсагера

$$\sigma_{ik}(\mathbf{H})=\sigma_{ki}(-\mathbf{H}). \tag{8}$$

Выполнение соотношений (8), как правило, обеспечивается эрмитовостью оператора $\hat{W}$, а не конкретной структурой выражения (6), и в дальнейшем мы будем считать, что оператор $\hat{W}$ эрмитов [3]. Это позволяет записать акустоэлектрический ток в следующем виде:

$$j_i^A=\frac{2e}{(2\pi\hbar)^3}\int U^A\psi_i(\mathbf{p}, -\mathbf{H})\,d^3p. \tag{9}$$

Согласно выражениям (9) и (3), плотность акустоэлектрического тока $\mathbf{j}^A$ равна сумме двух интегралов. Если в первом ввести новую переменную $\mathbf{p}'=\mathbf{p}-\hbar\mathbf{q}$, то, учитывая эрмитовость матрицы $g_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}$ (тот факт, что $|g_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}|^2=|g_{\mathbf{p}',\mathbf{p}}|^2$), выражению для j_i^A можно придать компактную форму:

$$j_i^A=-\frac{e}{2\pi^2\hbar^4}\frac{\Phi}{\hbar\omega_{\mathbf{q}}s_{\mathbf{q}}}\int|g_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q},\mathbf{p}}|^2[F(\varepsilon_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}})-F(\varepsilon_{\mathbf{p}})][\psi_i(\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}, -\mathbf{H})-$$
$$-\psi_i(\mathbf{p}, -\mathbf{H})]\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{p}}-\hbar\omega_{\mathbf{q}})\,d^3p. \tag{10}$$

Импульс фононов $\hbar\mathbf{q}$, вызывающих акустоэлектрический эффект, значительно меньше фермиевского импульса электронов проводимости. Это позволяет последнее выражение разложить по степеням q_i и ограничиться первым неисчезающим членом разложения:

$$j_i^A=-\frac{e}{4\pi^2\hbar^3}\frac{\Phi q^2}{\rho s_{\mathbf{q}}\omega_{\mathbf{q}}}\int|\Lambda_{\mathbf{p}}|^2\frac{\partial F}{\partial\varepsilon}\frac{\partial\psi_i(\mathbf{p}, -\mathbf{H})}{\partial p_q}\delta(v_q-\tilde{s}_q)\,d^3p. \tag{11}$$

Здесь p_q и v_q — проекции квазиимпульса $\mathbf{p}$ и скорости $\mathbf{v}$ на направление волнового вектора звука [4] $\mathbf{q}$, $\Lambda_{\mathbf{p}}$ — соответствующая компонента перенормированного деформационного потенциала, определяемая матричным элементом $g_{\mathbf{p}',\mathbf{p}}$:

$$|g_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q},\mathbf{p}}|^2\approx\frac{\hbar|\Lambda_{\mathbf{p}}|^2q^2}{2\rho\omega_{\mathbf{q}}}, \qquad aq\ll 1, \tag{12}$$

a — межатомное расстояние. Если воспользоваться δ-образным характером зависимости $-\partial F/\partial\varepsilon$ от энергии, то приходим к окончательному выражению:

$$j_i^A=\frac{e}{4\pi^2\hbar^3}\frac{\Phi q^2}{\rho s_{\mathbf{q}}\omega_{\mathbf{q}}}\oint_F|\Lambda_{\mathbf{p}}|^2\frac{\partial\psi_i(\mathbf{p}, -\mathbf{H})}{\partial p_q}\delta(v_q-\tilde{s}_q)\frac{dS}{v}. \tag{13}$$

---

[3] При рассеянии электронов на примесях и на фононах эрмитовость оператора $\hat{W}$ непосредственно проверяется (см. [11]). Вопрос о нарушении эрмитовости оператора $\hat{W}$ и возможных следствиях из этого факта мало изучен.

[4] Заметим, что если звук распространяется не вдоль какого-нибудь из избранных кристаллографических направлений, то $\mathbf{q}\nparallel\mathbf{s}_{\mathbf{q}}$, поток энергии $\Phi\parallel\mathbf{s}_{\mathbf{q}}$.

Последние формулы показывают, что акустоэлектрический ток $\mathbf{j}^A$ может быть выражен через вектор $\boldsymbol{\psi}$, известный из теории электропроводности при $\mathbf{H}=0$ и из теории гальваномагнитных явлений при $\mathbf{H}\neq 0$ (см. [7, 8]).

В отсутствие магнитного поля ($\mathbf{H}=0$) вектор $\boldsymbol{\psi}$ совпадает с векторной длиной свободного пробега $\mathbf{l}(\mathbf{p})$ ($l_i(\mathbf{p})=\widehat{W}_{\mathbf{p}}^{-1}\{v_i\}$), т. е.

$$j_i^A=\frac{e}{4\pi^2\hbar^3}\frac{\Phi q^2}{\rho s_{\mathbf{q}}\omega_{\mathbf{q}}}\oint_F|\Lambda_{\mathbf{p}}|^2\frac{\partial l_i(\mathbf{p})}{\partial p_q}\delta(v_q-\tilde{s}_q)\frac{dS}{v}. \tag{14}$$

В τ-приближении $l_i=\tau v_i$ ($\tau\equiv\mathrm{const}!$) и для проекции акустоэлектрического тока на направление вектора $\mathbf{q}$ получаем выражение, совпадающее с формулой (7) из [6]:

$$j_q^A=\frac{e}{4\pi^2\hbar^3}\frac{\Phi q^2}{\rho s_{\mathbf{q}}\omega_{\mathbf{q}}}\oint_F|\Lambda_{\mathbf{p}}|^2 l(\mathbf{p})\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial p_q^2}\delta(v_q-\tilde{s}_q)\frac{dS}{v^2}, \tag{15}$$

и содержащее компоненту эффективной массы m_q^* вдоль направления $\mathbf{q}$ ($\partial^2\varepsilon/\partial p_q^2=1/m_q^*$).

Формула (15) с точностью до членов $\sim(s/v_F)j^A$ справедлива и при произвольном операторе столкновений $\widehat{W}$, но только в том случае, если поясок $v_n=0$ (или, что то же, $\mathbf{qv}=0$) лежит в плоскости симметрии полости поверхности Ферми, по которой он проходит [5].

Акустоэдс определяется из условия равенства нулю полного тока $\mathbf{j}$ (см. (5) и (6)):

$$E_i^A=-\rho_{ik}(\mathbf{H})j_k^A,\qquad \rho_{ik}(\mathbf{H})=\sigma_{ik}^{-1}(\mathbf{H}). \tag{16}$$

Анализ полученных выражений при конкретизации закона дисперсии и механизмов столкновений, а также сопоставление с экспериментальными данными выходит за рамки настоящей статьи. Отметим только, что сравнение формул (14), (16) с выражением для коэффициента поглощения коротковолнового звука [2]

$$\Gamma(\mathbf{q})=\frac{\omega_q}{4\pi^2\hbar^3\rho s^2}\oint_F|\Lambda_{\mathbf{p}}|^2\delta(v_q-\tilde{s}_q)\frac{dS}{v} \tag{17}$$

показывает, что анизотропия поглощения звука и акустоэлектрического эффекта не должны совпадать [6, 12].

Соотношение Вайнрайха [13] ($E^A=\pm\Gamma\Phi/|e|ns$), как показано в [6], следует из формул (15), (16) в случае квадратичного закона дисперсии. Формулы (13) и (16) показывают, что акустоэлектрический эффект должен существенно зависеть от магнитного поля $\mathbf{H}$, причем, как и в теории гальваномагнитных эффектов [7], мерой магнитного поля служит величина $\omega_c\tau$, где $\omega_c=eH/cm^*$ — циклотронная частота, а все результаты весьма чувствительны к структуре электронного спектра металла: к топологии его поверхности Ферми (открытая она или замкнутая), к соотношению между числом электронов и дырок. Подчеркнем, что полевые зависимости для $\mathbf{j}^A$ и $\mathbf{E}^A$ не совпадают с аналогичными зависимостями из теории гальваномагнитных явлений. Их исследование будет предметом отдельного рассмотрения.

---

5) Плоскость симметрии кристалла — всегда плоскость симметрии поверхности Ферми, но эта плоскость может не пересекать поверхность Ферми. Не всякая плоскость симметрии полости поверхности Ферми есть плоскость симметрии кристалла.

В заключение пользуемся случаем поблагодарить Ю. К. Джикаева, Н. В. Заварицкого и И. Лифшица за интерес к работе и обсуждение полученных результатов.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
31 июля 1979 г.

Литература

[1] R. H. Parmenter. Phys. Rev., 89, 990, 1953. В. Л. Гуревич. ФТП, 2, 1557, 1968.
[2] А. И. Ахиезер, М. И. Каганов, Г. Я. Любарский. ЖЭТФ, 32, 837, 1957. A. B. Pippard. Phil. Mag., 46, 1104, 1955.
[3] Л. Э. Гуревич. ЖЭТФ, 16, 416, 1946; Изв. АН СССР, сер. физ., 21, 112, 1957.
[4] E. I. Blount. Phys. Rev., 14, 419, 1959. В. М. Конторович. ЖЭТФ, 45, 1638, 1963.
[5] F. Bloch. Zs. Phys., 59, 208, 1930.
[6] Н. В. Заварицкий, М. И. Каганов, Ш. Т. Мевлют. Письма в ЖЭТФ, 28, 223, 1978.
[7] И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов. ЖЭТФ, 31, 63, 1956.
[8] И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов. Электронная теория металлов. «Наука», 1971.
[9] Дж. Займан. Электроны и фононы, ИИЛ, 1962.
[10] М. Я. Азбель, Э. А. Канер. ЖЭТФ, 32, 896, 1957.
[11] И. М. Лифшиц, М. И. Каганов. УФН, 87, 289, 1965.
[12] Н. В. Заварицкий. ЖЭТФ, 75, 1873, 1978.
[13] G. Weinreich. Phys. Rev., 107, 317, 1957.

ACOUSTOELECTRIC CURRENT IN A METAL FOR AN ARBITRARY DISPERSION LAW OF THE CONDUCTIVITY ELECTRONS

M. I. Kaganov, Sh. T. Mevlyut, I. M. Suslov

Expressions for the acoustoelectric current and acousto-e.m.f. are derived without any assumptions being made regarding the conductivity electron dispersion law or the mechanism of their collisions. The calculation is carried out for shortwave sound whose wavelength is much smaller than the electron mean free path. The formulae obtained permit the effect of a magnetic field to be taken into account.