

УДК 537.312.62

© 1990

## О ПРОЯВЛЕНИЯХ ВАНХОВОВСКОЙ ОСОБЕННОСТИ В СВОЙСТВАХ $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$

И. М. Сулов

На основе данных о зонной структуре  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  показано, что величина изотоп-эффекта в этом соединении соответствует фононному механизму. Обсуждается зависимость изотоп-эффекта от  $x$ . В тех же предположениях получены согласующиеся с экспериментом оценки термодинамических характеристик  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ .

В современных публикациях по высокотемпературной сверхпроводимости оксидных соединений борются две точки зрения. Первая исходит из предположения о наличии широкой электронной зоны и картины Ферми-жидкости, тяготея к традиционным механизмам сверхпроводимости типа БКШ. Вторая исходит из модели узкой хаббардовской зоны и приводит к экзотическим механизмам сверхпроводимости (поляронному, магнитному и т. д.). Первая точка зрения подтверждается расчетами зонной структуры оксидных сверхпроводников, выполненными стандартными методами [1]. Сторонники второй точки зрения считают эти методы непригодными из-за недостаточно корректного учета межэлектронного взаимодействия и ссылаются на экспериментальные данные по фотоэмиссии [2] и спектрам характеристических потерь [3]; последние эксперименты, однако, указывают на то, что результаты [2, 3] связаны с диэлектризацией поверхностного слоя образцов из-за обеднения его кислородом [4].

В настоящей работе показано, что использование результатов зонных расчетов [1], свидетельствующих о наличии в электронном спектре ванхововской особенности, позволяет удовлетворительно описать термодинамические свойства  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ , а также величину изотоп-эффекта и ее зависимость от  $x$ . Ранее в тех же предположениях объяснены структурные аномалии [5] и дана интерпретация «сверхпроводящего взрыва» 1987 г. [6].<sup>1</sup>

Согласно зонным расчетам [1], уровень Ферми в  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  лежит в центре квазидвумерной зоны шириной 4 эВ, спектр которой  $\varepsilon(k_x, k_y)$  хорошо описывается приближением сильной связи

$$\varepsilon(k_x, k_y) = 2\mathcal{J} \cos k_x a + 2\mathcal{J} \cos k_y a. \quad (1)$$

В центре зоны лежит особенность плотности состояний

$$N_{2D}(\varepsilon) = N_{2D}(0) \ln(V/|\varepsilon|), \quad (2)$$

которая из-за небольших отклонений спектра от (1) оказывается на  $\sim 0.1$  эВ ниже уровня Ферми. В  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  уровень Ферми понижается и при  $x \sim 0.1$  проходит через ванхововскую особенность: в зависимости  $T_c(x)$  возникает максимум, который действительно наблюдается при  $x=0.15-0.20$  [7]. Для оптимального состава уровень Ферми лежит вблизи центра особенности (2), что и будет предполагаться ниже; ромбические искажения структуры и связанная с ними диэлектризация спектра имеют место лишь при  $x < 0.15$  и несущественны для дальнейшего.

<sup>1</sup> В работе [6] вследствие опечаток в ряде формул вместо  $\varphi_0(z)$  стоит  $\gamma_0(z)$ .

Для спектра (1) двумерная Ферми-поверхность имеет самопересечение под прямым углом, и для анализа сверхпроводящих свойств требуется суммирование «паркета» [8]. Будем считать отклонения угла от прямого малыми, но достаточными для применимости теории БКШ [8]; по-видимому, такая ситуация близка к реальной [1]. Считая константу четырех-фермионного взаимодействия  $g$  не зависящей от импульсов, подставляя (2) в уравнение БКШ

$$1 = g \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon N_{2D}(\varepsilon) \frac{1}{2\varepsilon} \operatorname{th} \frac{\varepsilon}{2T} \quad (3)$$

и полагая  $\lambda_0 = gN_{2D}(0)$ , получим (см. Приложение 1 в [9])

$$T_c = 1.14V \exp \left\{ -\sqrt{2/\lambda_0 + \ln^2(V/\omega_D)} - 1.31 \right\}. \quad (4)$$

Здесь и далее нетривиальные численные константы связаны со значениями безразмерных интегралов. При  $\lambda_0 \ll (\ln(V/\omega_D))^{-2}$  имеем  $T_c \sim \exp(-\operatorname{const}/\lambda_0^{1/2})$  [8, 10], в обратном случае  $T_c \sim \omega_D \exp(-1/\lambda_0 \ln(V/\omega_D))$ , т. е. формулу БКШ с особенностью, обрезанной на  $\omega_D$ .

Как указывалось в [11-13], особенности плотности состояний могут приводить к уменьшению величины изотоп-эффекта: дело в том, что при наличии на уровне Ферми узкого пика плотности состояний роль дебаевской энергии  $\omega_D$ , входящей в теорию БКШ как параметр обрезания по энергии, переходит к ширине пика. Интересно провести количественную оценку этого эффекта. Пусть массы всех ионов  $M_i$  увеличились в  $(1+\gamma)$  раз ( $\gamma \ll 1$ ), тогда  $\omega_D$  заменяется на  $\omega_D(1-\gamma/2)$ , а  $T_c$  — на  $T_c(1-\alpha\gamma)$ , где  $\alpha$  — показатель степени в законе  $T_c \sim M^{-\alpha}$ . Из (4) легко получить

$$\alpha = \ln(V/\omega_D) / 2 \sqrt{2/\lambda_0 + \ln^2(V/\omega_D)} - 1.31. \quad (5)$$

В зависимости от соотношения между  $1/\lambda_0$  и  $\ln(V/\omega_D)$   $\alpha$  может меняться от идеального значения 0.5 до нуля.

Параметры особенности (2) связаны с параметрами спектра (1) соотношениями  $N_{2D}(0) = 1/2\pi^2 \mathcal{J} a^2$  и  $V = 16 \mathcal{J}$ . Подставляя в (4)  $T_c = 40$  К,  $\omega_D = 500$  К,  $\mathcal{J} = 0.5$  эВ, получим  $\lambda_0 = 0.056$ , и (5) дает  $\alpha = 0.33$ . Если меняются массы не всех ионов, а только одного ( $i$ -го) сорта, то, вводя показатели  $\alpha_i$  соотношениями  $T_c \sim M_i^{-\alpha_i}$ , имеем]

$$\alpha = \sum_i \alpha_i = \alpha_O + \alpha_{Cu} + \alpha_{La} + \alpha_{Sr}. \quad (6)$$

Согласно Веберу [14],  $\alpha_O/\alpha = 0.6$ ,<sup>2</sup> откуда  $\alpha_O = 0.20$  — в разумном согласии с экспериментальными значениями  $\alpha_O = 0.16 \pm 0.02$  [4],  $\alpha_O = 0.10 \div 0.37$  [15]. Если путем изменения  $x$  удалить уровень Ферми от особенности, то  $\alpha$  возрастет до 0.5, т. е. величина  $\alpha_O$  увеличится в 1.5 раза. Из (3) нетрудно получить и детальную зависимость  $\alpha$  от уровня Ферми  $\varepsilon_F$ , который будем отсчитывать от центра особенности

$$\alpha = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\ln(V/|\varepsilon_F - \omega_D|) + \ln(V/|\varepsilon_F + \omega_D|)}{2 \ln(V/\varepsilon_F)}, & |\varepsilon_F| \gg T_c, \\ \ln(V/\omega_D) / 2 \ln(1.14V/T_c), & |\varepsilon_F| \leq T_c. \end{cases} \quad (7a)$$

$$\quad (7b)$$

Согласно (7a),  $\alpha$  может превышать 1/2 (расходимости при  $\varepsilon_F = \pm\omega_D$  связаны с модельным характером теории БКШ); результат (7b) совпадает

<sup>2</sup> В расчетах Вебера [14] использовалась формула Мак-Миллана, не учитывающая быстрого изменения  $N_{2D}(\varepsilon)$  на масштабе  $\omega_D$ , поэтому отличие  $\alpha$  от 0.5 возникало лишь за счет кулоновского псевдопотенциала. Плотность состояний бралась в виде (2) без обрезания особенности; появление слишком больших значений  $N_{2D}(\varepsilon_F)$  исключалось путем исследования решетки на устойчивость (положения уровня Ферми, слишком близкие к центру особенности, неустойчивы [5]).

с (5). В недавних экспериментах на  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  [16] обнаружено, что при уменьшении  $x$  возрастает от 0.1–0.2 при  $x=0.20$  до 0.6, а затем уменьшается до 0.4; такое поведение качественно согласуется с (7).

Покажем, что в принятых предположениях получается непротиворечивое описание других сверхпроводящих свойств  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ . Будем считать слои  $\text{Cu—O}$  расположенными на расстоянии  $d$  друг от друга; для учета слабого взаимодействия между ними примем трехмерный спектр в виде  $\varepsilon(k_x, k_y) + 2\mathcal{J}_\perp \cos k_z d$  с  $\varepsilon(k_x, k_y)$  из (1) и  $\mathcal{J}_\perp \ll \mathcal{J}$ . Пользуясь выражением термодинамического потенциала  $\Omega$  через мацубаровские функции [17] и проводя стандартные разложения [18, 19] с учетом сильной зависимости плотности состояний от энергии, получим, что коэффициенты разложения в функционале Гинзбурга—Ландау

$$\Omega - \Omega_0 = \int d\mathbf{r} A \left\{ \xi_\parallel^2 \left| \frac{\partial \Delta}{\partial \mathbf{r}_\parallel} \right|^2 + \xi_\perp^2 \left| \frac{\partial \Delta}{\partial z} \right|^2 + \frac{T - T_c}{T_c} |\Delta|^2 + \beta \frac{|\Delta|^4}{T_c^2} \right\} \quad (8)$$

( $\Delta(\mathbf{r})$  — параметр порядка) имеют вид

$$\xi_\parallel = a \frac{\mathcal{J}}{T_c} \left[ \frac{4\beta_{\text{БКШ}}}{\ln(1.14V/T_c)} \right]^{1/2}, \quad A = \frac{N_{2D}(0)}{d} \ln \frac{1.14V}{T_c},$$

$$\xi_\perp = d \frac{\mathcal{J}_\perp}{T_c} \left[ \beta_{\text{БКШ}} \frac{\ln(1.32V/T_c)}{\ln(1.14V/T_c)} \right]^{1/2}, \quad \beta = \beta_{\text{БКШ}} \frac{\ln(0.81V/T_c)}{\ln(1.14V/T_c)}, \quad (9)$$

где  $\beta_{\text{БКШ}} = 7\zeta(3)/8\pi^2$ . Знание коэффициентов  $A$ ,  $\xi_\parallel$ ,  $\xi_\perp$ ,  $\beta$  позволяет описать все термодинамические свойства сверхпроводника в окрестности  $T_c$  (а по порядку величины — при любых температурах). Для сопоставления с экспериментом воспользуемся результатами работы Горькова и Копнина [20], в которой проведены отбор и обработка экспериментальных данных.

$\mathcal{J}$ , эВ	$\xi_\parallel$ , Å	$\frac{\Delta C_s}{\text{мДж/см}^3 \cdot \text{К}}$	$\chi_p$ , см <sup>3</sup> /моль	$\alpha_0$
Эксперимент				
	60	10	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$0.16 \pm 0.02$ [14] $0.10 - 0.37$ [15]
Расчет				
0.5	110	4.6	$0.58 \cdot 10^{-4}$	0.20
0.25	58	8.6	$1.1 \cdot 10^{-4}$	0.19

Величина  $\xi_\perp$  определяется перекрытием волновых функций соседних слоев  $\text{Cu—O}$  и очень чувствительна к их виду. Из экспериментального значения  $\xi_\perp = 4.6$  Å [20] получим  $\mathcal{J}_\perp \approx 2T_c$ , а следовательно, обрезание особенности за счет трехмеризации спектра малосущественно. Остальные три параметра  $A$ ,  $\xi_\parallel$ ,  $\beta$  связаны с характеристиками двумерного спектра (1). Они однозначно определяются выбором любых трех независимых термодинамических величин: в качестве таковых примем скачок теплоемкости  $\Delta C$ , паулиевскую восприимчивость  $\chi_p$  при  $T = T_c$

$$\Delta C = \frac{T_c}{\beta} \frac{N_{2D}(0)}{d} \ln \frac{1.14V}{T_c}, \quad \chi_p = 2\mu_B^2 \frac{N_{2D}(0)}{d} \ln \frac{1.14V}{T_c} \quad (10)$$

и длину когерентности  $\xi_\parallel$  вдоль слоев  $\text{Cu—O}$ . В первой строке таблицы приведены значения  $\xi_\parallel$ ,  $\Delta C$ ,  $\chi_p$ , полученные из эксперимента [20], во второй строке — рассчитанные по формулам (9), (10) с  $\mathcal{J} = 0.5$  эВ,  $a = 3.8$  Å,  $d = 6.6$  Å. Во всех случаях расхождение примерно в 2 раза, что ввиду модельности оценки (пренебрежение зависимостью  $g$  от импульсов, ферми-жидкостными эффектами, электрон-фононной перенормировкой спектра) нельзя считать существенным. Любопытно, однако, что во всех случаях

согласие улучшается при уменьшении  $\mathcal{J}$ ; если принять для  $\mathcal{J}$  значение в 2 раза меньшее  $\mathcal{J}=0.25$  эВ, то согласие с экспериментом становится полным (см. таблицу). Можно предположить, что зонные расчеты [1] дают завышенное значение  $\mathcal{J}$ .

Мы считали, что  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  находится в чистом пределе. Оценки длины пробега из электропроводности [20], на наш взгляд, ненадежны: при наличии в образце протяженных дефектов — плоскостей двойникования, межкуристаллитных границ, трещин и т. д. — его сопротивление с края на край может быть велико, даже если в основном объеме он является чистым.

Таким образом, для описания сверхпроводящих свойств  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  не требуется привлечения никаких экзотических механизмов.

#### Список литературы

- [1] Mattheiss L. F. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. N 10. P. 1028—1031.
- [2] Fuggle J. C. e. a. // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. N 1. P. 123—130.
- [3] Nücker N. e. a. // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. N 7. P. 5158—5167.
- [4] Киреев И. В., Михеева М. Н., Назин В. Г., Свищев А. В. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 48. № 2. С. 633—636; ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 6. С. 2060—2068.
- [5] Суслов И. М. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. № 10. С. 402—404.
- [6] Суслов И. М. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 4. С. 278—280.
- [7] Van Dover R. B. e. a. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 7. P. 5357—5360; Torrance J. B. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. N 9. P. 1127—1130.
- [8] Дзялошинский И. Е. // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. № 4. С. 1487—1502.
- [9] Суслов И. М. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 3. С. 949—965.
- [10] Hirsh J. E., Scalapino D. F. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. N 5. P. 2732—2736.
- [11] Gorbatsevich A. A. e. a. // Phys. Lett. 1987. V. 125. N 1. P. 149—156.
- [12] Mattis D. C., Mattis M. P. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. N 24. P. 2780—2783.
- [13] Combescott R., Labbe I. // Physica C. 1988. V. 153—155. N 1. P. 204—208.
- [14] Batlog V., Kourouklis G., Weber W. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. N 8. P. 912—914; Weber W. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. N 12. P. 1371—1373.
- [15] Faltens T. A. e. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. N 8. P. 915—917.
- [16] Crawford M. K., Farheth W. E., McCarroh E. M. // Intern. Conf. «Materials and Mechanisms of Superconductivity, High-Temperature Superconductors». Stanford, July, 23—28, 1989.
- [17] Свидзинский А. В. Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости. М.: Наука, 1982. С. 41.
- [18] Горьков Л. П., Мелик-Бархударов Т. Р. // ЖЭТФ. 1963. Т. 45. № 4. С. 1493—1450.
- [19] Булаевский Л. Н. // УФН. 1975. Т. 116, № 2. С. 449—465.
- [20] Горьков Л. П., Копнин Н. Б. // УФН. 1988. Т. 156. № 1. С. 117—135.

Физический институт им. П. Н. Лебедева  
Москва

Поступило в Редакцию  
22 марта 1990 г.