

## ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

И.М.Суслов

Физический институт им. П.Н.Лебедева, 117924, Москва

*Статья поступила в редакцию 15 апреля 1991 г.,  
принята к печати 23 мая 1991 г.*

*Ключевые слова:* поверхностные состояния, пространственно-неоднородные системы, сверхпроводящие сверхрешетки, тонкие пленки, осцилляции  $T_c$ .

К проблеме вычисления  $T_c$  сложных соединений возможен подход со стороны пространственно-неоднородных систем: сначала рассматривается система, состоящая из макроскопических блоков размера  $L \gg a$  ( $a$  — межатомное расстояние), затем производится экстраполяция  $L \rightarrow a$ . Для получения в таком подходе нетривиальных результатов требуется систематический анализ поверхностных эффектов. При наличии на границах раздела таммовских уровней поверхностные эффекты могут не иметь малости  $\sim a/L$  из-за локализации параметра порядка вблизи границ раздела. При отсутствии таммовских состояний удастся получить общую формулу [26], выражающую  $T_c$  неоднородной системы через локальную плотность состояний  $N(r)$  и зависящую от координат константу четырехфермионного взаимодействия  $V(r)$ . На основе этой формулы (а) получено общее выражение для  $T_c$  тонкой пленки, которая в типичном случае оказывается убывающей с уменьшением толщины пленки; (б) исследованы квантовые осцилляции  $T_c$  в слоистых системах, форма которых отличается от полученной Каганом и Дубовским; (в) обсуждаются возможности повышения  $T_c$  за счет поверхностных эффектов. Предложен метод усиления поверхностной сверхпроводимости на границе раздела двух металлов с разными знаками эффективных масс.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В идеале теория сверхпроводимости должна дать возможность вычисления температуры перехода  $T_c$  произвольного вещества. Алгоритм такого вычисления “из первых принципов” — исходя лишь из знания атомных номеров входящих в соединение элементов и их расположения в пространстве (т.е. состава и структуры соединения) — в принципе известен (см. например, [1]), но при своей реализации наталкивается на громадные вычислительные трудности. Уже на современном этапе, когда точность вычисления  $T_c$  еще довольно низка (сотни процентов), затраты труда на расчет  $T_c$  соединения сравнимы с затратами на его синтез и экспериментальное измерение  $T_c$ . В результате расчеты “из первых принципов” становятся практически бесполезными для поиска соединений с высокими  $T_c$ , т.е. для решения проблемы высокотемпературной сверхпроводимости.

В связи с этим может оказаться полезным подход к той же проблеме со стороны пространственно-неоднородных систем. Исходным в таком подходе является рассмотрение неоднородной системы, состоящей из макроскопических блоков: примером может являться сверхрешетка, состоящая из чередующихся слоев двух материалов 0 и 1 с толщинами  $d_0$  и  $d_1$ , большими по сравнению с межатомным расстоянием  $a$ . Вычисление  $T_c$  такой системы упрощается возможностью привлечения информации об объемных свойствах материалов 0 и 1: их плотности состояний  $N$ , константы четырехфермионного взаимодействия  $V$  и т.д. Полученные таким образом

результаты для  $d_0, d_1 \gg a$  можно экстраполировать в область  $d_0, d_1 \sim a$  и использовать для качественного анализа слоистых соединений.

Для получения в таком подходе нетривиальных результатов требуется последовательный анализ поверхностных эффектов, т.к. именно на границах раздела возникает то новое качество, которое обеспечивает несводимость свойств неоднородной системы к свойствам составляющих ее материалов. Поясним это на примере сверхрешетки; ее  $T_c$  в случае  $a \ll d_0, d_1 \ll \xi_0$  ( $\xi_0$  — длина когерентности) определяется формулой БКШ  $T_c \sim \omega_D \exp(-1/\lambda_{eff})$  (дебаевские энергии  $\omega_D$  материалов 0 и 1 считаем одинаковыми), где константа  $\lambda_{eff}$  определяется путем некоторого усреднения величины  $\lambda(z) = V(z)N(z)$  ( $z$  — ось пространственной неоднородности сверхрешетки) по пространству. Если  $V(z)$  и  $N(z)$  принимают в материалах 0 и 1 значения  $V_0, N_0$  и  $V_1, N_1$  соответственно, то для сверхрешетки с  $N_0 = N_1 \equiv N$  в чистом пределе  $\lambda_{eff}$  определяется формулой Купера [2]:

$$\lambda_{eff} = \frac{\lambda_0 d_0 + \lambda_1 d_1}{d_0 + d_1}, \quad \lambda_0 = V_0 N, \quad \lambda_1 = V_1 N, \quad (1)$$

а в грязном пределе — формулой Де Жена [3]:

$$\lambda_{eff} = \frac{V_0 N_0^2 + V_1 N_1^2 d_1}{N_0 d_0 + N_1 d_1}. \quad (2)$$

Случай чистой сверхрешетки с  $N_0 \neq N_1$  рассмотрен в недавней работе автора [4]. Согласно формулам (1), (2) и работе [4]  $T_c$  сверхрешетки всегда лежит между температурами перехода  $T_{c0}$  и  $T_{c1}$  исходных материалов 0 и 1, и может показаться, что повышение  $T_c$  за счет пространственной неоднородности невозможно; экспериментально, однако, известны системы, в которых реализуется случай  $T_c > T_{c0}, T_{c1}$ : Ge — Au [5], PbTe — PbS [6] и др. Причина такого противоречия — в том, что в работах [2—4] не учитывалось поверхностные эффекты. На эвристическом уровне их можно учесть, предполагая наличие между материалами 0 и 1 переходного слоя толщиной  $d_S \sim a$  с параметрами  $V_S, N_S$  и вводя в числитель и знаменатель (2) члены  $V_S N_S^2 d_S$  и  $N_S d_S$  [7]. Такая процедура позволяет удовлетворительно описать экспериментально наблюдаемую зависимость  $T_c$  от  $L = d_0 + d_1$  при постоянном  $d_0/d_1$ , отсутствующую согласно (1, 2) [7]; ясна также возможность превышения  $T_c$  над  $T_{c0}, T_{c1}$ . Из этих соображений следует, что поверхностные эффекты должны иметь малость  $\sim a/L$ . Однако, как будет показано ниже (разд. 2), при наличии на границах раздела таммовских уровней малость  $\sim a/L$  может отсутствовать: это связано с локализацией параметра порядка [8] на границах раздела — эффектом, не содержащемся в формулах (1), (2) и их модификациях. В случае, когда таммовские уровни отсутствуют, удается получить общую формулу (26), учитывающую поверхностные эффекты и определяющую  $T_c$  неоднородной системы через функции  $V(z)$  и  $N(z)$  (разд. 3). На основе этих результатов в разд. 6 делаются первые шаги по реализации намеченной выше программы и анализируются некоторые возможности повышения  $T_c$  в неоднородных системах.

Несмотря на важность поверхностных эффектов, их теоретическому изучению не уделялось достаточного внимания. Так, исследование сэндвичей Гинзбурга [9] проводилось в рамках полуфеноменологического подхода [10], в котором не обсуждается сколько-нибудь серьезно вопрос о поведении параметра порядка вблизи границ раздела; при этом, как показано в разд. 6 на конкретном примере, интуитивно-очевидные соображения могут оказаться неверными.

Более последовательно поверхностные эффекты обсуждались в связи с задачей о температуре перехода тонкой пленки [11—13]. Однако, при принятых в [11,12] нулевых граничных условиях (результаты [13] верны тоже только в этом случае) отличие  $T_c$  пленки от  $T_c$  объемного материала возникало лишь за счет сдвига уровня Ферми [13]; этот сдвиг, полученный в [11—13], в действительности отсутствует по тем же причинам, что и в задаче о плоском дефекте в сверхпроводнике (см. обсуждение на стр. 957 в [8]). Ниже на основе общей формулы [26] будет показано (разд. 4), что в типичном случае  $T_c$  пленки падает с уменьшением ее толщины, а не растет, как утверждалось в [11,12].

С поверхностными явлениями связан красивый эффект квантовых осцилляций  $T_c$  в сэндвичах и сверхрешетках при изменении толщины слоев одного из материалов [14—16]. Теоретически этот эффект обсуждался в работе Кагана и Дубовского [13]; если качественные выводы этой работы не вызывают сомнений, то количественные результаты справедливы для осцилляций средней плотности состояний, но не для осцилляций  $T_c$ . Дело в том, что из-за искусственного разделения системы на металл и неметалл (и, следовательно, игнорирования эффекта близости) выражения (4.3), (4.4) в [13] верны лишь для нулевых граничных условий, когда осцилляции отсутствуют; кроме того, несправедлив вывод о малости осцилляций величины  $\beta$ , входящей в указанные формулы. В результате прямая связь осцилляций  $T_c$  с осцилляциями плотности состояний, на которой основана работа [13], отсутствует. Согласно общей формуле (26), поверхностный вклад в  $T_c$  определяется поведением локальной плотности состояний  $N(z)$  вблизи границ раздела. Осцилляции  $T_c$  связаны с тем, что  $N(z)$  содержит осциллирующую по  $z$  составляющую, фаза которой зависит от толщины слоев. В отличие от осцилляций плотности состояний, осцилляции  $T_c$  описываются гладкими функциями (без разрывов) и периодичны лишь в асимптотике (разд. 5).

## 2. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭФФЕКТОВ

Для простоты будем рассматривать системы с пространственной неоднородностью вдоль одной координаты  $z$ . Тогда волновые функции электрона имеют вид:

$$\varphi(z) \exp(ik_{\parallel} r_{\parallel}), \quad r_{\parallel} = (x, y), \quad k_{\parallel} = (k_x, k_y),$$

а ядро  $K(z, z')$  в уравнении Горькова

$$\Delta(z) = V(z) \int K(z, z') \Delta(z') dz' \quad (3)$$

( $\Delta(z)$  — параметр порядка) выражается через собственные функции  $\varphi_{sk_{\parallel}}(z)$  и собственные значения  $\varepsilon_s(k_{\parallel})$  ( $s$  — поперечное квантовое число)

$$K(z, z') = T \sum_{|\omega| < \omega_D} \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \sum_{s, s'} \frac{\varphi_{sk_{\parallel}}(z) \varphi_{sk_{\parallel}}^*(z')}{i\omega - \varepsilon_s(k_{\parallel})} \frac{\varphi_{s'k_{\parallel}}^*(z) \varphi_{s'k_{\parallel}}(z')}{-i\omega - \varepsilon_{s'}(k_{\parallel})}. \quad (4)$$

Прежде всего уточним, что будет пониматься под поверхностными эффектами. Необходимость такого уточнения связана с тем, что ввиду граничного условия

$$\varphi(+0) = \varphi(-0), \quad \varphi'(+0) - \frac{m}{m_1} \varphi'(-0) = \kappa \varphi(0) \quad (5)$$

( $m$  и  $m_1$  — эффективные массы материалов, находящихся при  $z > 0$  и  $z < 0$ ), па-

параметр  $\kappa$ , являющийся характеристикой границы раздела, влияет на вид функций  $\varphi_{sk_1}(z)$  и, следовательно, — на вид ядра  $K(z, z')$ . Поэтому состояние границы влияет на характер усреднения  $\lambda(z)$  при формировании  $\lambda_{eff}$  т.е. на структуру формул типа (1), (2) [4]. Этот эффект естественно считать объемным и исключить из числа поверхностных. Для этого определим “объемную” температуру перехода  $T_c^{vol}$  как  $T_c$ , вычисленную в приближении, в котором параметр порядка  $\Delta(z)$  имеет кусочно-постоянный вид со значениями  $\Delta_0$  и  $\Delta_1$  в материалах 0 и 1. Чтобы такой вид  $\Delta(z)$  являлся решением уравнения (3), необходимо соответствующее приближение для ядра  $K(z, z')$ . Это приближение имеет наиболее простой вид в случае сэндвича с общей толщиной  $L \ll v_F/\omega_D$  и сводится к требованию кусочного постоянства  $K(z, z')$  ( $K(z, z') = K_{ij}$ , если  $z$  лежит в материале  $i$ , а  $z'$  — в материале  $j$ ) [3,4]. В случае периодической сверхрешетки с ядром  $\mathfrak{R}(z, z')$  такое же приближение применяется к ядру

$$K(z, z') = \sum_n \mathfrak{R}(z, z' + Ln), \quad (6)$$

получаемому после сведения задачи о сверхрешетке к задаче о сэндвиче в силу периодичности  $\Delta(z)$ . Аналогично, кусочно-постоянным следует считать  $V(z)$ . Поверхностным эффектом будем называть разность  $T_c - T_c^{vol}$ , возникающую вследствие учета деталей поведения  $\Delta(z)$ ,  $K(z, z')$ ,  $V(z)$  на атомных расстояниях от границ раздела.

Рассмотрим уединенный слой материала 1 в толще материала 0, лежащий при  $|z| < d_1/2 \equiv d/2$ ; тогда из ядра  $K(z, z')$  удобно выделить часть  $K_{loc}(z, z')$ , построенную из состояний, локализованных при  $|z| \lesssim d$  [8]:

$$K(z, z') = \tilde{K}(z, z') + K_{loc}(z, z'), \quad (7)$$

$$K_{loc}(z, z') = K_{q1}(z, z') + K_{2D}(z, z'). \quad (8)$$

Ядро  $K_{q1}$  определяется выражением типа (4) с суммированием только по состояниям квазидискретного спектра, локализованным в слое материала 0; аналогично, ядро  $K_{2D}$  содержит лишь состояния дискретного спектра, локализованные вблизи границ раздела  $z = d/2$  и  $z = -d/2$ . Разбиение (8) возникает из-за возможности сохранения в сумме (4) для ядра  $K_{loc}(z, z')$  при  $d \ll v_F/\omega_D$  только членов с  $s = s'$  [17].

В силу кусочного постоянства  $K(z, z')$  вдали от границ раздела ядро  $K_{q1}$  имеет вид [4]:

$$K_{q1}(z, z') = \frac{N^*}{d} \ln \frac{1,14\omega_D}{T}, \quad \frac{d}{2} - |z|, \frac{d}{2} - |z'| \gg a, \quad (9)$$

где  $N^*$  — плотность состояний квазидискретного спектра; в предположении изотропии спектров  $\varepsilon_0(k)$  и  $\varepsilon_1(k)$  материалов 0 и 1 величина  $N^*$  отлична от нуля лишь для  $k_1 > k_0$  ( $k_0$  и  $k_1$  — соответствующие фермиевские импульсы). Для удобства дальнейшего введем величину

$$T^* = 1,14\omega_D \exp(-1/\lambda^*), \quad \lambda^* = V_1 N^*,$$

имеющую смысл температуры перехода материала 1 при наличии в нем лишь квазидискретного спектра [4].

Пусть вблизи границ раздела  $z = d/2$  и  $z = -d/2$  имеется по одному связанному состоянию  $\varphi_{1k_{\parallel}}(z)$  и  $\varphi_{2k_{\parallel}}(z)$ ; соответствующие собственные значения можно считать совпадающими и равными  $\varepsilon_{2D}(k_{\parallel})$ . В пренебрежении перекрытием  $\varphi_{1k_{\parallel}}(z)$  и  $\varphi_{2k_{\parallel}}(z)$  и их зависимостью от  $k_{\parallel}$  (что строго обосновано, если спектры материалов 0 и 1 имеют вид  $\varepsilon_0(k) = \varepsilon_{\parallel}(k_{\parallel}) + \varepsilon_{\perp}^{(0)}(k_{\perp})$  и  $\varepsilon_1(k) = \varepsilon_{\parallel}(k_{\parallel}) + \varepsilon_{\perp}^{(1)}(k_{\perp})$ ) ядро  $K_{2D}$  имеет вид:

$$K_{2D}(z, z') = N_{2D}(0) \ln \frac{1,14\omega_D}{T} \sum_{s=1,2} |\varphi_s(z)|^2 |\varphi_s(z')|^2, \quad (10)$$

где  $N_{2D}(\varepsilon)$  — двумерная плотность состояний для спектра  $\varepsilon_{2D}(k_{\parallel})$  (энергию отсчитываем от уровня Ферми).

В сверхрешетке (ядро которой обозначаем  $\mathfrak{K}(z, z')$ ) слои материала 1 расположены периодически и разбиение, аналогичное (7), имеет вид:

$$\mathfrak{K}(z, z') = \tilde{\mathfrak{K}}(z, z') + \sum_n K_{loc}(z - Ln, z' - Ln), \quad (11)$$

(в пренебрежении перекрытием волновых функций дискретного и квазидискретного спектра, относящихся к разным слоям материала 1). Решение уравнения Горькова (3) с ядром ищем в виде:

$$\Delta(z) = \psi_0(z) + \sum_n \Delta_{loc}(z - Ln), \quad (12)$$

$$\Delta_{loc}(z) = \psi_1 \theta\left(\frac{d^*}{2} - |z|\right) + \Delta_{2D}(z), \quad (13)$$

где  $\psi_0(z)$  мало меняется на масштабе  $\xi_0$ , функция  $\Delta_{loc}(z)$  локализована при  $|z| < d^*/2$ , а  $\Delta_{2D}(z)$  — на масштабе  $\sim a$  вблизи границ раздела; масштаб  $d^*$  выбран из условия  $a \ll d^* - d \ll d$ . Подставляя (7—13) в (3), можно убедиться, что  $\psi_0(z) \approx const$  (аналогичные вычисления подробнее описаны в разд. 3); вводя обозначения

$$\psi_2 \equiv \int \Delta_{2D}(z) |\varphi_1(z)|^2 dz = \int \Delta_{2D}(z) |\varphi_2(z)|^2 dz, \quad (14)$$

$$\lambda_{2D} = N_{2D}(0) \int dz V(z) |\varphi_1(z)|^4 = N_{2D}(0) \int dz V(z) |\varphi_2(z)|^4, \quad (15)$$

придем к системе уравнений относительно  $\psi_0, \psi_1, \psi_2$ :

$$\left(1 - \lambda^{(i)} \ln \frac{1,14\omega_D}{T}\right) \psi_i + \sum_j \Lambda_{ij} \psi_j = 0, \quad (16)$$

где  $(\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \lambda^{(3)}) \equiv (\lambda_0, \lambda^*, \lambda_{2D})$ , а для параметров  $\Lambda_{ij}$  справедливы оценки

$$\Lambda_{00} \sim \Lambda_{01} \sim d/L, \quad \Lambda_{02} \sim a/L, \quad \Lambda_{10} \sim \Lambda_{20} \sim \Lambda_{21} \sim 1, \quad \Lambda_{11} \sim \Lambda_{12} \sim \Lambda_{22} \sim a/d. \quad (17)$$

В пределе  $a/d, a/L \rightarrow 0$  детерминант (16) распадается на произведение двух сомножителей, один из которых  $1 - \lambda_{2D} \ln(1,14\omega_D/T)$ , а второй совпадает с левой частью

уравнения (7) работы [4], определяющего введенную выше величину  $T_c^{vol}$ . Таким образом

$$T_c = \max(T_c^{vol}, T_{2D}), \quad (18)$$

где  $T_{2D} = 1,14\omega_D \exp(-1/\lambda_{2D})$  — температура перехода поверхностных уровней без учета их взаимодействия с объемом. При  $L = const$   $T_c^{vol}$  является функцией  $d$ ; в точке  $d = d_c$ , определяемой из условия  $T_c^{vol}(d) = T_{2D}$ , происходит переход от режима  $\psi_0 \sim \psi_1 \sim \psi_2$ , в котором параметр порядка распространяется по всей сверхрешетке, к режиму  $\psi_0 = \psi_1 = 0, \psi_2 \neq 0$  — локализации параметра порядка вблизи границ раздела; при этом зависимость  $T_c(d)$  имеет излом. Учет отброшенных членов приводит к сглаживанию излома на масштабе  $T_{2D}(a/L)^{1/2}$  или  $T_{2D}(a/d)^{1/2}$  в зависимости от того, какой случай —  $\psi_0 \sim \psi_1$  или  $\psi_0 \ll \psi_1$  — реализуется в делокализованном режиме [4].

Таким образом, при  $T_{2D} > T_c^{vol}$  поверхностные эффекты имеют нулевой порядок по параметрам  $a/d, a/L$ , и величина  $T_c^{vol}$  не имеет физического смысла. При  $T_{2D} < T_c^{vol}$  отличие  $T_c$  от  $T_c^{vol}$  имеет порядок  $a/L$  (если  $\psi_0 \sim \psi_1$  в делокализованном режиме) или  $a/d$  (если  $\psi_0 \ll \psi_1$ ).

Любопытно проследить, как меняется зависимость  $T_c(d)$  для  $L = const$  при изменении параметра  $\kappa$  в (5) (рис. 1). При больших положительных  $\kappa$  коэффициент прозрачности границы  $D$  мал и согласно [4]  $T_c$  отличается от  $T_{c1}$  лишь в области  $d \leq DL$  (рис. 1, кривая 1)\*. При уменьшении  $\kappa$  до значений  $\sim a^{-1}$  коэффициент прозрачности  $D$  становится  $\sim 1$  и зависимость  $T_c(d)$  дается кривой 2. При отрицательных  $\kappa$  вблизи границ раздела появляются поверхностные состояния, температура перехода  $T_{2D}$  которых растет с ростом  $|\kappa|$  из-за уменьшения радиуса локализации функций  $\varphi_1(z)$  и  $\varphi_2(z)$ ; при  $|\kappa| \sim a^{-1}$  становится выше  $T_{c0}$  (кривая 3), а при дальнейшем росте  $|\kappa|$  — выше  $T_{c1}$  (кривая 4). Для экспериментальной проверки описанных закономерностей можно изменять параметр  $\kappa$  путем напыления между материалами 0 и 1 тонкого слоя из третьего материала.

### 3. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭФФЕКТЫ $\sim a/L$ ФОРМАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Обратимся к исследованию эффектов  $\sim a/L$ . Эти эффекты наиболее существенны, когда одна из толщин  $d, d_0$  сравнима с  $a$ . Поэтому ограничимся рассмотрением случая  $d \ll L$  (случай  $d_0 \ll L$  аналогичен), когда слои материала 1 можно рассматривать как плоские дефекты, внесенные в материал 0; при этом можно применить обобщение метода, использованного в [8].

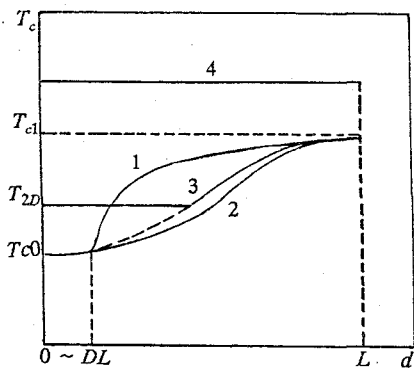


Рис. 1. Зависимости  $T_c(d)$  при разных  $\kappa$  в пренебрежении эффектами  $\sim a/d, a/L$ : 1 —  $\kappa \gg a^{-1}$ ; 2 —  $\kappa \sim a^{-1}$ ; 3 —  $\kappa < 0, |\kappa| \sim a^{-1}$ ; 4 —  $\kappa < 0, |\kappa| \gg a^{-1}$

\* Для определенности рассматриваем случай  $T^* < T_{c0} < T_{c1}$ .

### 3.1. Приближение плоских дефектов

Подставляя (11) и (12) в (3) и пользуясь правилом сумм [3]

$$\int K(z, z') dz' = N(z) \ln \frac{1,14\omega_D}{T}, \quad (19)$$

придем к системе уравнений

$$\psi_0(z) - V_0 \int K_0(z - z') \psi_0(z') dz' = V_0 \int \tilde{K}(z, z') \Delta_{loc}(z') dz', \quad (20)$$

$$\Delta_{loc}(z) = \psi_0(0) [V(z)N(z) - V_0 N_0] \ln(1,14\omega_D/T) + \quad (21)$$

$$+ V(z) \int K_{loc}(z, z') \Delta_{loc}(z') dz' + [V(z) - V_0] \int \tilde{K}(z, z') \Delta_{loc}(z') dz',$$

где ядро  $K_0(z - z')$  относится к чистому материалу 0, а ядро  $\tilde{K}(z, z')$  является аналогом ядра  $\tilde{\mathfrak{H}}(z, z')$  для сэндвича и связано с ним соотношением (6). Обозначим через  $F(z)$  правую часть уравнения (20) и разрешим его относительно  $\psi_0(z)$  путем перехода в фурье-представление:

$$\psi_0(z) = \frac{1}{L} \sum_{q_s} \frac{F(q_s)}{1 - V_0 K_0(q_s)} e^{iq_s z}, \quad q_s = \frac{2\pi s}{L}. \quad (22)$$

При  $L \ll v_F/\omega_D$  в членах с  $q_s \neq 0$  можно положить  $K_0(q_s) = 0$ :

$$\psi_0(z) = \frac{\bar{F}}{1 - \lambda_0 \ln(1,14\omega_D/T)} + [F(z) - \bar{F}], \quad \bar{F} = \frac{1}{L} \int F(z) dz. \quad (23)$$

При условии

$$\frac{T - T_{c0}}{T_{c0}} \ll \frac{\bar{F}}{\Delta F}, \quad (24)$$

где  $\Delta F$  — амплитуда пространственной неоднородности  $F(z)$ , можно опустить второй член в (23); тогда  $\psi_0(z) \approx const$ . Используя в оценках свойства ядра  $K(z, z')$  для сэндвича, установленные в работе [4], можно показать, что в наиболее интересном случае  $T_{c0} > T^*$  условие (24) при  $T = T_c$  сводится к  $d \ll DL$ . При последнем условии можно опустить третий член в правой части (21), который мал по сравнению либо с первым, либо со вторым членом. Преобразуя  $\bar{F}$  по правилу сумм (19), приведем систему (20), (21) к виду

$$\Delta_{loc}(z) = V(z) \int K_{loc}(z, z') \Delta_{loc}(z') dz' + \psi_0 [V(z)N(z) - V_0 N_0] \ln \frac{1,14\omega_D}{T}, \quad (25)$$

$$\psi_0 \left( 1 - \lambda_0 \ln \frac{1,14\omega_D}{T} \right) = \frac{1}{L} \int dz V_0 [N(z) - N_{loc}(z)] \Delta_{loc}(z) \ln \frac{1,14\omega_D}{T},$$

где  $N_{loc}(z)$  связано с  $K_{loc}(z, z')$  соотношением (19). Дальнейший анализ различен

при наличии и отсутствии квазидискретного спектра.

### 3.2. Случай отсутствия квазидискретного спектра

В этом случае вклад в ядро  $K_{loc}(z, z')$  вносят лишь поверхностные состояния. Если поверхностные состояния отсутствуют, то полагая в (25)  $K_{loc}(z, z') \equiv 0$ ,  $N_{loc}(z) \equiv 0$ , легко получить, что  $\Delta(z) \propto V(z)N(z)$ , а  $T_c$  определяется выражением

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0^3 L} \int dz V_0 N(z) [V(z)N(z) - V_0 N_0], \quad (26)$$

где интеграл берется по области  $|z| \leq d$ . Легко видеть, что

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \frac{V_0 N_1 (V_1 N_1 - V_0 N_0)}{(V_0 N_0)^3} \frac{d}{L} + O\left(\frac{a}{L}\right). \quad (27)$$

Объемный член  $\sim d/L$  согласуется с формулой (30) работы [4]; в данном случае, однако, он получен без предположения о квадратичности спектров  $\epsilon_0(k)$  и  $\epsilon_1(k)$ . Величина этого члена не зависит от параметра  $\kappa$ , т.е. от свойств границы; не чувствителен он также к наличию примесей — тот же результат получается из формулы Де Жена (2) для грязных сверхрешеток. Следовательно, при отсутствии локализованных состояний линейный участок в зависимости  $T_c(d)$  можно использовать для определения константы  $V$  в металлах, для которых она неизвестна (например, в несверхпроводниках). Поверхностный вклад  $O(a/L)$  определяется формулой (26).

При наличии поверхностных состояний выражение для  $T_c$  получается из (25) в результате подстановки ядра  $K_{loc}$  в виде (10) и решения получающейся системы для  $\psi_0$  и  $\psi_2$ . При  $T_{2D} > T_c^{vol}(d)$   $T_c \approx T_{2D}$  в соответствии с разд. 2, при  $T_{2D} < T_c^{vol}(d)$  роль поверхностных состояний сводится к изменению вклада  $O(a/L)$ .

### 3.3. Случай наличия квазидискретного спектра

В этом случае в ядро  $K_{loc}(z, z')$  входят состояния квазидискретного спектра и поверхностные состояния. При отсутствии последних, подставляя в (21)  $K_{loc}(z, z')$  в виде (9), убеждаемся, что уравнения для  $\psi_0$  и  $\psi_1$  становятся независимыми от  $\psi_2$  и имеют вид:

$$\begin{aligned} \psi_0 \left[ 1 - \lambda_0 \ln \frac{1,14\omega_D}{T} \right] &= (\psi_0 \lambda_{cc} + \psi_1 \lambda_{cq}) \frac{d}{L} \ln^2 \frac{1,14\omega_D}{T} + \\ &+ (\psi_0 \lambda_{qc} + \psi_1 \lambda_{qq}) \frac{a}{L} V_0 (N_1 - N^*) \ln^3 \frac{1,14\omega_D}{T}. \end{aligned} \quad (28)$$

$$\psi_1 \left[ 1 - \lambda^* \ln \frac{1,14\omega_D}{T} \right] = \psi_0 (\lambda_1 - \lambda_0) \ln \frac{1,14\omega_D}{T} + (\psi_0 \lambda_{qc} + \psi_1 \lambda_{qq}) \frac{a}{d} \ln^2 \frac{1,14\omega_D}{T},$$

где введены обозначения

$$\lambda_{qq} a = \int dz V_1 N_{ql}(z) [V(z)N_{ql}(z) - V_1 N^*];$$



$$\lambda_{qc}a = \int dz V_1 N_{qi}(z) [V(z)N(z) - V_1 N_1]; \quad (29)$$

$$\lambda_{cq}d = \int dz V_0 [N(z) - N_{qi}(z)] V(z) N_{qi}(z);$$

$$\lambda_{cc}d = \int dz V_0 [N(z) - N_{qi}(z)] [V(z)N(z) - V_0 N_0].$$

Здесь  $N_{qi}(z)$  связано с ядром  $K_{qi}$  правилом сумм (19).

При  $T^* > T_{c0}$  в области малых  $d$  ( $a/d \gg d/L$ ) получим

$$T_c = T^* \left\{ 1 + \frac{\lambda_{qq}}{\lambda^{*3}} \frac{a}{d} \right\}. \quad (30)$$

Подстановка  $\lambda_{qq}$  приводит к выражению, полностью аналогичному результату для  $T_c$  пленки толщиной  $d$  (разд. 4): это не удивительно, т.к. при  $T^* > T_{c0}$  и малых  $d$  параметр порядка локализован в слоях материала 1 [4]. В силу (24) результат (30) справедлив лишь для достаточно близких  $T^*$  и  $T_{c0}$ .

Для  $T_{c0} > T^*$  получим с точностью  $\sim a/L$  включительно

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \left[ \frac{\lambda_{cc}}{\lambda_0^3} + \frac{(\lambda_1 - \lambda_0)\lambda_{cq}}{\lambda_0^3(\lambda_0 - \lambda^*)} \right] \frac{d}{L} + \frac{V_0(N_1 - N^*)}{\lambda_0^3(\lambda_0 - \lambda^*)} \left( \lambda_{qc} + \lambda_{qq} \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0 - \lambda^*} \right) \frac{a}{L}, \quad (31)$$

где линейный по  $d$  член согласуется с формулой (26) работы [4]. В случае  $\lambda_1 = \lambda_0$ , наиболее интересном с точки зрения повышения  $T_c$  (разд. 6), результат (31) совпадает с (26).

#### 4. $T_c$ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ

В силу периодичности сверхрешетки интегрирование в формуле (26) можно производить не по области  $|z| \leq d$ , а по области  $0 < z < L$ . В случае  $N_1 = 0$ , когда материал 1 является диэлектриком, функция  $N(z)$  отлична от нуля лишь в области  $|z - L/2| - d_0/2 \leq a$  и при  $d \gg a$   $T_c$  не зависит от  $d$ . Устремляя  $d$  к бесконечности, получим  $T_c$  пленки толщиной  $d_0$ , находящейся в диэлектрическом окружении:

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0^3} \frac{a_0}{d_0}, \quad a_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dz V_0 N(z) [V(z)N(z) - V_0 N_0], \quad (32)$$

где  $a_0 \sim a$ . Если величина  $\lambda(z) = V(z)N(z)$  на краях пленки монотонно спадает от  $\lambda_0$  до 0 (такая ситуация, по-видимому, типична), то  $a_0 < 0$ , т.е.  $T_c$  пленки падает с уменьшением ее толщины: этот факт хорошо известен экспериментально [18].

Формула (32) справедлива и в случае, когда диэлектрическое окружение различно с двух сторон пленки: это следует из предыдущих рассуждений, если считать слой материала 1 набранными из двух различных диэлектриков (при выводе (25) никаких предположений о свойствах этих слоев не делалось).

Можно освободиться от принятого выше ограничения  $d_0 \ll v_F/\omega_D$  на толщину пленки. Разобьем сумму по  $q_s$  в (22) на области  $|q_s| \leq \xi_0^{-1}$  и  $|q_s| \geq \xi_0^{-1}$ ; при малых  $T - T_{c0}$  можно ограничиться суммой по первой области. Используя разложение  $K_0(q)$  при малых  $q$ , получим для  $T_c$  пленки уравнение

$$1 = \frac{1}{\lambda_0^3} \frac{a_0}{\xi_0 \sqrt{2t}} \operatorname{cth} \left( \frac{d_0}{2\xi_0} \sqrt{2t} \right), \quad t = \frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} \quad (33)$$

(при  $a_0 < 0 \sqrt{i} \rightarrow i\sqrt{|i|}$ ). Таким образом, зависимость  $T_c(d)$  при всех  $d$  определяется одним параметром  $a_0$ . При  $L \ll \xi_0 t^{-1/2}$  формула (33) переходит в (32); масштаб  $v_F/\omega_D$  ничем не выделен.

### 5. КВАНТОВЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ $T_c$

Согласно (27) простейшее проявление поверхностных эффектов состоит в наличии постоянного сдвига в линейной зависимости  $T_c - T_{c0} \propto d$  при малых  $d$ . Кроме того, поверхностный член  $O(a/L)$  содержит составляющую, осциллирующую при изменении  $d$  и связанную с тем, что фаза волновой функции на границе раздела зависит от соотношения толщины  $d$  с длиной волны электрона — на качественном уровне этот эффект рассматривался Каганом и Дубовским для пленок с покрытием [13].

Формулы (26), (31) дают основу для последовательного анализа эффекта квантовых осцилляций; в настоящей работе мы ограничимся лишь демонстрацией эффекта на простейшей модели, в которой спектры материалов 0 и 1 имеют вид

$$\varepsilon_0(k) = \frac{k_{\parallel}^2}{2m_{\parallel}} + \frac{k_z^2}{2m} - \varepsilon_F, \quad \varepsilon_1(k) = \frac{k_{\parallel}^2}{2m_{\parallel}} + \frac{k_z^2}{2m_1} - \varepsilon_F \quad (34)$$

( $m, m_1 > 0$ ), а параметр  $\kappa$  в граничном условии (5) равен нулю. Квазидискретный спектр и поверхностные состояния в этой модели отсутствуют, и  $T_c$  определяется формулой (26). Находя собственные функции  $\psi_n(\mathbf{r}) \equiv \psi_{sk_{\parallel}}(\mathbf{r}) = S^{-1} \exp(ik_{\parallel}r_{\parallel}) \varphi_s(z)$  и собственные значения  $\varepsilon_n \equiv \varepsilon_{sk_{\parallel}} = \varepsilon_s + k_{\parallel}^2/2m_{\parallel}$  ( $S$  — площадь системы в плоскости  $(x, y)$ ) и пользуясь определением локальной плотности состояний

$$N(\varepsilon, \mathbf{r}) = \sum_n |\psi_n(\mathbf{r})|^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_n) = \frac{m_{\parallel}}{2\pi} \sum_s \Theta(\varepsilon - \varepsilon_s) |\varphi_s(z)|^2, \quad (35)$$

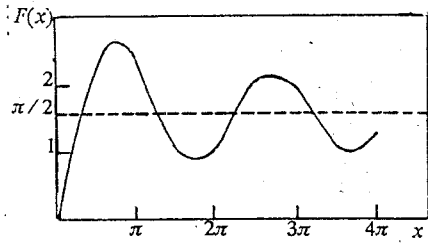
(второе равенство — для спектров (34)) получим для  $N(z) \equiv N(0, z)$

$$N(z) = \frac{m_{\parallel}}{2\pi^2} \sqrt{\frac{m}{m_1}} \int_0^{q_F} dq \frac{\frac{m+m_1}{m_1} + \frac{m-m_1}{m_1} \cos qd \cos 2qz}{\left(\frac{m+m_1}{m_1}\right)^2 - \left(\frac{m-m_1}{m_1}\right)^2 \cos^2 qd}, \quad |z| < d/2$$

$$N(z) = \frac{m_{\parallel}}{2\pi^2} \sqrt{\frac{m}{m_1}} \int_0^{q_F} dq \left\{ 1 + \cos 2qx \frac{\frac{m_1^2 - m^2}{m_1^2} \sin^2 qd}{\left(\frac{m+m_1}{m_1}\right)^2 - \left(\frac{m-m_1}{m_1}\right)^2 \cos^2 qd} - \right. \quad (36)$$

$$\left. - \sin 2qx \frac{2 \frac{m}{m_1} \frac{m-m_1}{m_1} \sin qd \cos qd}{\left(\frac{m+m_1}{m_1}\right)^2 - \left(\frac{m-m_1}{m_1}\right)^2 \cos^2 qd} \right\}, \quad |z| > d/2,$$

Рис. 2. Функция  $F(x)$ , определяющая зависимость  $T_c(d)$  сверхрешетки из материалов с  $\lambda_0 = \lambda_1$  и  $|m - m_1| \ll m$  (см. формулу (38))



где  $x = (|z| - d/2)(m/m_1)^{1/2}$ ,  $q_F = (2m_1 \varepsilon_F)^{1/2}$ . Функцию  $V(z)$  считаем кусочно-постоянной, равной  $V_1$  при  $|z| < d/2$  и  $V_0$  при  $|z| > d/2$ . Подставляя (36) в (26), считая параметры  $(m - m_1)/m$  и  $(V_1 - V_0)/V_0$  малыми и раскладывая по ним до членов второго порядка включительно, получим для  $T_c$ :

$$\begin{aligned} \frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = & \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \left\{ \left( \sqrt{\frac{m_1 V_1}{m V_0}} - 1 \right) q_F d + \left( \frac{m_1 - m}{4m} \right)^2 (\pi + \sin 2q_F d) + \right. \\ & \left. + \frac{m - m_1}{2m} \left( \frac{V_1 - V_0}{V_0} - \frac{m - m_1}{2m} \right) \text{Si}(2q_F d) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{8} \left( \frac{m - m_1}{m} \right)^2 \left[ \frac{\sin 2q_F d}{2q_F d} \left( \text{Si}(4q_F d) - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{\cos 2q_F d}{2q_F d} S_1(4q_F d) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (37)$$

где  $k_F = \sqrt{2m\varepsilon_F}$ ,  $S_1(x) = \ln x + C - \text{Ci}(x)$ ,  $\text{Si}(x)$  и  $\text{Ci}(x)$  — интегральные синус и косинус [19],  $C$  — постоянная Эйлера. В случае  $\lambda_0 = \lambda_1$  линейный по  $d$  член в (37) исчезает, и (37) можно записать в виде

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \frac{1}{8} \left( \frac{m - m_1}{m} \right)^2 F(2q_F d), \quad F(x) = \begin{cases} 3x/2, & x \ll 1 \\ \pi + \sin x / 2, & x \gg 1 \end{cases}, \quad (38)$$

где функция  $F(x)$  показана на рис. 2; она становится периодической только при больших  $x$ .

## 6. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭФФЕКТОВ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ $T_c$

С точки зрения проблемы высокотемпературной сверхпроводимости наибольший интерес представляют ситуации, в которых  $T_c$  сверхрешетки превышает температуры перехода  $T_{c0}$  и  $T_{c1}$  исходных материалов 0 и 1; такие ситуации возможны за счет поверхностных эффектов. Рассмотрим основные возможности, вытекающие из проведенного рассмотрения\*.

1. Начнем со случаев, когда поверхностные состояния отсутствуют и сверхпроводимость носит объемный характер. Из формулы (27) следует, что при  $\lambda_0 = \lambda_1$ , т.е.  $T_{c0} = T_{c1}$ , объемный член  $\sim d/L$  исчезает и  $\delta T_c = T_c - T_{c0} = T_c - T_{c1}$  определяется поверхностными эффектами. Составляя сверхрешетку из двух сверхпроводников с  $T_{c0} \approx T_{c1}$  и используя эффект квантовых осцилляций, можно подбором  $d$  добиться, чтобы величина  $\delta T_c$  приняла максимальное положительное значение: на-

\* Вследствие сделанных предположений из рассмотрения выпала указанная Гинзбургом [9] возможность повышения  $T_c$  за счет различия характерных частот возбуждений (фононов или экситонов) в материалах 0 и 1.

пример, в модели разд. 5 оно достигается при  $d \approx 1,2q_F^{-1}$  и равно

$$\left(\frac{\delta T_c}{T_{c0}}\right)_{\max} = \frac{0,33}{\lambda_0 k_F L} \left(\frac{m - m_1}{m}\right)^2. \quad (39)$$

Уменьшая  $L$  при постоянном  $d$ , эффект повышения  $T_c$  можно довести до максимума ( $\delta T_c$  будет расти согласно формуле (39), пока не нарушатся условия ее применимости, т.е. до значений  $L$  порядка нескольких межатомных расстояний).

2. Объемный вклад в (27) исчезает также в случае  $N_1 = 0$ , т.е. когда материал 1 является диэлектриком. В этом случае превышение  $T_c$  над  $T_{c0}$  возможно при достаточно больших  $V_1$  за счет эффекта близости: электроны, туннелирующие в диэлектрик, испытывают более сильное притяжение, чем в "родном" материале 0. Проанализируем эту возможность для модели сверхрешетки со спектрами

$$\varepsilon_0(k) = \frac{k_{\parallel}^2}{2m_{\parallel}} + \frac{k_z^2}{2m} - \varepsilon_F, \quad \varepsilon_1(k) = \frac{k_{\parallel}^2}{2m_{\parallel}} + \frac{k_z^2}{2m_1} + U, \quad U > 0 \quad (40)$$

и функцией  $V(z)$ , равной  $V_1$  и  $V_0$  при  $|z| < d/2$  и  $|z| > d/2$  соответственно. Вводя обозначения

$$p_1 = \kappa + \frac{m}{m_1} q \operatorname{th} \frac{qd}{2}, \quad p_2 = \kappa + \frac{m}{m_1} q \operatorname{cth} \frac{qd}{2}, \quad q = \sqrt{2m_1(U + \varepsilon_F - k^2/2m)}, \quad (41)$$

получим для  $N(z)$  выражение:

$$N(z) = \begin{cases} \frac{m_{\parallel} k_F}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk \left[ \frac{\operatorname{ch}^2 qz}{\operatorname{ch}^2 qd/2} \frac{k^2}{k^2 + p_1^2} + \frac{\operatorname{sh}^2 qz}{\operatorname{sh}^2 qd/2} \frac{k^2}{k^2 + p_2^2} \right], & |z| < d/2, \\ \frac{m_{\parallel} k_F}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dk \left[ 1 + \frac{\cos 2kx}{2} \sum_{i=1,2} \frac{k^2 - p_i^2}{k^2 + p_i^2} + \frac{\sin 2kx}{2} \sum_{i=1,2} \frac{2kp_i}{k^2 + p_i^2} \right], & |z| > d/2, \end{cases} \quad (42)$$

где  $k_F = \sqrt{2m\varepsilon_F}$ ,  $x = |z| - \frac{d}{2}$ . При  $U \rightarrow \infty$ , т.е. для нулевых граничных условий, имеем

$$N(z) = \frac{m_{\parallel}}{2\pi^2} \left[ k_F - \frac{\sin 2k_F(|z| - d/2)}{2(|z| - d/2)} \right] \Theta(|z| - d/2), \quad (43)$$

что после подстановки в (26) приводит к результату  $T_c - T_{c0} = 0$ ; этот результат в отсутствие сдвига уровня Ферми получен в [13].

Рассмотрим случай  $U \gg \varepsilon_F$ ; тогда  $q \approx \sqrt{2m_1 U}$  и не зависит от  $k$ ; полагая для простоты  $m = m_1$  и  $\kappa = 0$ , получим из (26) путем разложения по малому параметру  $k_F/q$ :

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \begin{cases} \frac{1}{\lambda_0 d_0} \left[ -\frac{q^2}{2k_F^2} + \frac{V_1 - V_0}{V_0} \right], & qd \ll k_F/q, \\ \frac{1}{\lambda_0 q d_0} \left[ -\frac{2\pi k_F q + k_F^2 (\text{sh } 2qd + 2qd)}{3q^2 \text{sh}^2 qd} + \right. \\ \left. + \frac{V_1 k_F^4 \text{sh } 4qd + 18 \text{sh } 2qd + qd(4 \text{ch } 2qd + 20)}{36 \text{sh}^4 qd} \right], & qd \gg \frac{k_F}{q} \end{cases} \quad (44)$$

(вторые члены в скобках не являются превышением точности лишь при  $V_1/V_0 \geq q^2/k_F^2$ ). Зависимости  $T_c$  от  $d$  при разных  $V_1/V_0$  показаны на рис. 3; величина  $T_c - T_{c0}$  имеет порядок  $T_{c0}/k_F d_0$  и положительна при  $(V_1 - V_0)/V_0 > q^2/2k_F^2$  (а не при  $V_1 > V_0$ , как может показаться из интуитивных соображений): выполнение этого условия более вероятно для узкозонных диэлектриков. Любопытно, что зависимости, аналогичные кривым 1, 2 и 3, наблюдались соответственно на сэндвичах Pb—С, Pb—Ge и Pb—Si [15]; отсутствие минимумов в первых двух случаях связано, по-видимому, с тем, что  $k_F/q \sim 1$ .

3. Наиболее перспективным для повышения  $T_c$  представляется использование режима поверхностной сверхпроводимости, когда параметр порядка локализован на атомном масштабе вблизи границ раздела. При этом  $T_c$  определяется формулой БКШ со значением  $\lambda = \lambda_{2D} \sim V_s N_{2D}(0) a^{-1}$ , где  $V_s$  — характерное значение функции  $V(z)$  вблизи границы раздела. Как и в задаче о плоском дефекте [8], для повышения  $T_c$  можно использовать ван-хововские особенности  $N_{2D}(\epsilon) \propto \ln |\epsilon - \epsilon_0|$ ; в сверхрешетках, однако, особенности могут быть более сильными. Рассмотрим случай, когда материалы 0 и 1 имеют эффективные массы разных знаков:

$$\epsilon_0(k) = \frac{k^2}{2m}, \quad \epsilon_1(k) = V - \frac{k^2}{2m_1}. \quad (45)$$

Тогда спектр поверхностных состояний имеет вид:

$$\epsilon_{2D}(k_{||}) = \frac{m}{m + m_1} U + \frac{m_1(m - m_1)}{2m(m + m_1)^2} \kappa^2 + \frac{m_1 - m}{2mm_1} k_{||}^2 + \quad (46)$$

$$+ \frac{m_1}{(m + m_1)^2} \kappa^2 - \frac{m_1}{m} \kappa^2 - 2(m + m_1)U + \frac{(m + m_1)^2}{mm_1} k_{||}^2$$

При  $\kappa(m_1 - m) > 0$  зависимость  $\epsilon_{2D}(k_{||})$  монотонна, при  $\kappa < 0, m < m_1$  имеет минимум, при  $\kappa > 0, m > m_1$  — максимум (рис. 4). При изменении уровня Ферми в точке максимума  $\epsilon = \epsilon_{\max}$  (и аналогично в точке минимума) происходит изменение топологии двумерной поверхности Ферми на ли-

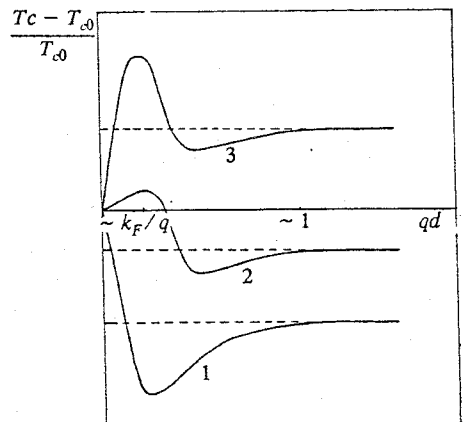
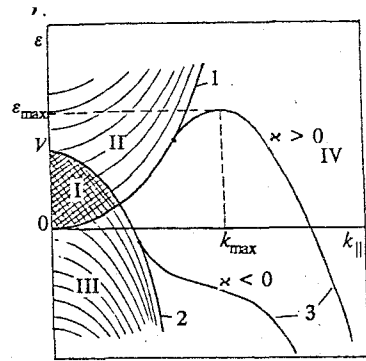


Рис. 3. Зависимость  $T_c(d)$  при постоянном  $d_0$  в случае, когда материал 1 является диэлектриком и  $k_F/q \ll 1$ : 1 —  $V_1/V_0 < q^2/2k_F^2$ ; 2 —  $q^2/2k_F^2 < V_1/V_0 < 3q^2/k_F^2$ ; 3 —  $V_1/V_0 > 3q^2/k_F^2$

Рис. 4. Спектр сверхрешетки из материалов со спектрами (45). Кривая 1,  $\varepsilon = k_{\parallel}^2/2m$ , и кривая 2,  $\varepsilon = U - k_{\parallel}^2/2m_1$ , разбивают плоскость ( $\varepsilon, k_{\parallel}$ ) на четыре области: I — непрерывный спектр (не показана его структура, связанная с делением на минизоны); II и III — квазидискретный спектр (состоит из набора двумерных зон), соответствующий состояниям, локализованным в материале 0 (II) или 1 (III); IV — область вне спектров материалов 0 и 1, в которой лежат поверхностные состояния (кривая 3). Рисунок выполнен для случая  $m > m_1$



нии  $|k_{\parallel}| = k_{\max}$ , которому соответствует особенность плотности состояний  $N_{2D}(\varepsilon) \propto (\varepsilon_{\max} - \varepsilon)^{-1/2} \Theta(\varepsilon_{\max} - \varepsilon)$ . Особенность такого типа возникает при диэлектризации спектра в условиях “нестинга” [20] и в последнее время обсуждается в связи с высокотемпературной сверхпроводимостью оксидов [21]. Выведение особенности на уровень Ферми возможно за счет: (а) подбора пары материалов 0—1; (б) изменения условий на границе раздела, определяющих параметр  $\kappa$ ; (в) за счет уменьшения толщины  $d$  — при этом за счет перекрытия  $\varphi_1(z)$  и  $\varphi_2(z)$  особенность будет расщепляться на две. В последнем случае уровень Ферми можно зажать между двумя особенностями и тем самым решить проблему устойчивости [22].

Автор признателен А.Ф.Андрееву за обсуждение результатов работы.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Weber W. — Phys. Rev. Lett., 1987, v. 58, p. 1371.
2. Cooper L.N. — Phys. Rev. Lett., 1961, v. 6, p. 689.
3. de Gennes P.G. — Rev. Mod. Phys., 1964, v. 36, p. 225.
4. Суслов И.М. — СФХТ, 1991, т. 4, № 6, с. 1065.
5. Akihama R., Okamoto Y. — Sol. St. Comm., 1985, v. 53, p. 655.
6. Миронов О.А. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1988, т. 48, с. 100.
7. Lowe W.P., Geballe T.H. — Phys. Rev. B, 1984, v. 29, p. 4961.
8. Суслов И.М. — ЖЭТФ, 1989, т. 95, с. 949.
9. Гинзбург В.Л. — ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 2318.
10. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости /Под ред. В.Л.Гинзбурга и Д.А.Киржница/. М.: Наука, 1977, Гл. 8.
11. Шаповал Е.А. — Письма в ЖЭТФ, 1967, т. 5, с. 57.
12. Овчинников Ю.Н. — ЖЭТФ, 1973, т. 64, с. 719.
13. Каган Ю.М., Дубовский Л.Б. — ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 647.
14. Голянов В.М., Михеева М.Н., Цетлин М.Б. — ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 736. Голянов В.М., Михеева М.Н. — ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 2236.
15. Орлов А.Ф., Милай А.К., Дмитриев В.П. — ФТТ, 1976, т. 18, с. 1470, Осипов К.А., Орлов А.Ф., Дмитриев В.П., Милай А.К. — ФТТ, 1977, т. 19, с. 1226.
16. Виткалов С.А. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1989, т. 49, с. 160.
17. Киржниц Д.А., Максимов Е.Г. — Письма в ЖЭТФ, 1965, т. 2, с. 442.
18. Сверхпроводящие материалы/под ред. Е.М.Савицкого/. М.: Металлургия, 1978, с. 22, 27.
19. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1977, с. 732, 733.
20. Копаев Ю.В. — ЖЭТФ, 1970, т. 58, с. 1012.
21. Горбацевич А.А., Елесин В.Ф., Копаев Ю.В. — Письма в ЖЭТФ, 1987, т. 46, Приложение, с. 116.
22. Суслов И.М. — Письма в ЖЭТФ, 1987, т. 46, с. 402.