

© 1992 г. Ю. А. Кротов, И. М. Сулов

КОГЕРЕНТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКИХ ДЕФЕКТОВ В СВЕРХПРОВОДНИКЕ

Показано существование осцилляций T_c сверхпроводника при изменении расстояния d между двумя находящимися в нем плоскими дефектами. Исследовано изменение формы осцилляций в зависимости от амплитуды рассеяния электрона на плоском дефекте. Выяснено критическое поведение амплитуды осцилляций вблизи «перехода Андерсона», описанного в [8], при котором происходит локализация параметра порядка на атомном расстоянии вблизи плоских дефектов.

1. Введение

Квантовые осцилляции температуры сверхпроводящего перехода T_c неоднократно наблюдались в пленках с покрытием [1, 2], «сэндвичах» [1] и сверхрешетках [3]. Одна из возможных геометрий эксперимента показана на рис. 1, а: в сверхпроводник A толщиной $L \ll \xi_0$ (ξ_0 — длина когерентности) вводится прослойка другого материала B , изменение толщины d которой сопровождается осцилляциями T_c . Теоретическое рассмотрение эффекта было дано Каганом и Дубовским [4]. Их подход основан на сведении задачи к вычислению T_c тонкой пленки с переменным граничным условием: для этого материал B предполагался несверхпроводящим и полностью игнорировался эффект близости; затем изменение T_c связывалось с изменением плотности состояний сверхпроводника A : последние в меру параметра a/l (a — межатомное расстояние) зависят от граничного условия на поверхности раздела A и B , которое периодически меняется при изменении d в зависимости от соизмеримости толщины d с длиной волны электрона. Эти соображения дают разумное качественное объяснение эффекта, хотя и не могут быть обоснованы при последовательном рассмотрении [5].

В настоящей работе предсказываются осцилляции T_c сверхпроводника A с двумя плоскими дефектами при изменении расстояния d ($d \ll L \ll \xi_0$) между ними (рис. 1, б). Сравнение с рис. 1, а показывает, что различие материалов A и B , играющее существенную роль в картине Кагана и Дубовского [4], не является необходимым для существования квантовых осцилляций; фактически в обоих случаях (рис. 1, а и б) осцилляции T_c являются следствием когерентного взаимодействия двух плоских дефектов.

2. Основные результаты

Пусть сверхпроводник A является металлом с квадратичным спектром

$$\epsilon(k) = k^2/2m$$

и импульсом Ферми k_F , а плоские дефекты являются δ -образными в поперечном направлении, которое примем за ось z (точка $z=0$ — посередине между дефектами). Тогда граничное условие для одночастичной волновой функции $\varphi(z)$ поперечного движения (полная волновая функция $\Psi(\mathbf{r}) =$

$=\varphi'(z) \exp(ik_{\parallel}r_{\parallel})$, $k_{\parallel}=(k_x, k_y)$, $r_{\parallel}=(x, y)$ в точке $z=d/2$ имеет вид

$$\varphi(d/2+0)=\varphi(d/2-0), \quad \varphi'(d/2+0)-\varphi'(d/2-0)=\kappa\varphi(d/2)$$

и аналогично в точке $z=-d/2$. Параметр κ имеет размерность волнового вектора и характеризует рассеивающие свойства дефекта: при $\kappa>0$ дефект имеет вид потенциального барьера, при $\kappa<0$ — потенциальной ямы.

Форма квантовых осцилляций существенно зависит от соотношения κ и k_F (рис. 2): при $\kappa \gg k_F$ осцилляции имеют пилообразную форму (рис. 2, а); при $0 < \kappa \ll k_F$ форма осцилляций близка к синусоидальной, они происходят на фоне постоянного сдвига $\sim \kappa/k_F$ и имеют амплитуду $\sim (\kappa/k_F)^2$ (рис. 2, б); при $\kappa < 0$, $|\kappa| \ll k_F$ (рис. 2, в) форма осцилляций такая же, как в предыдущем случае, но появляется плавная составляющая, обусловленная существованием вблизи дефектов связанных состояний и меняющаяся на масштабе их радиуса локализации $|\kappa|^{-1}$. При $\kappa < 0$, $|\kappa| \gg k_F$ осцилляции имеют пилообразную форму, но в отличие от случая $\kappa \gg k_F$, являются затухающими (рис. 2, г).

Этим результатам нетрудно дать физическую интерпретацию. При $|\kappa| \gg k_F$ коэффициент прохождения через плоский дефект мал и имеются две слабо связанные системы (рис. 3): трехмерный сверхпроводник с непрерывным спектром при $|z| > d/2$ и квазидвумерная система при $|z| < d/2$, спектр которой состоит из набора двумерных зон — уровней размерного квантования, зависящих от продольного импульса k_{\parallel} . При увеличении d расстояние между уровнями уменьшается, и в момент, когда дно очередной двумерной зоны проходит через уровень Ферми, происходит скачкообразное увеличение T_c из-за скачкообразного увеличения плотности состояний¹⁾. При уменьшении $|\kappa|$ уровни размерного квантования уширяются, что приводит к сглаживанию формы осцилляций.

При $|\kappa| \ll k_F$ электронные волновые функции удобно рассматривать как результат многократного отражения плоской волны от дефектов. Главную роль играет интерференция падающей волны

$$A \exp ik_F z$$

и двукратно отраженной волны

$$A_1 \exp(2ik_F d + ik_F z)$$

(два отражения необходимы, чтобы собрать информацию о наличии двух дефектов). Результат интерференции периодически зависит от d , что и

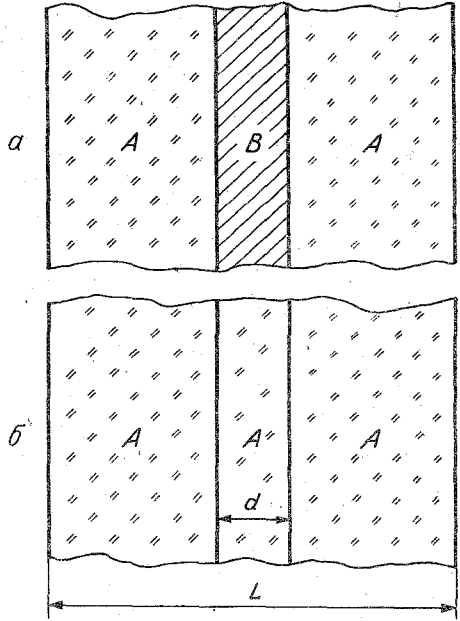


Рис. 1. Геометрия эксперимента для наблюдения квантовых осцилляций T_c .

¹⁾ При $|\kappa| \rightarrow \infty$ T_c определяется максимальной из двух величин: объемной температуры перехода T_{c0} и температуры перехода размерноквантованной пленки [6]; амплитуда осцилляций имеет порядок a/d и уменьшается с ростом d . Этот предел не описывается излагаемой теорией, так как при $|\kappa| \gg k_F (L/d)^{1/2}$ исходные выражения (см. разд. 3) становятся неприменимыми из-за существенной перестройки структуры сверхпроводящего ядра [5, 7]; таким образом, взаимодействие между подсистемами в рассматриваемой ситуации является существенным.

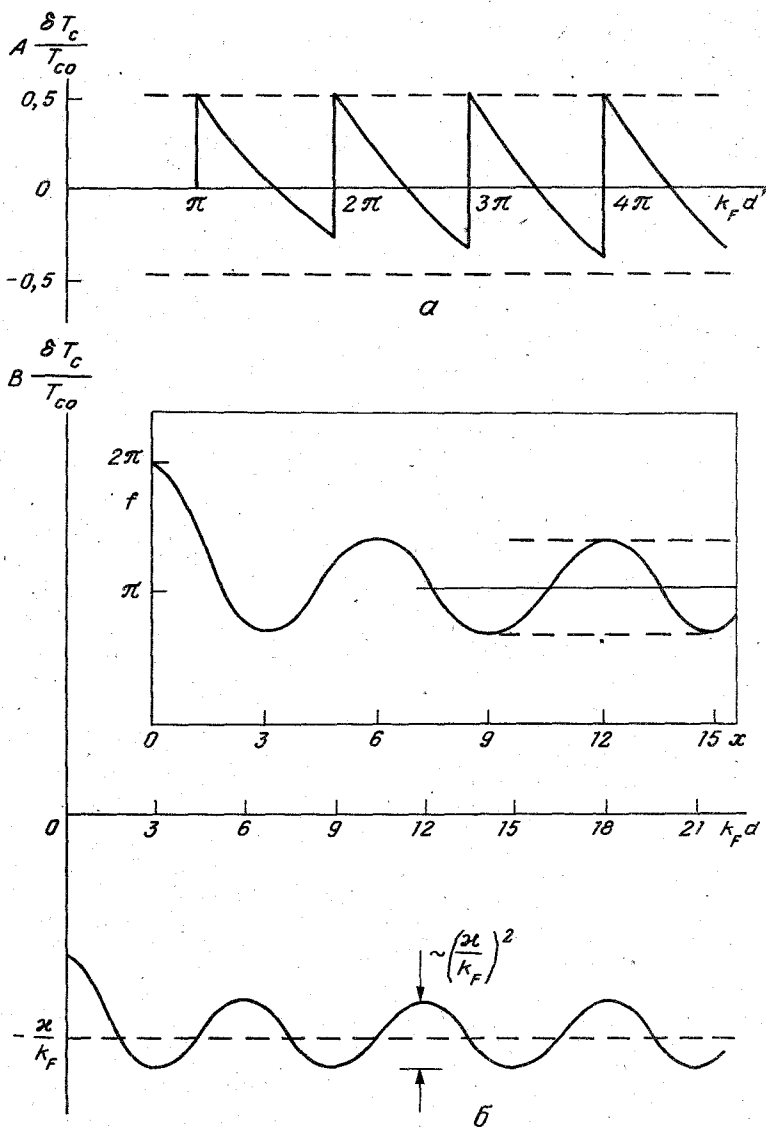


Рис. 2 (а, б)

проявляется в виде осцилляций T_c . Поскольку при каждом отражении амплитуда отраженной волны составляет долю $\sim \kappa/k_F$ от падающей, то

$$A_1 \sim A (\kappa/k_F)^2$$

и амплитуда осцилляций оказывается второго порядка по κ/k_F .

Для одного плоского дефекта (вставка на рис. 4) при изменении κ в сторону отрицательных значений в точке

$$\kappa_c = -4k_F/\pi$$

происходит квазифазовый «переход Андерсона», подробно описанный в [8, 5, 7], — переход в состояние локализации параметра порядка на атомном расстоянии вблизи дефекта. В окрестности перехода осциллирующая часть

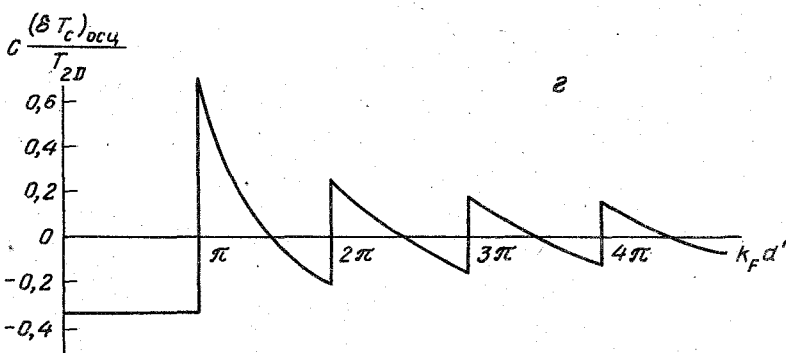
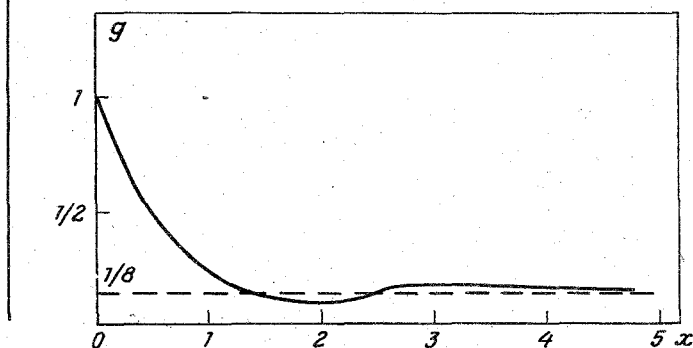
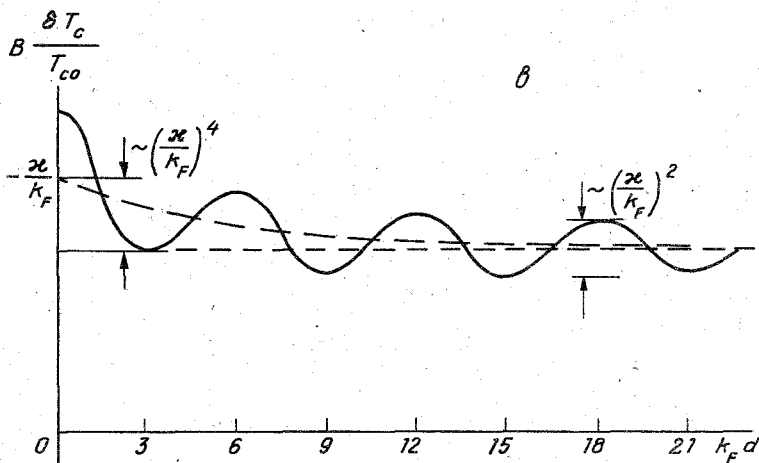


Рис. 2. Форма квантовых осцилляций для геометрии рис. 1, б при различных соотношениях x и k_F : а - $x \gg k_F$, б - $0 < x \ll k_F$, в - $x \approx 0$, $|x| \ll k_F$, г - $x < 0$, $|x| \gg k_F$. Используются обозначения: $A = \lambda_0 k_F L / \pi$, $B = \lambda_0 k_F L$, $C = (\pi/16)^2 (|x|/k_F)^2 \lambda_0 k_F L$

T_c при $k_F d \gg 1$ имеет вид (рис. 4)

$$\frac{(\delta T_c)_{\text{осц}}}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \left\{ \gamma(2k_F d) \theta(\Delta x) + \text{const} \frac{\gamma(2k_F d)}{|\Delta x| d} \right\}, \quad (1)$$

где $\gamma(x)$ - 2π -периодическая функция, $\Delta x = x - x_c$. Как видно из (1), в точке x_c происходит изменение асимптотики осцилляций при больших d :

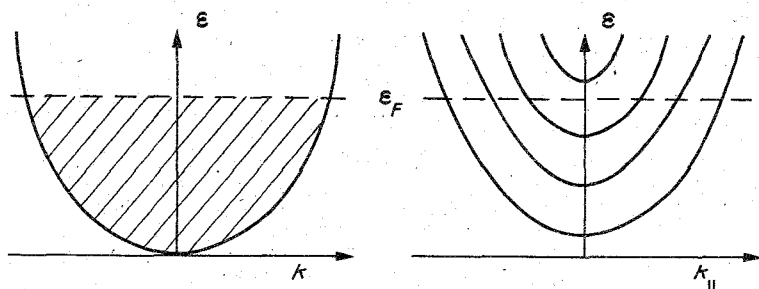


Рис. 3. При $|\kappa|/k_F$ имеются две независимые подсистемы: трехмерная система при $|z| > d/2$ с непрерывным спектром (слева) и квазидвумерная система при $|z| < d/2$, спектр которой состоит из совокупности двумерных зон (справа)

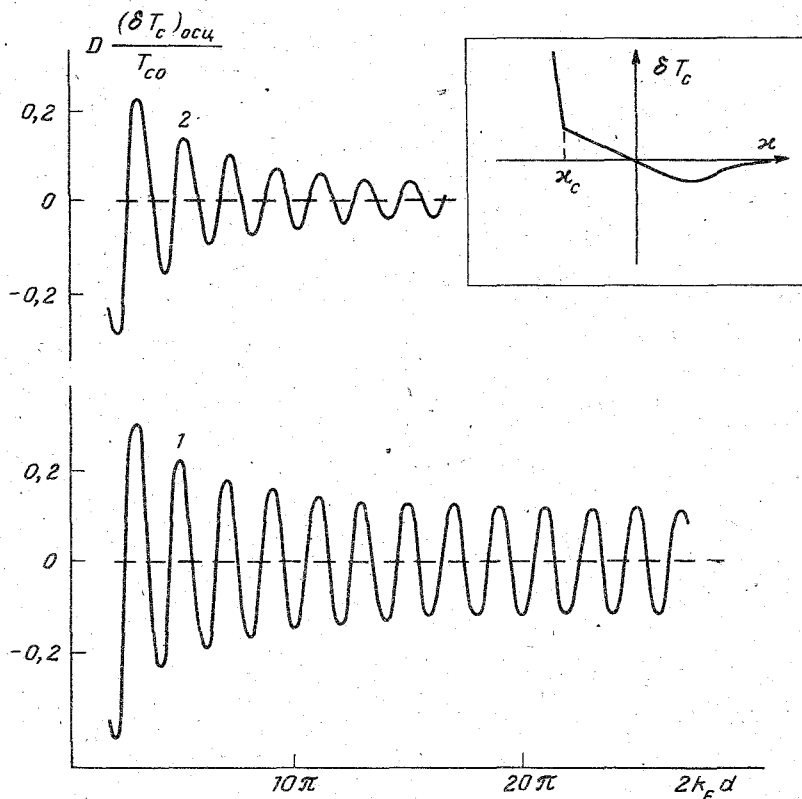


Рис. 4. Форма квантовых осцилляций в окрестности перехода $|\kappa - \kappa_c| \ll \kappa_c$: кривая 1 - $\kappa > \kappa_c$, кривая 2 - $\kappa < \kappa_c$. На вставке - зависимость T_c от κ для одного дефекта. Использовано обозначение $D = \lambda_0 k_F L / \pi$

они являются периодическими при $\kappa > \kappa_c$ и затухают как $1/d$ при $\kappa < \kappa_c$. При малых d амплитуда осцилляций расходится в точке перехода (в пренебрежении его размытием, происходящим на масштабе

$$\delta\kappa \sim \kappa_c (a/L)^{1/2},$$

см. [8].)

Экспериментальные результаты для плоскостей двойникования [9] и теоретические соображения [8] указывают на возможность повышения T_c сверхпроводников за счет введения в них плоских дефектов. Настоящее рассмотрение показывает, что повышение T_c может быть достигнуто за

счет взаимодействия плоских дефектов даже в случае, когда один дефект понижает T_c ; относительное увеличение T_c имеет порядок a/L и на границе области применимости теории ($L \sim d \sim a$) может быть значительным. С этой точки зрения обсуждаемая ситуация (рис. 1, б) имеет преимущества перед случаем, рассмотренным в [4] (рис. 1, а), когда осцилляции T_c с амплитудой $\sim a/L$ происходят на фоне объемного вклада $\sim d/L$ [5], который в актуальных случаях (T_c материала В ниже T_c материала А) является отрицательным.

3. Исходные соотношения

В работах [5, 8] разработан метод вычисления T_c сверхпроводника при наличии в нем плоских дефектов. Если поперечный размер дефекта d_0 мал по сравнению с L ($L \ll \xi_0$), где L — толщина сверхпроводника в случае уединенного дефекта либо расстояние между дефектами при их периодическом расположении, то уравнение Горькова может быть решено при минимальных предположениях о природе дефекта за счет использования малого параметра d_0/L . Наиболее простое выражение для T_c получается при отсутствии вблизи дефекта связанных состояний [5, 8]:

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0^3 L} \int dz V_0 N(z) [V(z)N(z) - V_0 N_0], \quad (2)$$

где $N(z)$ — локальная плотность состояний на уровне Ферми, $V(z)$ — зависящая от координат константа четырехфермионного взаимодействия теории БКШ, N_0 и V_0 — значения $N(z)$ и $V(z)$ в отсутствие дефекта, $\lambda_0 = V_0 N_0$; интеграл берется по окрестности дефекта. Локальная плотность состояний выражается через собственные функции $\Psi_n(\mathbf{r})$ и собственные значения ε_n одночастичного гамильтониана

$$N(\varepsilon, \mathbf{r}) = \sum_n |\Psi_n(\mathbf{r})|^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_n). \quad (3)$$

При наличии вблизи плоского дефекта m локальных уровней (для фиксированного k_{\parallel}) T_c системы определяется точкой появления нетривиального решения линейной системы $(m+1)$ уравнений относительно $\psi(0)$ и Δ_s ($s=1, 2, \dots, m$):

$$\Delta_s = \left[\sum_{s'=1}^m \lambda_{ss'} \Delta_{s'} + \lambda_{s0} \psi(0) \right] \ln \frac{1,14\omega_D}{T},$$

$$\psi(0) \left[1 - \lambda_0 \ln \frac{1,14\omega_D}{T} \right] = \frac{d_0}{L} \left[\sum_{s'=1}^m \lambda_{0s'} \Delta_{s'} + \lambda_{00} \psi(0) \right] \ln^2 \frac{1,14\omega_D}{T}. \quad (4)$$

где $\lambda_{ss'}$ выражаются через $V(z)$, $N(z)$, собственные функции $\varphi_s(z)$ и собственные значения $\varepsilon_s(k_{\parallel})$ связанных состояний:

$$\lambda_{ss'} = N_{2D^{s'}}(0) \int dz V(z) |\varphi_s(z)|^2 |\varphi_{s'}(z)|^2,$$

$$\lambda_{s0} = \int dz [V(z)N(z) - V_0 N_0] |\varphi_s(z)|^2,$$

$$\lambda_{0s'} = d_0^{-1} N_{2D^{s'}}(0) \int dz V(z) [N(z) - N_{loc}(z)] V_0 |\varphi_{s'}(z)|^2, \quad (5)$$

$$\lambda_{00} = d_0^{-1} \int dz V_0 [N(z) - N_{loc}(z)] [V(z)N(z) - V_0 N_0],$$

$$N_{loc}(z) = \sum_{s=1}^m N_{2D^s}(0) |\varphi_s(z)|^2, \quad (6)$$

где $N_{2D^s}(0)$ — двумерная плотность состояний на уровне Ферми, соответствующая спектру $\varepsilon_s(k_{\parallel})$. Выражения (4)–(6) следуют из формулы (25) работы [5] после подстановки в нее $K_{loc}(zz')$ в виде (4), где в сумме сохраняются лишь члены с $s=s'$, соответствующие локальным уровням. Параметр d_0 размерности длины введен для обезразмеривания величин λ_{ij} и реально в уравнения не входит; в рассматриваемом случае удобно считать, что $d_0 \sim a$ — тогда все $\lambda_{ij} \sim 1$.

Ниже формулы (2)–(6) применяются к «плоскому дефекту», состоящему из двух элементарных плоских дефектов, расположенных на расстоянии d (рис. 1, б). Величину $V(z)$ считаем постоянной и равной V_0 , так как отличие $V(z)$ от V_0 не приводит к квантовым осцилляциям, а его влияние легко учесть качественно в окончательных результатах.

4. Форма квантовых осцилляций при $\kappa \gg k_F$

В случае $\kappa > 0$ связанные состояния вблизи плоских дефектов отсутствуют и для T_c справедлива формула (2); отличие $N(z)$ от N_0 определяется состояниями непрерывного спектра (это обстоятельство будем отмечать индексом «с»):

$$N(z) = N_0 + N_c(z). \quad (7)$$

Находя собственные функции $\Psi_n(\mathbf{r})$ и собственные значения ε_n одночастичной задачи, подставляя их в (3), выполняя тривиальное интегрирование по k_{\parallel} , переходя от суммирования по поперечному квантовому числу к интегрированию и пренебрегая членами $\sim d/L$, получим для $N_c(z)$ при $|z| - d/2 < 0$

$$N_c(z) = \frac{m}{(2\pi)^2} \int_0^{k_F} dq \left\{ 2 \cos^2 qz \frac{\kappa q \sin qd - \kappa^2 \cos^2(qd/2)}{u_1^+(q)u_1^-(q)} + 2 \sin^2 qz \frac{-\kappa q \sin qd - \kappa^2 \sin^2(qd/2)}{u_2^+(q)u_2^-(q)} \right\}, \quad (8a)$$

а при $x = |z| - d/2 > 0$

$$N_c(z) = \frac{m}{(2\pi)^2} \int_0^{k_F} dq \left\{ \frac{v_1(q) \cos 2qx + v_2(q) \sin 2qx}{u_1^+(q)u_1^-(q)} + \frac{v_3(q) \cos 2qx + v_4(q) \sin 2qx}{u_2^+(q)u_2^-(q)} \right\}, \quad (8b)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} u_1^{\pm}(q) &= (\kappa \pm iq) \cos(qd/2) - q \sin(qd/2), \\ u_2^{\pm}(q) &= (\kappa \pm iq) \sin(qd/2) + q \cos(qd/2), \\ v_1(q) &= q^2 \cos^2(qd/2) - [\kappa \cos(qd/2) - q \sin(qd/2)]^2, \\ v_2(q) &= 2q \cos(qd/2) [\kappa \cos(qd/2) - q \sin(qd/2)], \\ v_3(q) &= q^2 \sin^2(qd/2) - [\kappa \sin(qd/2) + q \cos(qd/2)]^2, \\ v_4(q) &= 2q \sin(qd/2) [\kappa \sin(qd/2) + q \cos(qd/2)]. \end{aligned} \quad (9)$$

При $\kappa \gg k_F$ подынтегральные выражения в (8) локализованы вблизи точек

$$q_n = \pi n / d', \quad d' = d + 2/\kappa \quad (n=1, 2, \dots) \quad (10)$$

и могут быть аппроксимированы набором δ -функций (для упрощения выкладок удобно сложить дроби в (8)). В результате

$$N_c(z) = \begin{cases} N_0 \frac{\pi}{k_F d'} \sum_{n=0}^M [1 - (-1)^n \cos 2q_n z] - N_0, & |z| < d/2, \\ -N_0 \frac{\sin 2k_F x}{2k_F x}, & x = |z| - d/2 > 0, \end{cases} \quad (11)$$

где $M = [k_F d' / \pi]$, $[...]$ — целая часть числа. Подставляя (11) в (2), получим

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{\pi}{\lambda_0 k_F L} h \left(\frac{k_F d'}{\pi} \right), \quad h(x) = [x] \left(\frac{|x| + 1/2}{x} - 1 \right). \quad (12)$$

Осцилляции имеют пилообразную форму (рис. 2, а).

5. Квантовые осцилляции при $0 < \kappa < k_F$

Представим $N_c(z)$ в виде

$$N_c(z) = F(z) + G(z), \quad (13)$$

где $F(z)$ определяется выражениями (8) с интегрированием от 0 до ∞ . Методом контурного интегрирования можно показать (см. Приложение), что при $\kappa > 0$

$$F(z) = 0. \quad (14)$$

Функция $G(z)$ вычисляется путем разложения подынтегральных выражений в (8) по κ/q . Подстановка в (2) приводит к результату

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \left\{ -\frac{\kappa}{k_F} + \left(\frac{\kappa}{2k_F} \right)^2 f(2k_F d) \right\}, \quad (15)$$

т. е. осцилляции имеют второй порядок по κ/k_F . Функция $f(x)$, определяющая форму осцилляций (рис. 2, б), дается выражением

$$f(x) = -\sin x + \int_0^x dz [\pi - \text{Si}(z) - \text{Si}(x-z)]^2 / 2 + \int_0^\infty dz [\pi - \text{Si}(z) - \text{Si}(z+x)]^2 \quad (16)$$

($\text{Si}(x)$ — интегральный синус) и имеет асимптотики

$$f(x) = \begin{cases} 2\pi - x, & x \ll 1, \\ \pi - \sin x, & x \gg 1. \end{cases} \quad (17)$$

6. Осцилляции T_c при наличии мелких уровней ($\kappa < 0$, $|\kappa| \ll k_F$)

При $\kappa < 0$ вблизи дефектов появляются связанные состояния

$$\varepsilon_1 = -\kappa^2 \beta_1^2 / 2m, \quad \varepsilon_2 = -\kappa^2 \beta_2^2 / 2m,$$

где β_1 и β_2 — решения уравнений

$$\text{th} \frac{|\kappa| d}{2} \beta_1 = \frac{1 - \beta_1}{\beta_1}, \quad \text{cth} \frac{|\kappa| d}{2} \beta_2 = \frac{1 - \beta_2}{\beta_2}. \quad (18)$$

Уровень ε_2 существует лишь при $|\kappa|d > 2$, выходя при $|\kappa|d < 2$ в непрерывный спектр.

Температура перехода определяется выражениями (4), (6) с $m=2$. В пренебрежении эффектами $\sim a/L$ получим

$$T_c = \max(T_{c0}, T_{2D}), \quad (19)$$

где T_{2D} — температура перехода в системе таммовских уровней без учета их взаимодействия с объемом:

$$T_{2D} = 1,14\omega_D \exp(-1/\lambda_{2D}), \quad \lambda_{2D} = \frac{\lambda_{11} + \lambda_{22}}{2} + \left[\left(\frac{\lambda_{11} - \lambda_{22}}{2} \right)^2 + \lambda_{12}\lambda_{21} \right]^{1/2}. \quad (20)$$

При $T_{c0} > T_{2D}$ параметр порядка распространяется по всей системе, при $T_{c0} < T_{2D}$ — локализуется на атомном масштабе вблизи дефектов [5, 7, 8]. Последний случай реализуется при $\kappa < \kappa_c = -4k_F/\pi$ для больших d ($k_F d \gg 1$) и при $\kappa < \kappa_c/2$ для малых d ($k_F d \ll 1$). Учет членов $\sim a/L$ приводит к размытию перехода на масштабе

$$\delta\kappa \sim \kappa_c (a/L)^{1/2}.$$

В делокализованном режиме ($T_c > T_{2D}$) учет членов $\sim a/L$ приводит к следующему результату для T_c при наличии двух локальных уровней ($|\kappa|d > 2$):

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{d_0}{L} \frac{1}{\lambda_0^3} \left[\lambda_{00} + \frac{\lambda_{12}\lambda_{20}\lambda_{01} + \lambda_{21}\lambda_{02}\lambda_{10} - \lambda_{01}\lambda_{10}(\lambda_{22} - \lambda_0) - \lambda_{02}\lambda_{20}(\lambda_{11} - \lambda_0)}{(\lambda_{11} - \lambda_0)(\lambda_{22} - \lambda_0) - \lambda_{12}\lambda_{21}} \right]. \quad (21)$$

При наличии одного уровня ($|\kappa|d < 2$)

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{d_0}{L} \frac{1}{\lambda_0^3} \left(\lambda_{00} + \frac{\lambda_{01}\lambda_{10}}{\lambda_0 - \lambda_{11}} \right). \quad (22)$$

При отсутствии уровней в (21), (22) остается лишь член с λ_{00} и мы возвращаемся к формуле (2).

При $\kappa < 0$ локальная плотность состояний представляется в виде

$$N(z) = N_0 + N_c(z) + N_{loc}(z), \quad (23)$$

где $N_c(z)$ и $N_{loc}(z)$ определяются выражениями (8) и (6). Произведем для $N_c(z)$ разбиение (13); для $F(z)$ при $\kappa < 0$ справедлив результат (см. Приложение)

$$F(z) = -N_{2D}(0) [|\varphi_1(z)|^2 + |\varphi_2(z)|^2 \theta(|\kappa|d - 2)] = -N_{loc}(z). \quad (24)$$

Подстановка (23), (13), (24) в (21) приводит к результату

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0^3 L} \left\{ V_0^2 \int dz [N_0 + G(z)] G(z) + V_0 N_{2D}(0) \frac{\lambda_{10}^2 + \lambda_{20}^2}{\lambda_0} \right\}. \quad (25)$$

Первый член в скобках совпадает с результатом для $\kappa > 0$, второй член описывает плавную составляющую зависимости $T_c(d)$ и меняется на масштабе $|\kappa|^{-1}$ (он выписан в низшем порядке по κ). Подстановка (23), (13), (24) в (22) дает результат, отличающийся от (25) отсутствием члена λ_{20}^2 . Вычисление λ_{10} и λ_{20} не вызывает затруднений, так как $|\varphi_1(z)|^2$ и $|\varphi_2(z)|^2$ меняются на масштабе $|\kappa|^{-1}$, тогда как функция

$$G(z) = N(z) - N_0$$

локализована вблизи плоских дефектов на масштабе k_F^{-1} . С учетом резуль-

тата (15) для $\kappa > 0$ приходим к формуле

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \left\{ -\frac{\kappa}{k_F} + \left(\frac{\kappa}{2k_F} \right)^2 f(2k_F d) + \pi \left(\frac{\kappa}{k_F} \right)^2 g(|\kappa| d) \right\}, \quad (26)$$

где функция $f(x)$ — та же, что в (15), а функция $g(x)$ (рис. 2, е) определяется выражением

$$g(|\kappa| d) = \left(\frac{\beta_1^2}{|\kappa| d \beta_1 + 1 - |\kappa| d / 2} \right)^2 + \left(\frac{\beta_2^2}{|\kappa| d \beta_2 + 1 - |\kappa| d / 2} \right)^2 \theta(|\kappa| d - 2) \quad (27)$$

(β_1 и β_2 в силу (18) являются функциями $|\kappa| d$) и имеет асимптотики

$$g(x) = \begin{cases} 1 - 3x, & x \ll 1, \\ 1/2 [1 + (3/4)x^2 - 6x + 6]e^{-x}, & x \gg 1. \end{cases} \quad (28)$$

7. Осцилляции T_c в режиме сильной локализации ($\kappa < 0$, $|\kappa| \gg k_F$)

В случае $|\kappa|/k_F \gg 1$ масштаб $|\kappa|^{-1}$ мал по сравнению с периодом осцилляций; ограничиваясь областью $d \gg |\kappa|^{-1}$, пренебрежем перекрытием волновых функций связанных состояний, локализованных на двух дефектах. Тогда в (4), (5)

$$\lambda_{11} = \lambda_{12} = \lambda_{21} = \lambda_{22}, \quad \lambda_{01} = \lambda_{02}, \quad \lambda_{10} = \lambda_{20}. \quad (29)$$

При $-\kappa \gg k_F$ реализуется режим локализации параметра порядка вблизи плоских дефектов, поэтому T_c в нулевом приближении совпадает с T_{2D} (см. (20)). В первом порядке по a/L имеем²⁾

$$\frac{T_c - T_{2D}}{T_{2D}} = \frac{d_0}{L} \frac{2\lambda_{10}\lambda_{01}}{\lambda_{2D}^3(\lambda_{2D} - \lambda_0)}, \quad \lambda_{2D} = 2\lambda_{11}. \quad (30)$$

Интегралы для λ_{10} , λ_{01} в (5) легко вычисляются ввиду сильной локализации волновых функций связанных состояний вблизи $z = \pm d/2$; осцилляции T_c определяются поведением величины $N_c(z)$, для которой справедливо выражение (11), в окрестности точек $z = \pm d/2$. В результате

$$\frac{(\delta T_c)_{\text{оск}}}{T_{2D}} = \frac{1}{\pi^2 \lambda_0 k_F L} 256 \left(\frac{k_F}{|\kappa|} \right)^5 h_1 \left(\frac{k_F d'}{\pi} \right), \quad (31)$$

где

$$h_1(x) = \frac{(2[x] + 1)([x] + 1)[x]}{6x^3} - \frac{1}{3}.$$

Осцилляции имеют пилообразную форму, но их амплитуда убывает как $1/d$ (рис. 2, з).

8. Асимптотика осцилляций при больших d и окрестность фазового перехода

При $|\kappa| d \gg 1$, $k_F d \gg 1$ форму осцилляций удастся выяснить для произвольного соотношения k_F и κ . Ввиду возможности пренебрежения перекрытием волновых функций связанных состояний, локализованных на разных дефектах, имеют место соотношения (29). Для $0 > \kappa > \kappa_c$ из формулы (21) следует результат

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \frac{d_0}{\lambda_0^3 L} \left[\lambda_{00} + \frac{2\lambda_{10}\lambda_{01}}{\lambda_0 - \lambda_{2D}} \right], \quad \lambda_{2D} = 2\lambda_{11}. \quad (32)$$

²⁾ При $T_{2D} - T_{c0} \approx T_{c0}$ к исходным формулам (4), (5) возникают поправки, однако их учет аналогичен учету зависимости $V(z)$.

При $\kappa > 0$ в (32) остается лишь первый член в скобках, при $\kappa < \kappa_c$ справедлив результат (30).

Незатухающие при больших d осцилляции связаны с величиной λ_{00} , точнее — с входящим в нее интегралом

$$\int_{-\infty}^{\infty} N_c(z) dz = \frac{m}{(2\pi)^2} 2 \left\{ -k_F d + \frac{d}{2} \int_0^{k_F} dq H(q, qd) \right\} + O(d^0), \quad (33)$$

где

$$H(q, x) = \left[\frac{q^2}{q^2 - \kappa q \sin x + \kappa^2 \cos^2(x/2)} + \frac{q^2}{q^2 + \kappa q \sin x + \kappa^2 \sin^2(x/2)} \right]$$

(интеграл от $N_c^2(z)$ при больших d выходит на константу). Разложим функцию $H(q, x)$ в ряд Фурье по переменной x ; тогда в (33) возникает сумма интегралов от произведений быстро осциллирующих экспонент на медленно меняющиеся функции, асимптотика которых определяется верхним пределом интегрирования [10]. Главный член асимптотики содержит малый параметр $1/d$, который компенсирует множитель d перед интегралом (33); ввиду степенного характера коэффициентов Фурье возникающий в (33) ряд оказывается разложением логарифма и сворачивается в конечное выражение, так что фигурная скобка в (33) приводится к виду

$$\gamma(2k_F d) = \operatorname{arctg} \frac{\sin(2k_F d + 2\varphi)}{1 + 4k_F^2/\kappa^2 - \cos(2k_F d + 2\varphi)}, \quad \varphi = \operatorname{arctg}(2k_F/\kappa). \quad (34)$$

В результате осцилляции T_c для $\kappa > \kappa_c$ имеют асимптотику

$$\frac{(\delta T_c)_{\text{осц}}}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_0 k_F L} \gamma(2k_F d). \quad (35)$$

При $\kappa < \kappa_c$ параметр λ_{00} в выражении для T_c (30) отсутствует. Осциллирующая часть содержится в величинах λ_{01} и λ_{10} и связана с интегралом

$$V_0 \int_{-\infty}^{\infty} dz N_c(z) |\varphi_1(z)|^2 = \frac{\lambda_0}{4k_F} \left\{ - \int_0^{k_F} dq \frac{8q^2 + 4\kappa^2}{4q^2 + \kappa^2} + \int_0^{k_F} dq \frac{4q^2}{4q^2 + \kappa^2} H(q, qd) \right\}, \quad (36)$$

где функция $H(q, x)$ — та же, что в (33). Ввиду отсутствия в (36) компенсирующего множителя d , осцилляции для $\kappa < \kappa_c$ оказываются затухающими как $1/d$:

$$\frac{(\delta T_c)_{\text{осц}}}{T_{2D}} = \frac{1}{\lambda_0 L} \sqrt{\frac{256k_F^3}{\pi^2 \kappa^2 (\kappa^2 + 4k_F^2)}} \frac{\pi |\kappa| + 4k_F - 4\kappa \operatorname{arctg}(2k_F/\kappa)}{\pi |\kappa| - 4k_F} \cdot \frac{1}{|\kappa| d} \gamma(2k_F d). \quad (37)$$

В окрестности фазового перехода $\kappa \approx \kappa_c$ результаты (30) и (32) можно объединить в виде

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \frac{\delta\lambda}{\lambda_0^2} \theta(\delta\lambda) + \frac{d_0}{\lambda_0^3 L} \lambda_{00} \theta(-\delta\lambda) + \frac{d_0}{\lambda_0 L} \frac{2\lambda_{10}\lambda_{01}}{|\delta\lambda|}, \quad (38)$$

где $\delta\lambda = \lambda_{2D} - \lambda_0$, причем

$$(a/L)^{1/2} \ll |\delta\lambda| \ll \lambda_0;$$

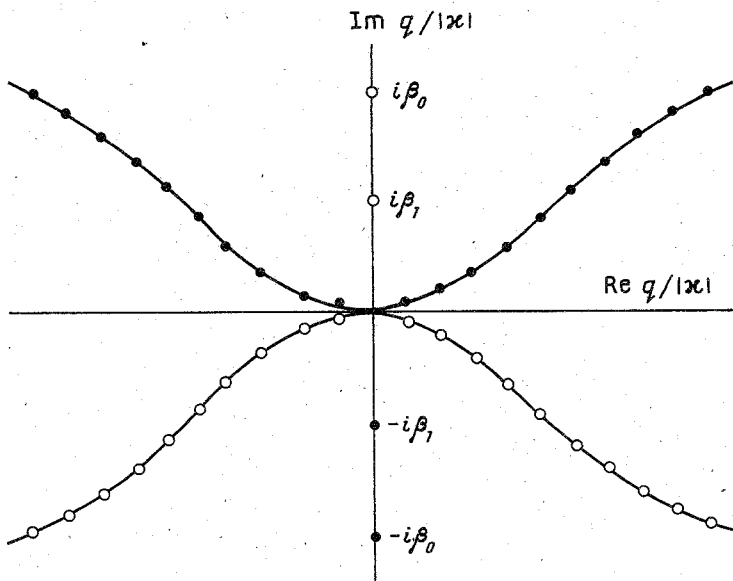


Рис. 5. Расположение полюсов для интегралов (8) при $\kappa < 0$, $|\kappa|d > 2$: светлые кружки – полюса, соответствующие верхнему знаку в (П.1), темные – полюса, соответствующие нижнему знаку в (П.1)

удержание затухающих осцилляций на фоне периодической составляющей оправдано из-за расходимости $1/|\delta\lambda|$. Подстановка асимптотик интегралов (33), (36) дает для осцилляций T_c результат (1) с константой

$$\text{const} = \frac{8\pi^2}{4+\pi^2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{2} \right). \quad (39)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычисление $F(z)$

Полюса подынтегральных выражений в (8) определяются корнями уравнений

$$u_1^\pm(q) = 0, \quad u_2^\pm(q) = 0. \quad (\text{П.1})$$

Расположение полюсов при $\kappa < 0$, $|\kappa|d > 2$ показано на рис. 5: полюса, соответствующие верхнему и нижнему знаку в (П.1), показанные светлыми и темными кружками, находятся соответственно в верхней и нижней полуплоскости; исключение составляют полюса на мнимой оси, соответствующие связанным состояниям (см. (18)), которые находятся в «чужой» полуплоскости. Представляя интегралы в (8а), (8б) соответственно как

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} dq \left\{ 2 \cos^2 qz \frac{-i\kappa q e^{iqd} - \kappa^2/2 - (\kappa^2/2)e^{iqd}}{u_1^+(q)u_1^-(q)} + 2 \sin^2 qz \frac{i\kappa q e^{iqd} - \kappa^2/2 + (\kappa^2/2)e^{iqd}}{u_2^+(q)u_2^-(q)} \right\}, \quad (\text{П.2})$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} dq \left\{ \frac{v_1(q)e^{2iqx} - iv_2(q)e^{2iqx}}{u_1^+(q)u_1^-(q)} + \frac{v_3(q)e^{2iqx} - iv_4(q)e^{2iqx}}{u_2^+(q)u_2^-(q)} \right\}$$

и смещая контур интегрирования в верхнюю полуплоскость, нетрудно

убедиться, что вклады «своих» полюсов (темные кружки на рис. 5) закупаются в силу (П.1). Вклад от двух «чужих» полюсов можно выразить через нормированные волновые функции связанных состояний и записать в виде (24).

При уменьшении $|\kappa|$ величина β_2 меняет знак при $|\kappa|d=2$ и соответствующие темный и светлый кружки на рис. 5 меняются местами; вклад от полюса $i|\kappa|\beta_2$ исчезает, но одновременно исчезает вклад верхнего уровня в $N_{loc}(z)$, так что результат (24) остается в силе.

При $\kappa > 0$ «чужие» полюса в верхней полуплоскости отсутствуют и справедлив результат (14).

Список литературы

1. Голянов В. М., Михеева М. Н., Цетлин М. Б. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. С. 736; Голянов В. М., Михеева М. Н. // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. С. 2236.
2. Орлов А. Ф., Милай А. К., Дмитриев В. П. // ФТТ. 1976. Т. 18. С. 1470; Осипов К. А., Орлов А. Ф., Дмитриев В. П., Милай А. К. // ФТТ. 1977. Т. 19. С. 1226.
3. Виткалов С. А., Пудонин Ф. А., Сокол Е. Г., Суслов И. М. // Письма в ЖЭТФ. 1989. Т. 49. С. 160.
4. Каган Ю. М., Дубовский Л. Б. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. С. 647.
5. Суслов И. М. // СФХТ. 1991. Т. 4. С. 2093.
6. Blatt J. M., Thompson C. J. // Phys. Rev. Lett. 1963. V. 10. P. 332.
7. Суслов И. М. // СФХТ. 1991. Т. 4. С. 1065.
8. Суслов И. М. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. С. 949.
9. Хайкин М. С., Хлюстикова И. Н. // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 138. С. 191.
10. Мигдал А. Б. Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975. С. 23.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева
Российской академии наук

Поступила в редакцию
09.03.92

Yu. A. Krotov, I. M. Suslov

COHERENT INTERACTION OF PLANE DEFECTS IN A SUPERCONDUCTOR

The existence of the T_c oscillations in a superconductor with varying the distance between two planar defects in it is demonstrated. The change of the oscillation shape as a function of the electron scattering amplitude for a planar defect is analyzed. The critical behaviour is revealed for the oscillation amplitude near the «Anderson transition» described in [8] when the order parameter localization occurs at an atomic distance near planar defects.