

Электроны над поверхностью жидкого гелия

Женя Пюрбеева, 222

1 Задача

Известно, что над поверхностью жидкого гелия электроны находятся в состоянии двумерного газа. Данный эксперимент является попыткой пронаблюдать это явление достаточно простым способом и исследовать возможность получения каких-либо количественных результатов этим путем.

2 Теоретическое рассмотрение

2.1 Один электрон

Рассмотрим самую простую задачу: одиночный электрон над поверхностью жидкого гелия в отсутствие внешних полей. Если представлять себе жидкий гелий как полупространство, заполненное диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε , то электрон испытывает силу притяжения к своему изображению, то есть находится к потенциалу, равном

$$\varphi(z) = -\frac{e^2(\varepsilon - 1)}{4(\varepsilon + 1)z} \quad (1)$$

Однако попасть внутрь гелия, притянувшись к своему изображению, ему мешает то, что энергия свободного электрона внутри гелия больше, чем снаружи (она составляет около 1эВ), что создает потенциальный барьер. Если оценить z из соотношения неопределенности, то

$$\begin{cases} \frac{2p^2}{2m} = \frac{e^2(\varepsilon - 1)}{4(\varepsilon - 1)z} \\ p \approx \frac{\hbar}{z} \end{cases} \Rightarrow z \approx \frac{4\hbar^2(\varepsilon + 1)}{me^2(\varepsilon - 1)} \quad (2)$$

Благодаря тому факту, что у жидкого гелия $\varepsilon \approx 1$ (на самом деле 1,057), $z \approx 100 \text{ \AA}$ и много больше межатомного расстояния. То есть действительно можно говорить о том, что электрон находится над поверхностью.

Так как электрон находится в потенциале вида $\frac{1}{z}$, то для его уровней энергии и расстояний до поверхности можно использовать результаты для атома водорода:

$$E_n = -\frac{Z^2 m e^4}{2\hbar^2 n^2} \quad (3)$$

из которых получается $\langle z_0 \rangle = 114 \text{ \AA}$, $\langle z_1 \rangle = 456 \text{ \AA}$, $\langle z_2 \rangle = 1026 \text{ \AA}$.

Также заметим, что в классическом понимании на поверхности гелия из-за электрона образуется "яма" (так как электрон, несмотря на притяжение изображения все же не попадает в гелий, то он испытывает отталкивание, и поверхность отталкивается от него), размер которой сложно получить, но по порядку величины он сравним с высотой электрона над поверхностью. Этот результат также был теоретически получен (что электрон движется над поверхностью вместе с возмущением поверхности).

2.2 Много электронов

Найдем энергию Ферми двумерного газа электронов над гелием:

$$n = \frac{2\pi k_f^2}{(2\pi)^2} \Rightarrow k_f = \sqrt{2\pi n} \quad (4)$$

$$\varepsilon_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m} = \frac{\pi \hbar^2 n}{m} 0.28K \text{ при поверхностной концентрации } n = 10^{10} \text{ 1/см}^2 \quad (5)$$

Заметим, что типичные концентрации электронов над гелием имеют порядок 10^9 1/см^2 , то есть в экспериментах без откачки электронный газ не вырожден.

2.3 Прижимающее поле

Теперь добавим внешнее поле E_\perp , нормальное к поверхности гелия и прижимающее электроны к ней. Тогда потенциал будет иметь вид:

$$\begin{cases} \varphi(z) = -\frac{e^2(\varepsilon - 1)}{4(\varepsilon + 1)(z + \delta)} + E_\perp z = \frac{\alpha}{(z + \delta)} + E_\perp z, z > 0 - \text{над поверхностью} \\ \varphi(z) = V_0 + E_\perp z, z < 0 - \text{под поверхностью} \end{cases} \quad (6)$$

где V_0 - добавочный потенциал внутри гелия (1 эВ), а δ - некий поправочный параметр порядка толщины поверхности гелия (1 Å). Точно волновые функции частиц в таком потенциале я вычислить не могу, но из теории возмущений электроны прижимаются к поверхности и получают поправку к энергии:

$$\Delta E_n = eE_\perp \langle z_n \rangle \quad (7)$$

В реальности электроны занимают только основное состояние, в котором поле изображения составляет 3,5 кВ/см, так что использованные в эксперименте поля порядка 100 В/см можно считать малыми.

2.4 Устойчивость поверхности

2.4.1 Наивное понимание

Как было указано раньше, под электроном на поверхности образуется углубление. Заметим, что если углубления от соседних электронов начинают перекрываться, то, так как электрон находится на нормали к поверхности (а гравитационные силы пренебрежимо малы) соседние электроны начинают сближаться, увеличивая углубление и, таким образом образуется "пузырь" с электронами, который проваливается под поверхность. Из подобных оценочных рассуждений, при критической плотности расстояние между электронами равно радиусу углубления, которое имеет порядок расстояния от электронного слоя до поверхности. Откуда

$$n_{crit} \approx \frac{1}{\langle z_0 \rangle^2} \approx 10^{11} \text{ см}^{-2} \quad (8)$$

Также отсюда следует, что при увеличении прижимающего поля критическая плотность растет.

2.4.2 Более строгое рассмотрение

Спектр капиллярных волн на поверхности имеет вид:

$$\omega^2(k) = gk + \frac{\sigma}{\rho} k^3 - \frac{k^2}{2\pi\rho} (E_\perp^2 + 4\pi^2 n^2 e^2) \quad (9)$$

Потеря устойчивости начинается при $\omega^2 < 0$, и из этой оценки получается $n_{crit} \approx 10^9 \text{ см}^{-2}$

2.4.3 Туннелирование

Еще одна возможность для протекания тока в системе - это туннелирование через потенциальный барьер в гелии, но из оценки вероятности этого процесса следует, что им можно пренебречь.

$$w \sim e^{-\frac{2}{\hbar} \int_0^{\frac{V_0}{eE_{\perp}}} \sqrt{2m(V_0 - eE_{\perp}z)} dz} = e^{-\frac{4V_0}{3\hbar eE_{\perp}} \sqrt{2mV_0}} \quad (10)$$

2.5 Заряд носителя

После нарушения устойчивости поверхности электроны образуют заряженные "пузыри" внутри гелия, которые движутся в поле. Утверждается, что в каждом пузыре собирается порядка $10^7 - 10^8$ электронов.

3 Модель установки

Установка состоит из тонкой иглы, находящейся над поверхностью гелия и проводящей пластины под ней. Между ними прикладывается постоянное напряжение V так, чтобы при протекании тока электроны двигались от иглы внутрь гелия. Вблизи конца иглы поле максимально (так как она очень острая), и там может ионизоваться газообразный гелий. Электроны, отправившиеся в сторону гелия, образуют двумерную структуру над поверхностью, что вызывает появление положительного заряда в пластине. Положительные ионы же притягиваются к игле, таким образом, в процессе заряда электронной поверхности, в системе протекает некий ток от иглы к пластине. В момент же, когда электронная плотность слоя достигает критической, ток резко возрастает, так как заряды быстро перераспределяются.

Также существует эффект экранировки внешнего поля полем слоя электронов, но

$$E = 4\pi n \sim 10\text{В/см} \quad (11)$$

то есть падение напряжения между пластиной и слоем равно $4\pi nd \approx 1\text{В}$, где d - расстояние между слоем и пластиной (в связи с точностью расположения пластины оно равно глубине ее погружения под поверхность и имеет порядок нескольких миллиметров).

4 Эксперимент

4.1 Изготовление игл

Тонкие острия изготавливались из вольфрамовой проволоки методом химического травления в двухмолярном растворе NaOH (80 г/л). При пропускании тока от проволоки через раствор к внешнему электроду вольфрамовая проволока постепенно разрушается, причем на определенном расстоянии под поверхностью наблюдается максимум интенсивности этого процесса, в результате чего образуется перемычка, по которой и обламывается нижняя часть проволоки, оставляя после себя крайне острый конец. Так как чтобы предотвратить его дальнейшее разрушение необходимо сразу отключить напряжение, использовалась программа, измеряющая ток через систему, и отключающая его при достижении определенной нижней границы (при травлении при постоянном напряжении ток долгое время остается почти постоянным, а потом резко падает, когда отпадает нижняя часть проволоки). В результате проб и ошибок наилучшие результаты получались при двухэтапном процессе (травление до определенного тока при напряжении 3V, и до отпадения нижней части при напряжении 1V, чтобы еще уменьшить эффект затупления иглы при несвоевременном отключении напряжения).

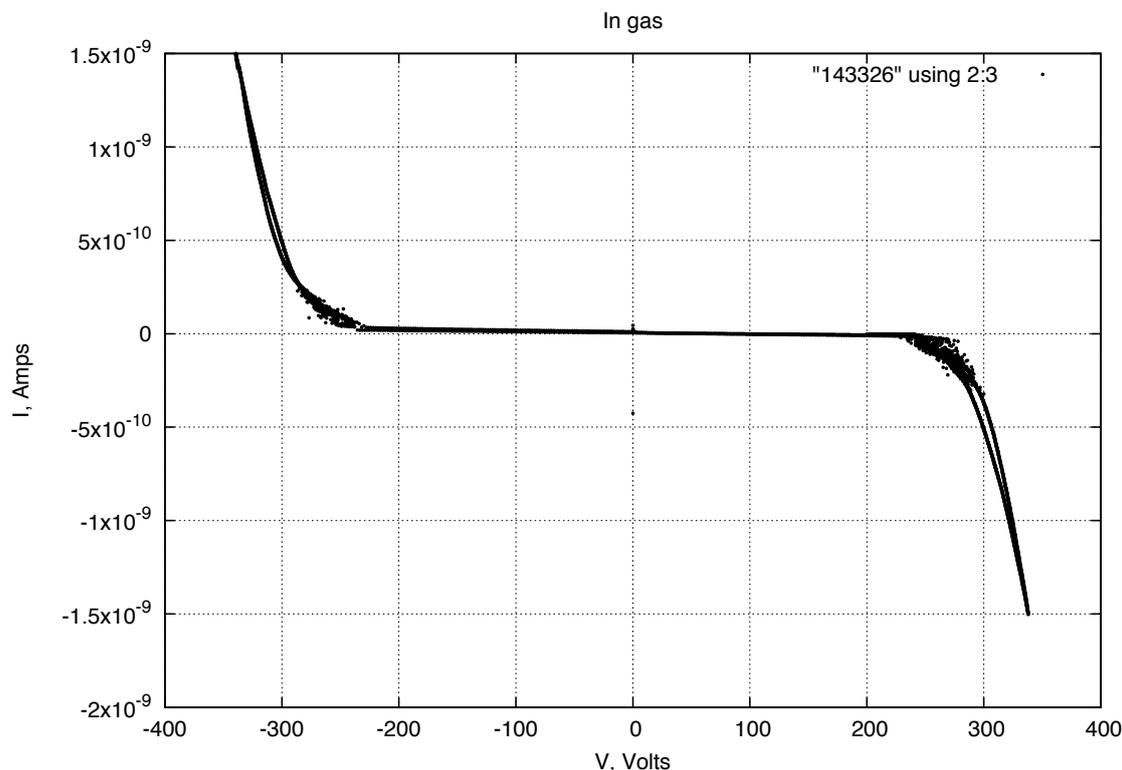
4.2 Установка

В процессе эксперимента измерялся ток между вольфрамовой иглой и медной пластиной. Расстояние между электродами могло изменяться в пределах от 2мм до 1см и в реальных измерениях составляло около 8мм. Между электродами подавалось напряжение до 500V от высоковольтного источника питания при помощи экранированного провода, чтобы избежать утечек тока внутри установки, причем ток измерялся наноамперметром с точностью до $1 \cdot 10^{-10}$ А. В связи с большими утечками в стеклянном вакуумном разъеме пришлось заменить несколько штук и соединить контакты вокруг центральной жилы (с высоким напряжением) для уменьшения утечек.

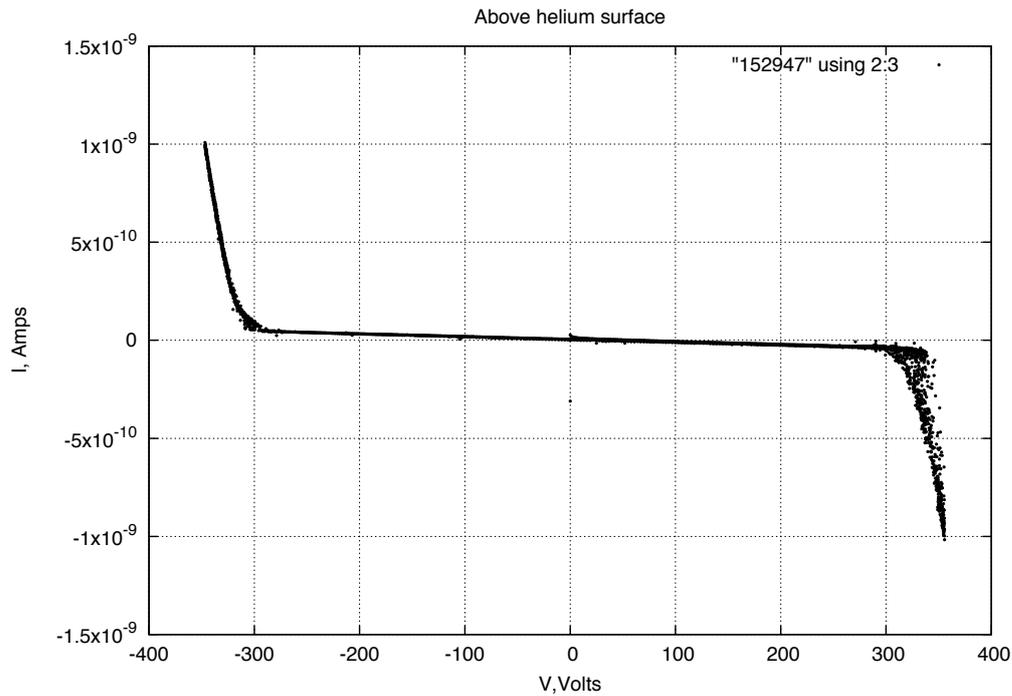
4.3 Собственно эксперимент

В эксперименте снимались вольт-амперные характеристики системы из иглы и пластины в газообразном гелии, в конфигурации когда пластина находится под поверхностью жидкого гелия, а игла над ней, и полностью в жидком гелии, а также при обеих полярностях. Так как во всех случаях эффекты имеют вид резкого возрастания тока при некоем пороговом напряжении, то шаг по напряжению достаточно велик вблизи нуля (до пяти - десяти вольт) и мал вблизи особенностей - до 0.1V.

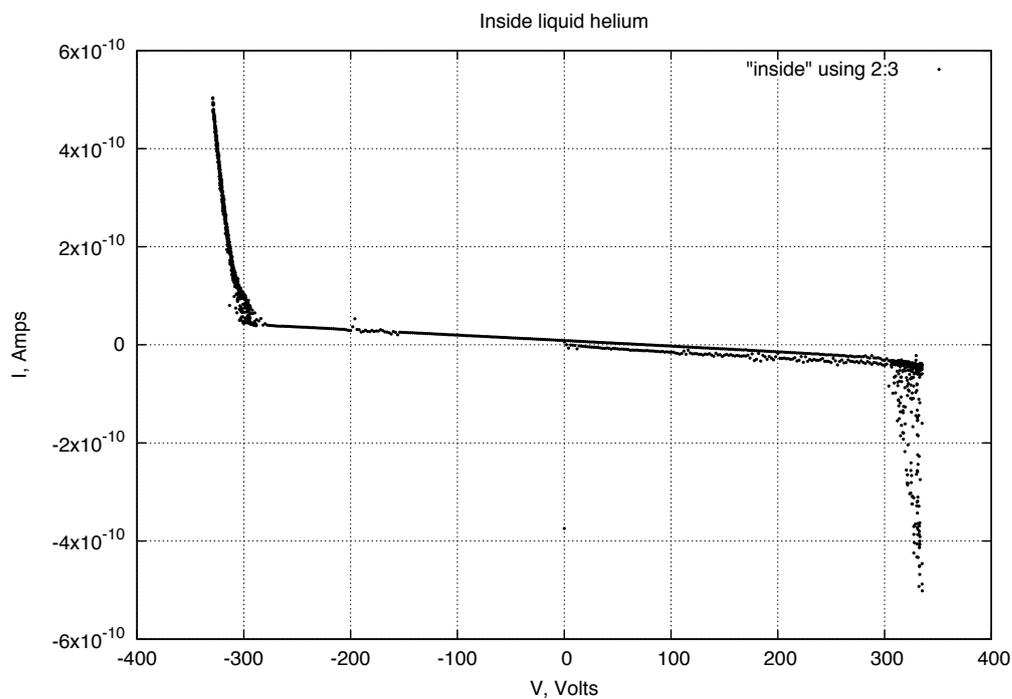
4.4 Результаты



Измерение полностью в газообразном гелии. Видно, что при обеих полярностях после небольшого переходного процесса возникает гладкая кривая разряда в газе.



Измерение, в котором игла располагалась над поверхностью гелия, а пластина - под ней. Положительное направление оси соответствует току электронов из иглы. Заметно, что в нем ток гораздо менее стабилен, чем в обратном направлении.

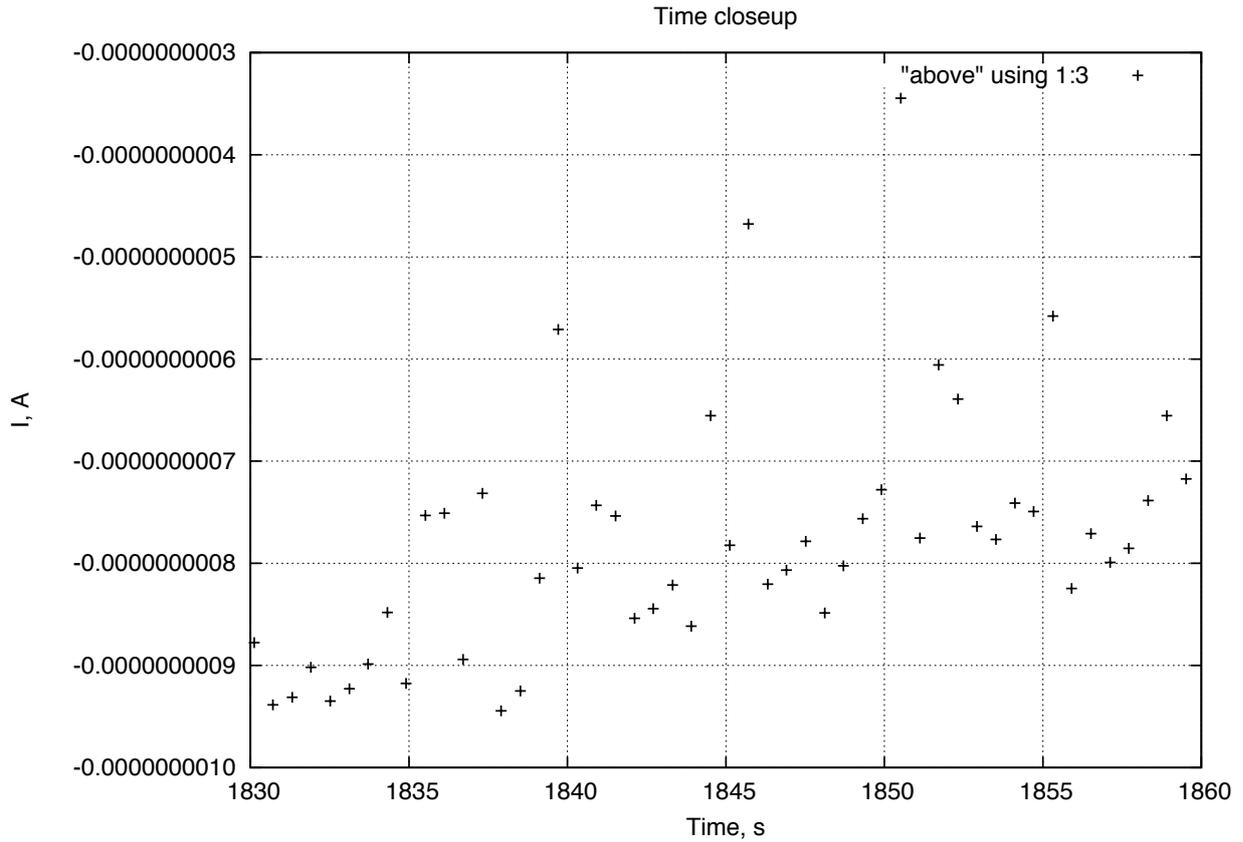


Игла и пластина полностью погружены в жидкий (но не сверхтекучий) гелий. Можно видеть, что характер зависимости напоминает предыдущее измерение, только в области "разряда из иглы" точки расположены более случайно.

5 Размышления

При разряде в чисто газообразном гелии все достаточно понятно - так как поле вблизи иглы очень велико, то, начиная с некоторого напряжения в этом поле может ионизоваться гелий (если знать критическое поле для гелия, то можно вычислить радиус кривизны иглки по напряжению начала заряда).

При разряде над поверхностью гелия действительно наблюдается резкая неоднородность тока. Если рассмотреть график $I(t)$ в большом приближении, то по расстоянию между всплесками и их высоте можно оценить поверхностную плотность электронов, считая площадь двумерного слоя равной примерно 1см^2 .



$$n = \frac{It}{eS} \approx \frac{1,5 \cdot 10^{-10} \cdot 0,5}{1,6 \cdot 10^{-16} \cdot 10^{-4}} \approx 5 \cdot 10^9 - 10^{10} \quad (12)$$

Что очень хорошо совпадает с теоретическим результатом.

Примечание: Некоторые вопросы возникают о том, что происходит в жидком гелии, в котором, разряд должен возникать при большем напряжении при автоэмиссии из металла. Однако, видимо, наблюдаемый ток связан с током при помощи пузырьков в кипящем гелии. Чтобы проверить эту теорию часть измерений (в режиме разряда внутри гелия) была сделана при полностью закрытом сосуде (отсутствии кипения и пузырьков, но небольшая часть, чтобы не поднимать сильно давление). Графики соответственно с открытым краем и с закрытым. Видно, что в последнем случае эффект гораздо слабее, если вообще наблюдается.

